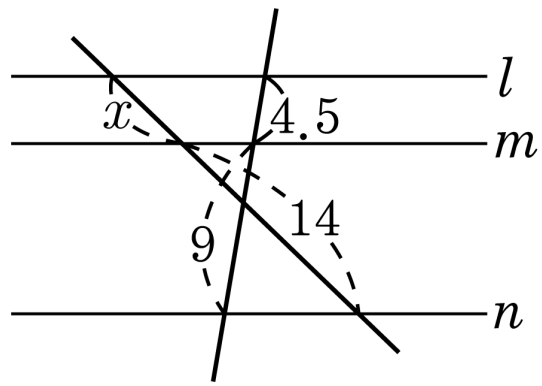
1. 다음 중 항상 닮음인 도형을 모두 고르면?

① 두 정사각형
② 두 이등변삼각형
③ 두 직사각형
④ 두 원
⑤ 두 마름모

해설

정사각형과 원은 항상 닮음이다.

2. 다음 그림은 $\ell // m // n$ 인 세 직선을 가로지르는 두 선분을 그린 것이다. x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

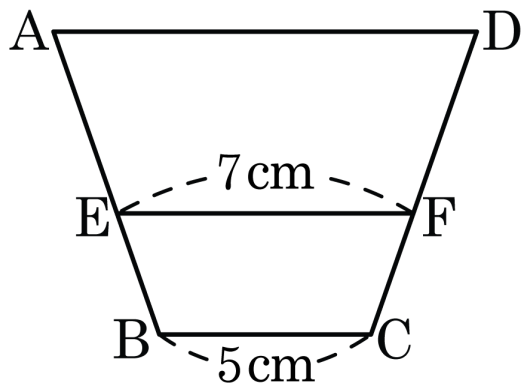
▷ 정답 : $x = 7$

해설

$4.5 : 9 = x : 14$

$\therefore x = 7$

3. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} // \overline{EF} // \overline{BC}$ 이고 $\overline{BE} : \overline{EA} = 2 : 3$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



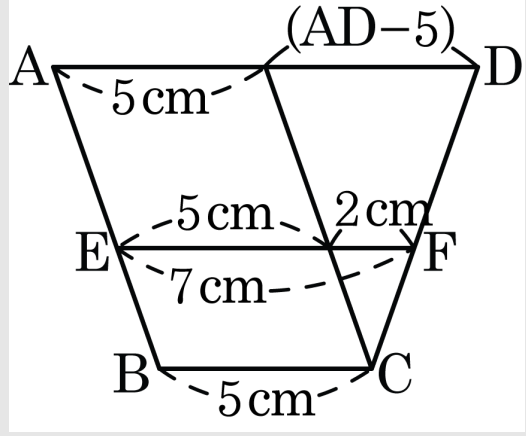
① 10cm ② 12cm ③ 14cm

④ 16cm ⑤ 18cm

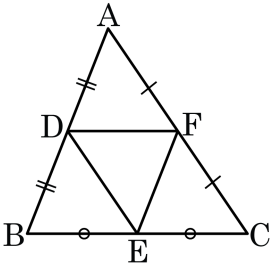
해설

위 그림처럼 $\overline{AB}$ 에 평행한 선을 그어보면

$\overline{BE} : \overline{EA} = 2 : 3$ 이므로 $2 : 5 = (7-5) : (\overline{AD} - 5)$ 이다. 따라서 $\overline{AD} = 10$cm



4. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 각각 D, E, F 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.



보기

㉠ $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

㉡ $\overline{DE} = \overline{DF}$

㉢ 합동인 삼각형은 모두 4 개이다.

㉣ $\triangle ABC = 16$ 일 때, $\triangle DEF = 8$ 이다.

㉤ $\triangle ABC = 60$ 일 때 $\square DBCF$ 의 넓이는 45 이다.

▶ 답: _____ 개

▷ 정답: 3 개

해설

㉠ 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이다. (○)

㉡ 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이다. 따라서 $\overline{DE} \neq \overline{DF}$ 이다. (×)

㉢ $\triangle ADF$, $\triangle DBE$, $\triangle FEC$, $\triangle EFD$ 의 세 쌍의 대응변의 길이가 모두 같으므로 합동인 삼각형은 4개가 된다. (○)

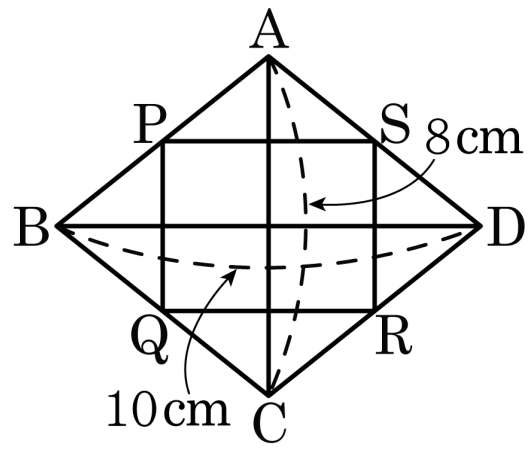
㉣ $\triangle DEF$ 의 크기는 $\triangle ABC$ 의 $\frac{1}{4}$ 이므로

$\triangle DEF = \frac{1}{4}\triangle ABC = \frac{1}{4} \times 16 = 4$ 이다. (×)

㉤ $\square DBCF$ 의 넓이는 $\triangle DBE$, $\triangle FEC$, $\triangle EFD$ 의 합으로 $\triangle ABC$ 의 $\frac{3}{4}$ 이므로

$\square DBCF = \frac{3}{4}\triangle ABC = \frac{3}{4} \times 60 = 45$ 이다. (○)

5. 다음 그림에서 □ABCD 는 마름모이다. □ABCD 의 네 변의 중점을 각각 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 18 cm

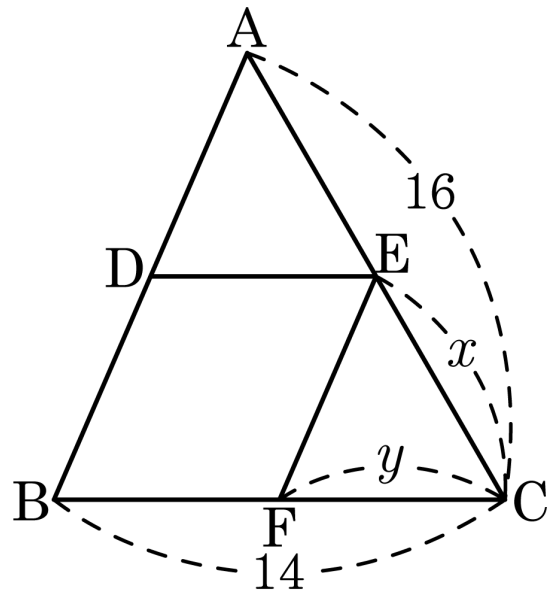
해설

$\overline{PQ} = \overline{SR} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 4(\text{cm})$,

$\overline{PS} = \overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 5(\text{cm})$,

$\therefore$ (□PQRS 의 둘레의 길이)$= 2(4+5) = 18(\text{cm})$

6. 다음 그림에서 점D 는 $\overline{AB}$ 의 중점이고 $\overline{AC} = 16, \overline{BC} = 14$, $\overline{DE} // \overline{BC}$, $\overline{AB} // \overline{EF}$ 일 때, $x + y$ 의 길이를 구하면?



① 12 ② 15 ③ 17

④ 19 ⑤ 21

해설

$\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로

$\overline{AE} = \overline{EC}$

$\therefore x = 8$

$\overline{AE} = \overline{EC}$, $\overline{AB} // \overline{EF}$ 이므로

$\overline{CF} = \overline{FB}$

$\therefore y = 7$

그러므로 $x + y = 15$

7. 지름의 길이가 3cm 인 쇠구슬을 녹여서 지름의 길이가 9cm 인 쇠공을 만들려고 한다. 쇠공 1개를 만들려면 쇠구슬을 몇 개 녹여야하는가?

① 20 개 ② 25 개 ③ 27 개 ④ 30 개 ⑤ 42 개

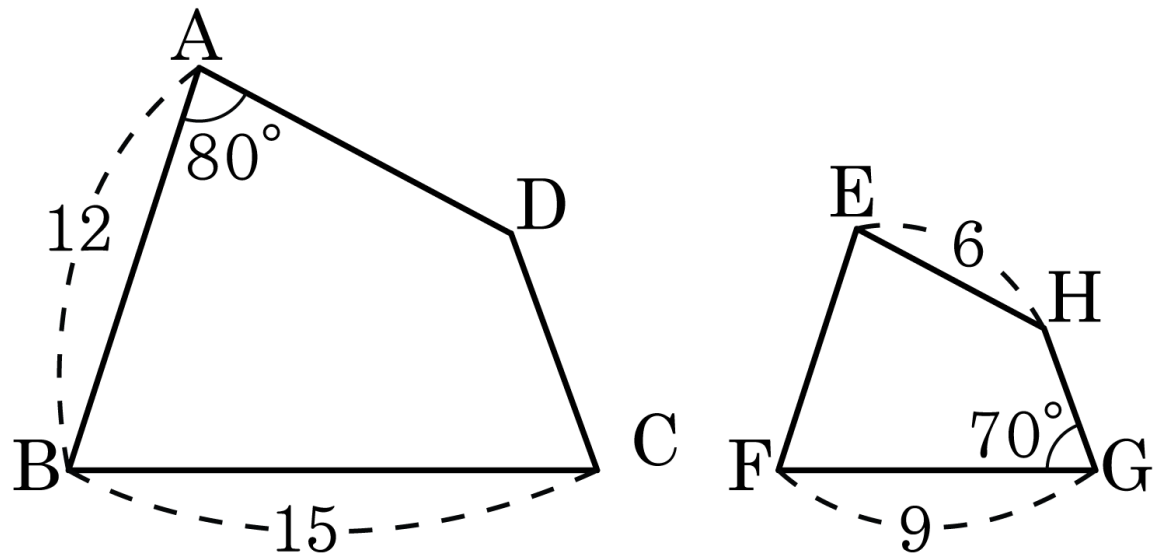
해설

$1.5 : 4.5 = 1 : 3$

$1^3 : 3^3 = 1 : 27$

$\therefore$ 27(개)

8. 다음 그림에서 □ABCD ∽ □EFGH 이다. □ABCD 와 □EFGH 의 둘레의 길이의 비는?

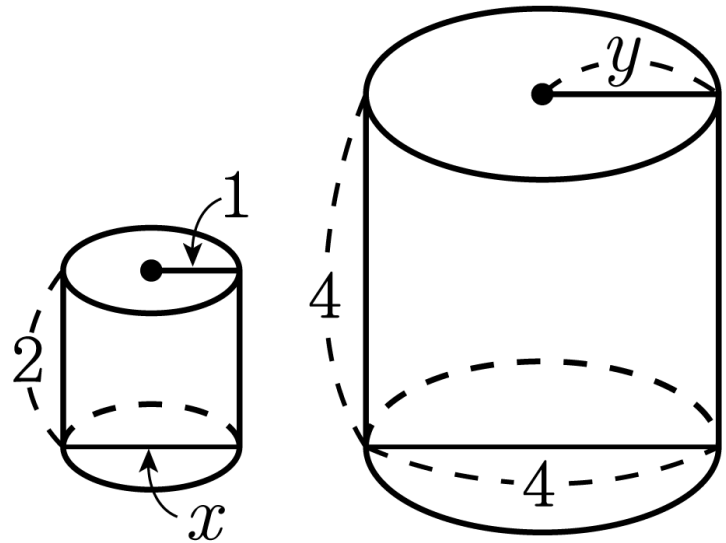


① 2 : 1 ② 4 : 3 ③ 5 : 3 ④ 3 : 5 ⑤ 3 : 2

해설

$\overline{BC} : \overline{FG} = 15 : 9 = 5 : 3$ 이므로 둘레의 길이의 비는 5 : 3 이다.

9. 다음 그림의 두 원기둥은 서로 닮은 도형이다. $x+y$의 값을 구하시오.



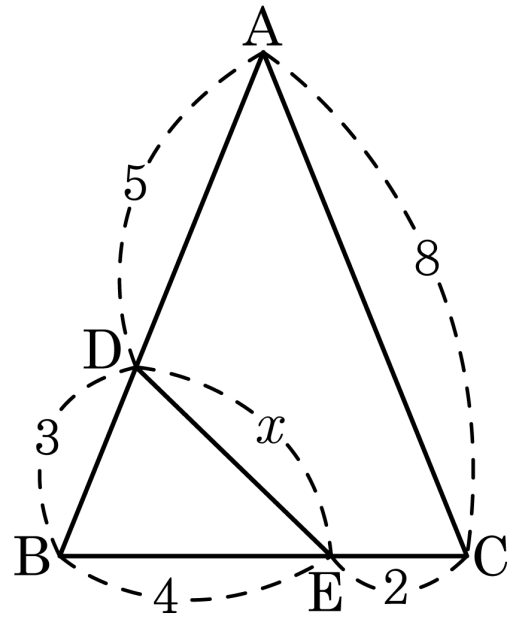
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

닮음비가 $1:2$이므로 $x=2,\ y=2$이다. 따라서 $x+y=4$이다.

10. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

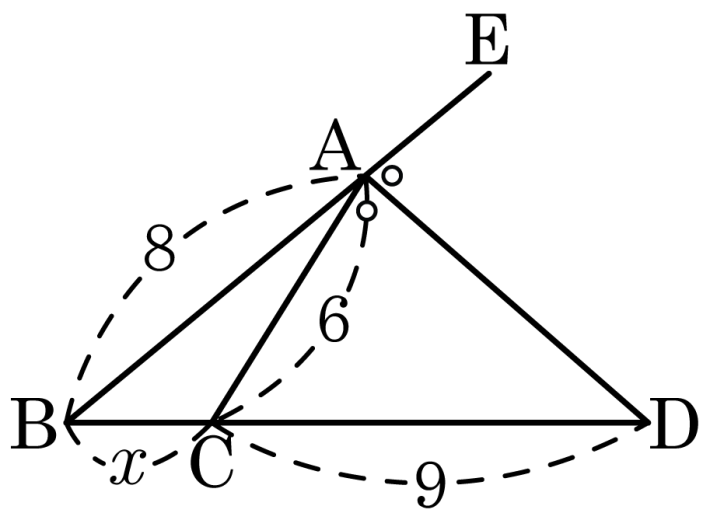
$\overline{BE} : \overline{AB} = \overline{BD} : \overline{BC}$, $\angle B$ 는 공통 이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$(SAS닮음)

닮음비가 $2 : 1$ 이므로 $2 : 1 = 8 : x$

$x = 4$

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}$ 가 $\angle EAC$ 의 이등분선일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

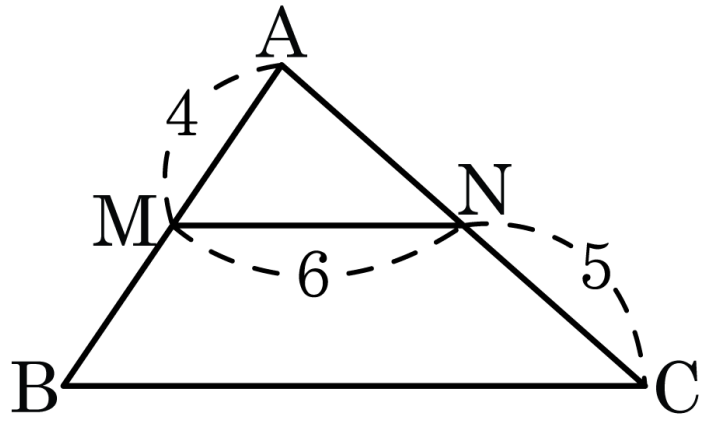
해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

$8 : 6 = (x+9) : 9$, $x = 3$

$\therefore x = \overline{BC} = 3$

12. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① 8 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 30

해설

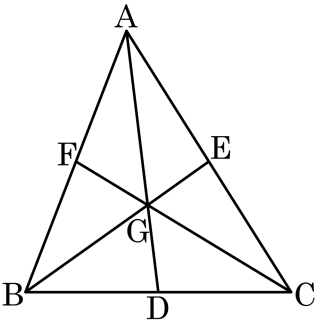
$\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 4 = 8$

$\overline{AC} = 2\overline{NC} = 2 \times 5 = 10$

$\overline{BC} = 2\overline{MN} = 2 \times 6 = 12$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $8 + 10 + 12 = 30$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 G 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AG} = 2\overline{GD}$

② $\overline{AG} = \overline{BG} = \overline{CG}$

③ $\triangle AGE = \triangle CEG$

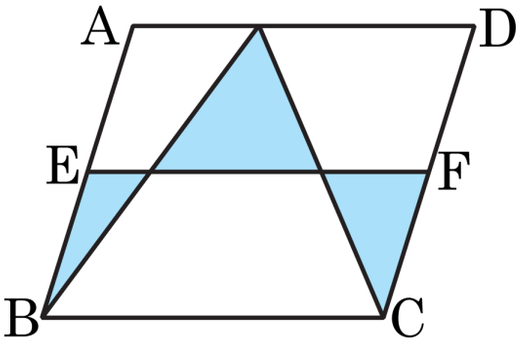
④ $\triangle AGC = \triangle BCG$

⑤ $\triangle ABC = 6\triangle AGE$

해설

점 G 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AD}$, $\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BE}$, $\overline{CG} = \frac{2}{3}\overline{CF}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 세 중선 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$ 의 길이가 서로 같은지 알 수 없으므로 $\overline{AG}$, $\overline{BG}$, $\overline{CG}$ 는 서로 같다고 할 수 없다.

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\square ABCD = 52\,cm^2$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

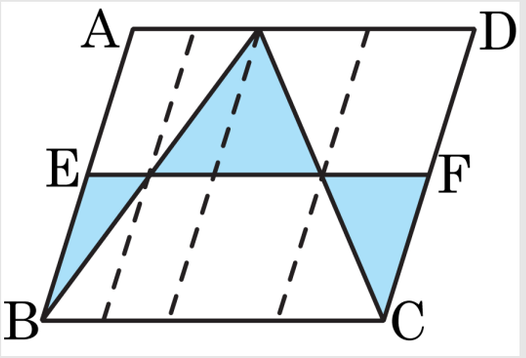


▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : 13 $\underline{cm^2}$

해설

$\overline{AB}$ 에 평행한 보조선을 그으면 색칠한 부분의 넓이의 합은 $\square ABCD$ 의 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이다.



$\therefore \frac{1}{4} \times 52 = 13\,(cm^2)$

15. 두 정육면체의 부피의 비가 $729 : 343$ 일 때, 한 면의 넓이의 비를 $a : b$ 라 하면 $a + b$ 의 값은?

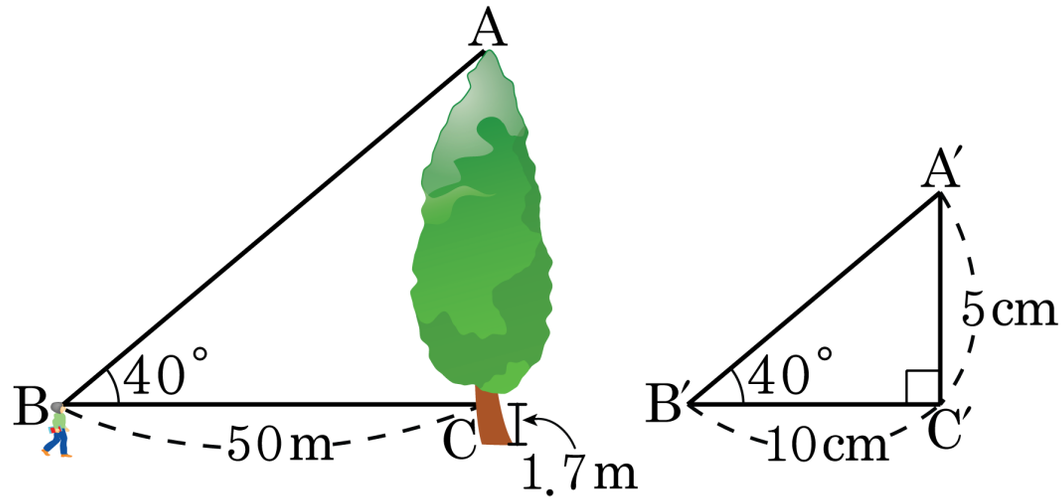
① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

해설

$729 : 343 = 9^3 : 7^3$ 이므로 닮음비는 $9 : 7$ 이고, 넓이의 비는 $81 : 49$ 이다.

그러므로 $a + b = 81 + 49 = 130$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 나무의 높이를 측정하기 위하여 축도를 그렸다. 나무의 실제 높이는?



① 15 m ② 22 m ③ 25 m

④ 26.7 m ⑤ 27.7 m

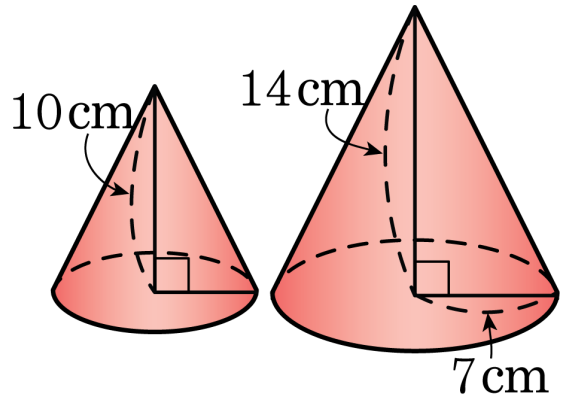
해설

$50 : \overline{AC} = 0.1 : 0.05$

$\overline{AC} = 25\,(\mathrm{m})$

$\therefore$ (나무의 실제 높이) $= 25 + 1.7 = 26.7\,(\mathrm{m})$

17. 다음과 같이 닮음인 두 원뿔에서 작은 원뿔의 밑면의 둘레의 길이는?



① $9\pi\,\mathrm{cm}$ ② $10\pi\,\mathrm{cm}$

③ $11\pi\,\mathrm{cm}$ ④ $12\pi\,\mathrm{cm}$

⑤ $13\pi\,\mathrm{cm}$

해설

작은 원뿔의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$라고 하면

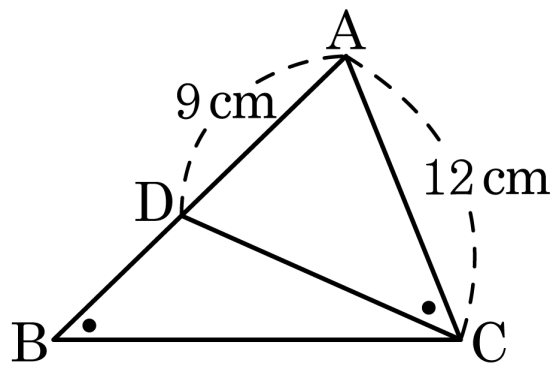
$10 : 14 = r : 7$

$14r = 70$

$\therefore\ r = 5$

따라서 밑면의 둘레는 $2\pi \times 5 = 10\pi(\,\mathrm{cm})$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle ACD$, $\overline{AC} = 12\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



① $4\,\text{cm}$ ② $5\,\text{cm}$ ③ $6\,\text{cm}$

④ $7\,\text{cm}$ ⑤ $8\,\text{cm}$

해설

$\angle B = \angle ACD$, $\angle A$는 공통이므로

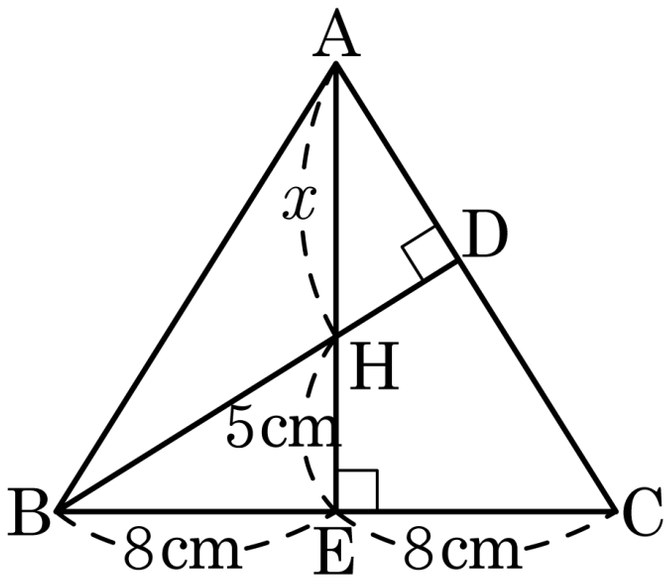
$\triangle ACD \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)

$\therefore 9 : 12 = 12 : \overline{AB}$

$\overline{AB} = 16\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{BD} = \overline{AB} - 9 = 16 - 9 = 7(\,\text{cm})$

19. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BE} = \overline{CE} = 8\text{cm}$, $\overline{HE} = 5\text{cm}$ 일 때, x 의 길이는?



① 4cm ② 7.4cm ③ 12.8cm

④ 6cm ⑤ 7.8cm

해설

$\triangle HBE \backsim \triangle CAE$ (AA 닮음)

$\overline{HE} : \overline{EB} = \overline{CE} : \overline{EA}$

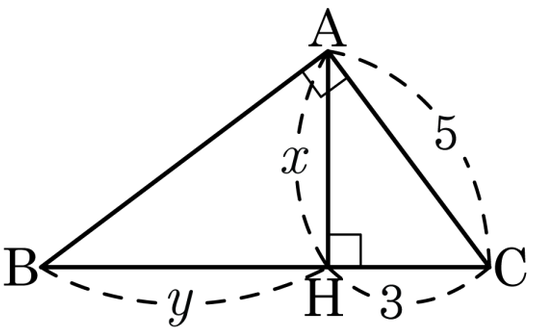
$5 : 8 = 8 : (x+5)$

$5(x+5) = 64$

$5x = 39$

$\therefore\ x = 7.8(\text{cm})$

20. 다음과 같은 직각삼각형에서 x, y, h 의 값은?



① $x=3,\ y=\dfrac{11}{3}$ ② $x=4,\ y=\dfrac{11}{3}$ ③ $x=4,\ y=\dfrac{13}{3}$

④ $x=4,\ y=\dfrac{16}{3}$ ⑤ $x=5,\ y=\dfrac{20}{3}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}}^2=\overline{\mathrm{CH}}\cdot\overline{\mathrm{CB}}$

$5^2=3\cdot(3+y)$

$25=9+3y$

$16=3y$

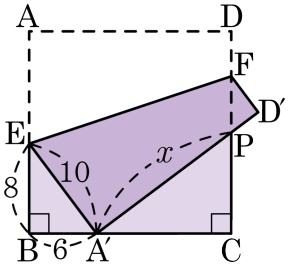
$\therefore y=\dfrac{16}{3}$

$\overline{\mathrm{AH}}^2=\overline{\mathrm{BH}}\cdot\overline{\mathrm{CH}}$

$x^2=y\cdot 3=\dfrac{16}{3}=16$

$\therefore x=4$

21. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 점 A′ 에 오도록 접었을 때, x 의 값은?



① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

i) $\overline{EA'} = \overline{EA} = 10$ 이므로 $\overline{AB} = 10+8 = 18$ 이 되어 □ABCD 는 한 변의 길이가 18 인 정사각형이 된다.
$\overline{A'C} = 18 - 6 = 12$

ii) $\angle BEA' + \angle BA'E = \angle BA'E + \angle PA'C = 90°$ 이므로 $\angle BEA' = \angle PA'C$ ⋯ ㉠
$\angle B = \angle C = 90°$ ⋯ ㉡

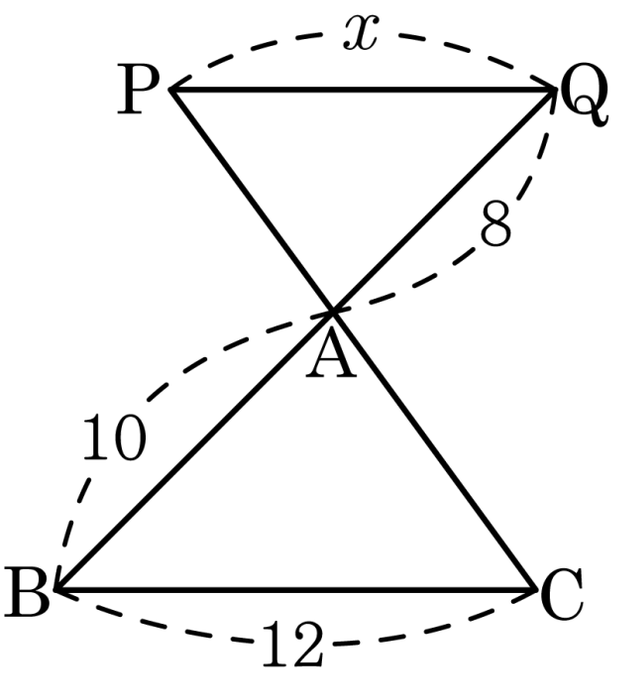
㉠, ㉡에 의해 $\triangle EBA' \backsim \triangle A'CP$

따라서 $\overline{EB} : \overline{A'C} = \overline{EA'} : \overline{A'P}$

$8 : 12 = 10 : x$

$\therefore\ x = 15$

22. 다음 그림에서 $\overline{PQ} // \overline{BC}$ 이고 $\overline{AQ} = 8$, $\overline{AB} = 10$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, x 의 값은?



① 6 ② 8 ③ 9 ④ 9.6 ⑤ 15

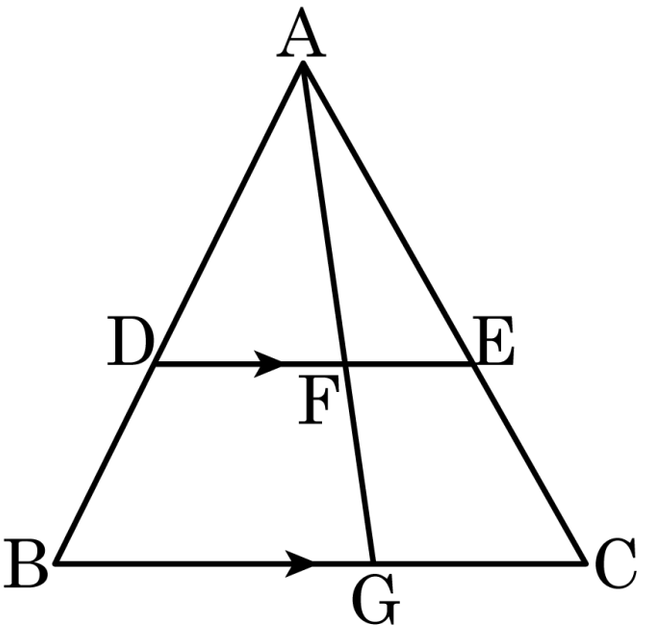
해설

$\triangle APQ \backsim \triangle ACB$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{AQ} = \overline{BC} : \overline{PQ}$

$10 : 8 = 12 : x$

$10x = 96 \quad \therefore \ x = 9.6$

23. 다음 그림에서 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 일 때, 다음 중 성립하지 <u>않는</u> 것은?



① $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$

② $\overline{DF} : \overline{BG} = \overline{AE} : \overline{AC}$

③ $\dfrac{\overline{DF}}{\overline{FE}} = \dfrac{\overline{BG}}{\overline{GC}}$

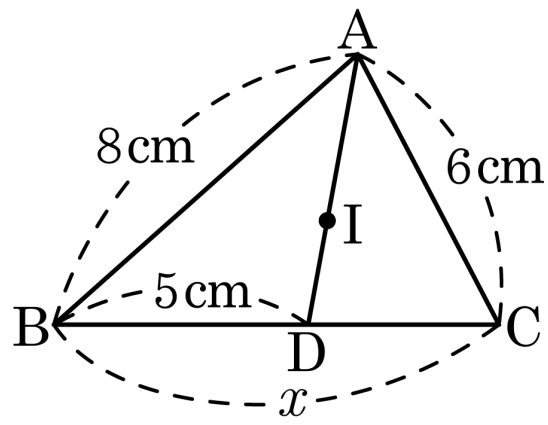
④ $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{DB}} = \dfrac{\overline{FE}}{\overline{GC}}$

⑤ $\dfrac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$

해설

$\overline{BC}//\overline{DE}$ 이므로 ④ $\dfrac{\overline{FE}}{\overline{GC}} = \dfrac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$ 로 고쳐야 한다.

24. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 길이를 구하여라.



① $\frac{21}{4}$ cm ② $\frac{27}{4}$ cm ③ $\frac{31}{4}$ cm

④ $\frac{35}{4}$ cm ⑤ $\frac{37}{4}$ cm

해설

점 I 가 내심이므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

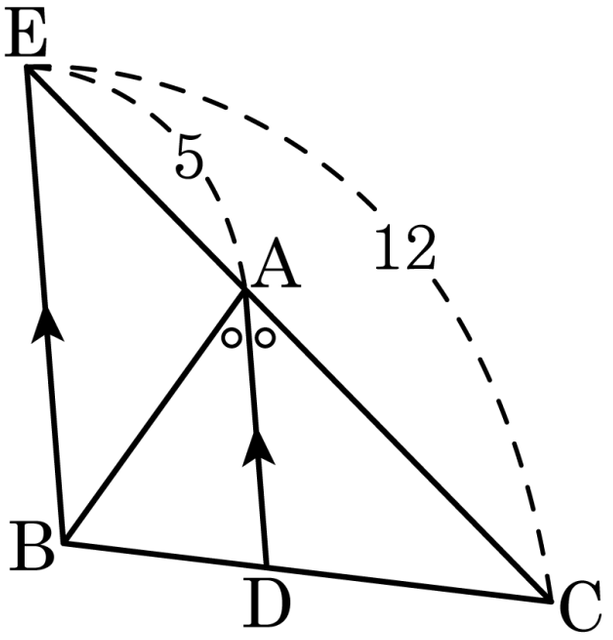
$\therefore \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

$8 : 6 = 5 : \overline{CD}$

$4\,\overline{CD} = 15\,,\ \overline{CD} = \frac{15}{4}(\text{cm})$

$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = 5 + \frac{15}{4} = \frac{35}{4}(\text{cm})$

25. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 넓이 S_1, S_2 의 비는?

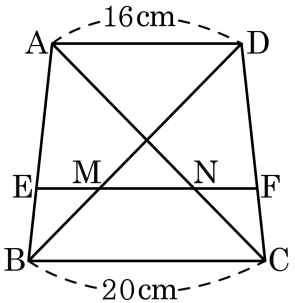


① 5 : 7 ② 7 : 12 ③ 7 : 5 ④ 12 : 7 ⑤ 12 : 5

해설

$\overline{AD}$ 는 $\triangle ABE$ 의 외각의 이등분선이므로 $\overline{AE} = \overline{AB}$ 이다. $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 밑변의 길이의 비는 5 : 7 이고 높이는 서로 같으므로 넓이의 비도 5 : 7 이다. 따라서 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 넓이의 비는 $S_1 : S_2 = 12 : 7$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 2 : 1$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?



① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

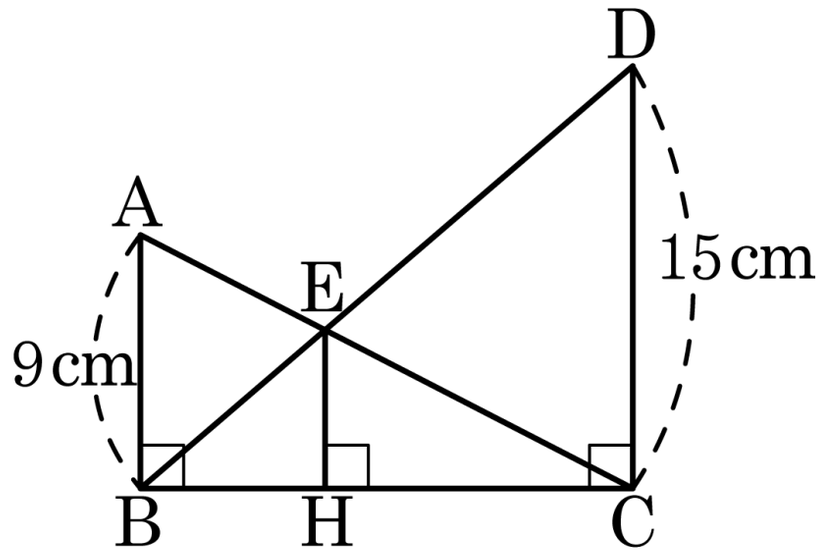
해설

i) $\triangle BEM$, $\triangle BAD$ 에서 $\angle B$ 는 공통, $\angle BEM = \angle BAD$
따라서 $\triangle BEM \backsim \triangle BAD$ (AA 닮음)
닮음비로 $\overline{EM} : \overline{AD} = \overline{BE} : \overline{BA} \Leftrightarrow \overline{EM} : 16 = 1 : 3$
$\therefore \overline{EM} = \frac{16}{3}\text{cm}$

ii) $\triangle AEN$, $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle AEN = \angle ABC$
따라서 $\triangle AEN \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
닮음비로 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EN} : \overline{BC} \Leftrightarrow 2 : 3 = \overline{EN} : 20$
$\therefore \overline{EN} = \frac{40}{3}\text{cm}$

$\therefore \overline{MN} = \overline{EN} - \overline{EM} = \frac{40}{3} - \frac{16}{3} = 8(\text{cm})$

27. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 9cm$, $\overline{DC} = 15cm$, $\overline{AB}//\overline{EH}//\overline{DC}$일 때, $\overline{EH}$의 길이는?



① $\frac{15}{8}$cm ② $\frac{45}{8}$cm ③ 8cm

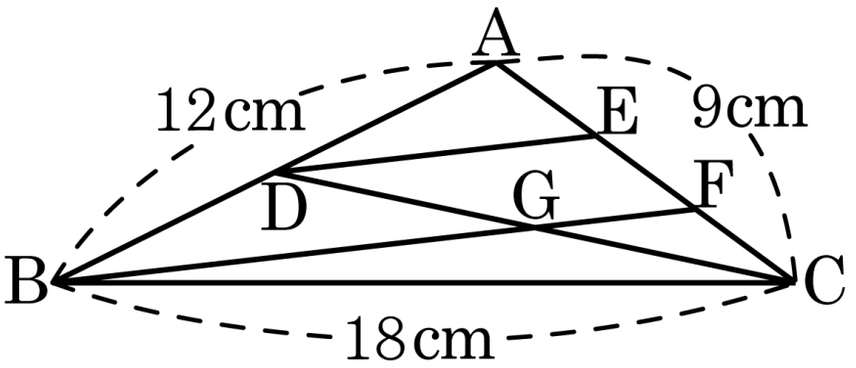
④ $\frac{58}{7}$cm ⑤ 9cm

해설

$\overline{AB}//\overline{EH}//\overline{DC}$이므로 $\overline{EH} = \frac{\overline{AB} \times \overline{DC}}{\overline{AB} + \overline{DC}} = \frac{9 \times 15}{9 + 15} = \frac{45}{8}(cm)$

이다.

28. 다음 그림처럼 점 D 는 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 E, F 는 $\overline{AC}$ 의 삼등분점일 때, $\triangle BCF$ 의 둘레의 길이가 37cm 이다. 이 때, $\overline{GF}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{FC} = 3(\text{cm})$ 이므로

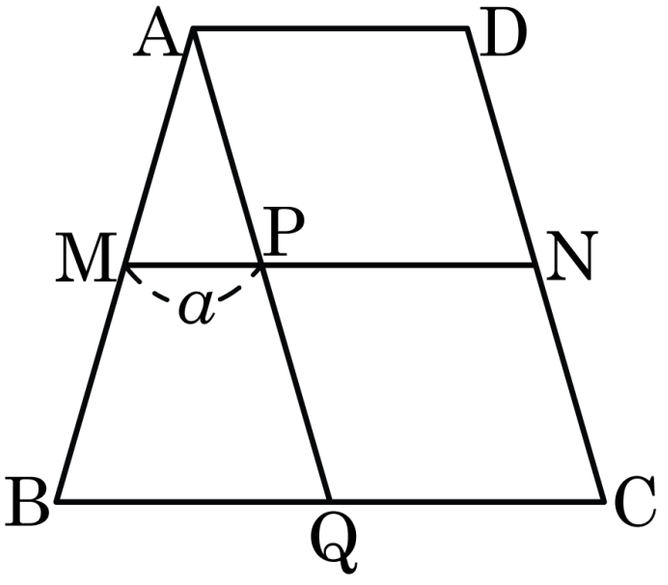
$\overline{BF} = 37 - 3 - 18 = 16(\text{cm})$

$\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{AE} = \overline{EF}$ 이므로

$\overline{DE} // \overline{BF}$, $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{EF}$, $\overline{DE} // \overline{GF}$ 이므로 $\overline{GF} =$

$\frac{1}{2}\overline{DE} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\overline{BF}\right) = \frac{1}{4}\overline{BF} = \frac{1}{4} \times 16 = 4\,(\text{cm})$ 이다.

29. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{MN} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 두 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 a 를 사용하여 나타내면? (단, $\overline{MP} : \overline{PN} = 1 : 2$)

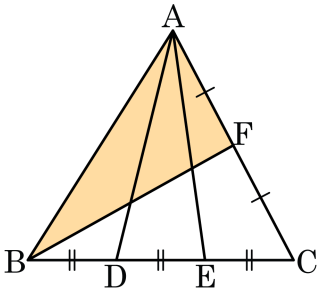


① $3a$ ② $4a$ ③ $5a$ ④ $6a$ ⑤ $7a$

해설

$\overline{AM} : \overline{AB} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{QB} = 2a$ 이다.
$\overline{MP} : \overline{PN} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{PN} = 2a$,
$\overline{AD} = \overline{PN} = \overline{QC}$ 이므로 $\overline{QC} = 2a$ 이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{BQ} + \overline{QC} = 2a + 2a = 4a$ 이다.

30. 그림 그림에서 점 D, E는 $\overline{BC}$ 의 삼등분점이고 $\overline{BF}$ 는 $\triangle ABC$ 의 중선이다. $\triangle ABD = 18\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABF$ 의 넓이는?



① 18cm^2 ② 27cm^2 ③ 30cm^2

④ 36cm^2 ⑤ 54cm^2

해설

점 F 가 $\overline{AC}$ 의 중점이므로 $\triangle ABF = \triangle BCF = \frac{1}{2}\triangle ABC$

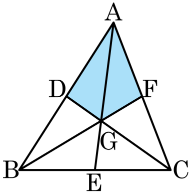
두 점 D , E 는 $\overline{BC}$ 의 삼등분점이므로 $\triangle ABD = \frac{1}{3}\triangle ABC$

$\triangle ABC = 3\triangle ABD = 3 \times 18 = 54\,(\text{cm}^2)$

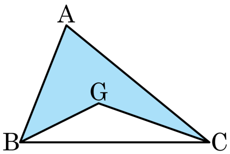
$\therefore\ \triangle ABF = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 54 = 27\,(\text{cm}^2)$

31. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

(1) $\triangle ABC = 42\,\text{cm}^2$



(2)$\triangle ABC = 75\,\text{cm}^2$



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 14 $\underline{\text{cm}^2}$

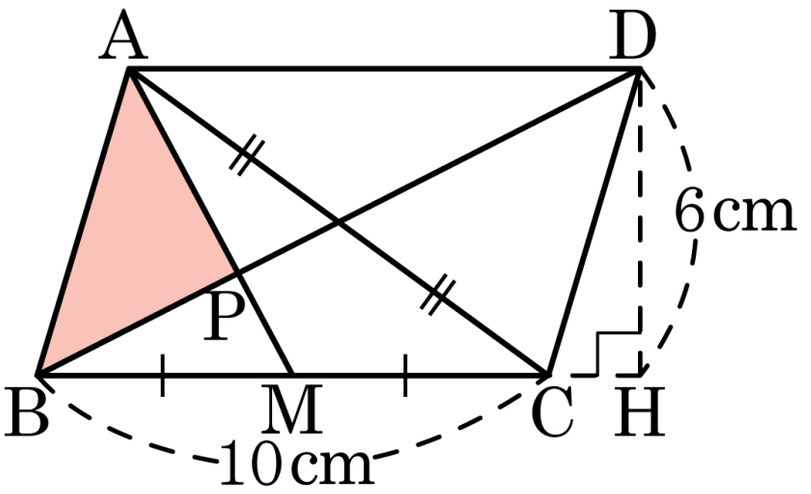
▷ 정답 : 50 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

(1) $\square ADGF = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times 42 = 14(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle ABG + \triangle AGC = \frac{2}{3}\triangle ABC = \frac{2}{3} \times 75 = 50(\text{cm}^2)$

32. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 BC 의 중점을 M 이라 하고, 대각선 BD 와 선분 AM 의 교점을 P 라 할 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



① 5cm^2 ② 8cm^2 ③ 10cm^2

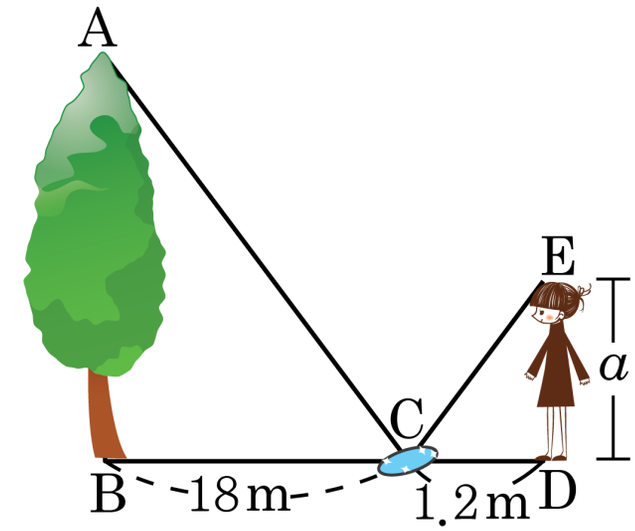
④ 12cm^2 ⑤ 15cm^2

해설

$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 Q 라 하면, $\overline{AM}$ 과 $\overline{BQ}$ 는 $\triangle ABC$ 의 중선이므로 점 P 는 이 삼각형의 무게중심이 된다. 따라서 무게중심의 성질에 의해

$\triangle ABP = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 10(\text{cm}^2)$ 이다.

33. 다음 그림과 같이 거울을 이용해서 나무의 높이를 측정하려고 한다. $\overline{BC} = 18\,\text{m}$, $\overline{CD} = 1.2\,\text{m}$, $\overline{ED} = a$일 때, 나무의 높이를 a에 관하여 구하면?



① $12a$ ② $15a$ ③ $18a$ ④ $20a$ ⑤ $25a$

해설

빛이 반사할 때 입사각과 반사각은 같으므로 $\angle ACB = \angle ECD$, $\angle ABC = \angle EDC = 90°$

따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle EDC$(AA 닮음) 닮음비로 $\overline{AB} : 18 = a : 1.2$

$\overline{AB} \times 1.2 = \overline{AB} \times \frac{6}{5} = 18 \times a$이고 이를 정리하면

$\overline{AB} = 18 \times a \times \frac{5}{6} = 15a$

$\therefore \overline{AB} = 15a$