

1. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$$\begin{aligned} f(-3) &= (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0 \\ \therefore a &= 45 \end{aligned}$$

2. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$2x^2-3x+1, \quad 3x^2-x-2, \quad x^2+3x-4$

- ① $x-1$

② $2x-1$

③ $x-2$

④ $x+3$

⑤ $x+1$

해설

$2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1)$ $3x^2-x-2=(3x+2)(x-1)$ $x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$ 따라서 최대 공약수는 $x-1$ 이다.

3. $j^2 = -\sqrt{-1}$ 라 할 때, j^{2012} 의 값은?

① 1

② -1

③ $\sqrt{-1}$

④ $-\sqrt{-1}$

⑤ 두 개의 값을 갖는다.

해설

$$\begin{aligned} j^4 &= (-\sqrt{-1})^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1 \\ \therefore j^{2012} &= (j^4)^{503} = (-1)^{503} = -1 \end{aligned}$$

4. 연립방정식 $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ xy - y^2 = 6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x = p, y = q$ 또는 $x =$

$r, y = s$ 이다. $p + q + r + s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x - 2y = 1 & \cdots \textcircled{A} \\ xy - y^2 = 6 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x = 2y + 1 \cdots \cdots \textcircled{C}$

②을 ②에 대입하여 정리하면

$$y^2 + y - 6 = 0(y - 2)(y + 3) = 0$$

$$\therefore y = 2, -3$$

$y = 2, y = -3$ 을 ②에 대입하면

$$\text{각각 } x = 5, x = -5$$

$$\therefore x = 5, y = 2 \text{ 또는 } x = -5, y = -3$$

5. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

6. 이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 a 의 값이 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$

이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - (4a + 5) < 0$$

$$a^2 - 4a - 5 < 0, (a - 5)(a + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < a < 5$$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2, 3, 4이다.

7. 원 $x^2 + y^2 = 9$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선이 점 $(6, 6)$ 을 지날 때, ab 의 값은?

- ① $-\frac{27}{8}$ ② $-\frac{15}{8}$ ③ $-\frac{7}{8}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

해설

원 위의 점 (a, b) 에서의 접선의 방정식은

$ax + by = 9$ 이고

이 접선이 점 $(6, 6)$ 을 지나므로

$$6a + 6b = 9 \quad \therefore a + b = \frac{3}{2}$$

또, 점 (a, b) 는 원 위의 점이므로

$$a^2 + b^2 = 9$$

이때, $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$ 에서

$$9 = \frac{9}{4} - 2ab \quad \therefore ab = -\frac{27}{8}$$

8. 직선 $ax + by = 1$ 을 x 축의 방향으로 -2 , y 축의 방향으로 3 만큼 평행 이동한 직선이 $2x - 3y + 12 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 $ax + by = 1$ 을 x 축의 방향으로 -2 ,
 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면
 $a(x + 2) + b(y - 3) = 1$, $ax + by + 2a - 3b - 1 = 0$
이 직선이 $2x - 3y + 12 = 0$ 과 같으므로
 $\frac{a}{2} = \frac{b}{-3} = \frac{2a - 3b - 1}{12}$
이 식을 풀면 $a = 2$, $b = -3$ 이다.
 $\therefore a + b = -1$

9. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 $x + 4$ 이고, $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x + 3$ 일 때, $f(x)$ 를 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 하자. 이때 $R(10)$ 의 값은?

- ① 86 ② 88 ③ 90 ④ 92 ⑤ 94

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + x + 4$$

$$\cdots f(1) = 5, f(2) = 6 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(x) = (x-1)(x-3)P(x) + 2x + 3$$

$$\cdots f(1) = 5, f(3) = 9 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)Z(x) + R(x)$$

$$R(x) = ax^2 + bx + c \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

㉠, ㉡를 ㉢에 각각 대입하면,

$$a + b + c = 5, 4a + 2b + c = 6, 9a + 3b + c = 9$$

세식을 연립하여 풀면, $a = 1, b = -2, c = 6$

$$R(x) = x^2 - 2x + 6$$

$$\therefore R(10) = 86$$

10. 이차방정식 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

1이 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 근이므로

$x = 1$ 을 대입하면 $1 + m + m - 1 = 0 \quad \therefore m = 0$

주어진 방정식은 $x^2 - 1 = 0 \quad \therefore x = \pm 1$

따라서 다른 한 근은 $x = -1$

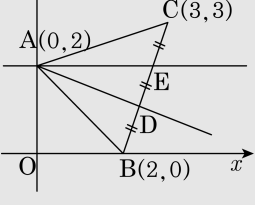
11. 점 A(0, 2), B(2, 0), C(3, 3) 으로 이루어진 삼각형ABC 가 있다. $\triangle ABC$ 가 직선 $(k + 1)x + (k - 1)y = 2(k - 1)$ 에 의해 두 개의 도형으로 나누어지며, 한 쪽의 넓이가 다른 쪽 넓이의 두 배가 될 때의 k 값을 구하여라. (단, k 는 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$k(x + y - 2) + x - y + 2 = 0$ 은 k 에 관계없이
A(0, 2) 를 지나는 직선이므로
 $\triangle ABC$ 를 그림과 같이
2 개의 삼각형으로 나누게 된다



따라서 $\overline{BC}$ 를 1 : 2 또는 2 : 1 로 내분하는
점D, E 를 지나게 된다.

D $\left(\frac{7}{3}, 1\right)$, E $\left(\frac{8}{3}, 2\right)$ 이므로

(i) D 를 지날 때,

$$k \left(\frac{7}{3} + 1 - 2 \right) + \frac{7}{3} - 1 + 2 = 0$$

$k = -\frac{5}{2}$ 이므로 부적합 ($\because k$ 는 정수)

(ii) E 를 지날 때,

$$k \left(\frac{8}{3} + 2 - 2 \right) + \frac{8}{3} - 2 + 2 = 0$$

$\therefore k = -1$

12. 다음 세 직선 l, m, n 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

$$\begin{aligned}l &: y = -2x + 2 \\m &: 2x + y - 1 = 0 \\n &: x - 2y - 2 = 0\end{aligned}$$

- ①

$l // m$
- ②

$l // n$
- ③

$m \perp n$
- ④

$l \perp m$
- ⑤

$m // n$

해설

$$\begin{aligned}l &: y = -2x + 2 \\m &: y = -2x + 1 \\n &: y = \frac{1}{2}x - 1\end{aligned}$$
이므로
 $l // m, l \perp n, m \perp n$ 이다.
따라서, 옳은 것은 ①, ③이다.

13. 두 직선 $y = 3x + 2$, $x - ay - 7 = 0$ 이 서로 수직이 되도록 상수 a 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 직선이 서로 수직이면 기울기의 곱이 -1 이다.

$$\therefore 3 \times \frac{1}{a} = -1 \Rightarrow a = -3$$

14. 직선 $y = 2x + k$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 y 절편이 -3 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

직선 $y = 2x + k$ 를 원점에 대하여 대칭이동한
직선의 방정식은 $-y = -2x + k$, 즉 $y = 2x - k$
이 때, 이 직선의 y 절편이 -3 이 되어야 하므로
 $-k = -3$
 $\therefore k = 3$

15. 다음 연립부등식이 나타내는 영역의 넓이는?

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 4 \\ y \geq 2x-1 \end{cases}$$

① $\frac{1}{2}\pi + 2$

② $2 - \pi$

③ $2\pi - 1$

④ 2π

⑤ 4π

해설

$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 4$ 이 나타내는 영역은
중심이 $(1,1)$ 이고
반지름의 길이가 2 인 원의 내부이고,
 $y \geq 2x-1$ 이 나타내는 영역은
주어진 원의 중심을 지나는
직선의 윗부분을 나타낸다.
그러므로 공통영역의 넓이는
원의 넓이의 절반인 $4 \cdot \frac{\pi}{2} = 2\pi$ 이다.

16. 부등식 $x^2 - 2 \leq y - 1 \leq x$ 를 만족하는 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 8개

해설

부등식 $x^2 - 2 \leq y - 1 \leq x$,

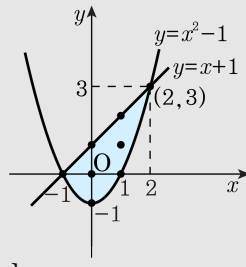
즉 $x^2 - 1 \leq y \leq x + 1$ 의 영역은
포물선 $y = x^2 - 1$ 의 경계를 포함한 윗
부분과

직선 $y = x + 1$ 의 경계를 포함한 아랫
부분의 공통 부분이고,
이 영역에 포함되는 점 중 x 좌표, y 좌

표가 모두 정수인 점의 좌표는 다음과 같다.

$(-1, 0), (0, 1), (0, 0), (0, -1), (1, 2), (1, 1), (1, 0), (2, 3)$

따라서, 구하는 순서쌍은 8 개다.



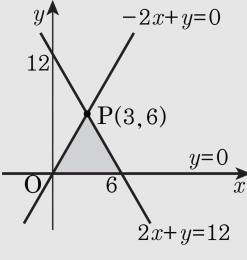
17. 세 부등식 $2x + y \leq 12$, $-2x + y \leq 0$, $y \geq 0$ 을 동시에 만족시키는 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

구하는 영역 $2x + y \leq 12$,
 $-2x + y \leq 0$, $y \geq 0$ 은
세 직선으로 둘러싸인 빗금친 부분이다.
교점 P를 구하면
연립방정식
 $-2x + y = 0$, $2x + y = 12$ 의 근이므로
 $P(3, 6)$



구하는 면적은 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$

18. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누면 몫이 $A(x)$, 나머지가 a 이고, $x+2$ 로 나누면 몫이 $B(x)$, 나머지가 b 라고 한다. 이때, $A(x)$ 를 $x+2$ 로 나누는 나머지를 a, b 로 나타내면?

- ① $a-b$ ② $\frac{a-b}{2}$ ③ $\frac{a-b}{3}$ ④ $\frac{a-b}{4}$ ⑤ $\frac{a-b}{5}$

해설

$$f(x) = (x-1)A(x) + a \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x) = (x+2)B(x) + b \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에 각각 $x=1, x=-2$ 를 대입하면

$$f(1) = a, f(-2) = b$$

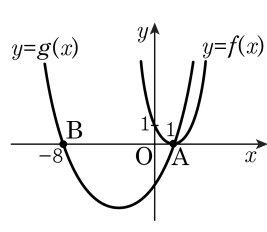
$A(x)$ 를 $x+2$ 로 나누는 나머지는 나머지의정리에 의해 $A(-2)$ 이다.

①에 $x=-2$ 를 대입하면

$$f(-2) = -3A(-2) + a = b$$

$$\therefore A(-2) = \frac{a-b}{3}$$

19. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 점 $A(1, 0)$ 에서 접하고, 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 x 축과 두 점 $A(1, 0)$, $B(-8, 0)$ 에서 만난다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 x^2 의 계수가 모두 1일 때, 방정식 $f(x) + 2g(x) = 0$ 의 근은?



- ① $x = 1$
 ② $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = 1$
 ③ $x = -\frac{1}{5}$ 또는 $x = 3$
 ④ $x = -\frac{1}{5}$ 또는 $x = 1$
 ⑤ $x = -5$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = 1$

해설

$$f(x) = (x-1)^2, g(x) = (x+8)(x-1) \text{ 이므로}$$

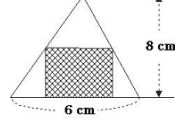
$$f(x) + 2g(x) = (x-1)^2 + 2(x+8)(x-1) = 3x^2 + 12x - 15$$

따라서, 방정식 $f(x) + 2g(x) = 0$,

$$\approx 3x^2 + 12x - 15 = 0 \text{ 의 근은 } 3(x+5)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 1$$

20. 철민이는 그림과 같이 밑변의 길이가 6 cm , 높이가 8 cm 인 삼각형 모양의 나무 판자를 가지고 있다. 이 판자를 그림과 같이 잘라 넓이가 12 cm^2 인 직사각형 모양의 판자를 만들려고 한다. 이 때, 이 판자의 가로 길이를 구하여 라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

삼각형에 내접하는 직사각형의 가로를 α , 세로를 β 라 하자.
다음 조건에 의해 $\alpha : 8 - \beta = 3 : 4$
 $\Rightarrow 3\beta = 24 - 4\alpha$,
넓이가 12 이므로 $\alpha\beta = 12$
 $\therefore \alpha\beta = \alpha(8 - \frac{4}{3}\alpha) = 12, (\alpha - 3)^2 = 0$
 $\therefore \alpha = 3$

21. 이차방정식 $x^2 + mx + m + 1 = 0$ 의 한 근은 -1 과 0 사이에 있고, 다른 한 근은 1 과 2 사이에 있도록 m 의 값의 범위를 정하면?

- ① $m < -1$ ② $-\frac{5}{3} < m < -1$ ③ $-\frac{5}{2} < m < 1$
④ $-\frac{5}{3} < m < 0$ ⑤ $-\frac{5}{2} < m < 0$

해설

$x^2 + mx + m + 1 = f(x)$ 라 하면,
 $f(-1) > 0, f(0) < 0, f(1) < 0, f(2) > 0$
 $\therefore 2 > 0, m + 1 < 0 \quad 2m + 2 < 0, 3m + 5 > 0$
위 네 부등식을 연립하면
 $\therefore -\frac{5}{3} < m < -1$

22. A(3, -1)에서 원 $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 접선의 방정식을 구하면?

① $x - 2y - 6 = 0, 2x + y - 4 = 0$

② $x - 2y - 5 = 0, 2x + y - 5 = 0$

③ $x - 2y - 4 = 0, 2x + y - 5 = 0$

④ $x - 2y - 3 = 0, 2x + y - 4 = 0$

⑤ $x - 2y - 2 = 0, 2x + y - 3 = 0$

해설

점 A를 지나는 접선의 기울기를 m 이라 하면, $y = m(x - 3) - 1$ 접선이므로 원 중심에서 직선까지 거리는 반지름과 같다.

$$\frac{|-3m - 1|}{\sqrt{m^2 + 1^2}} = \sqrt{5}$$

$$2m^2 + 3m - 2 = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{2}, -2$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}, y = -2x + 5 \text{ 이므로}$$

접선의 방정식은 $x - 2y - 5 = 0$ or $2x + y - 5 = 0$

23. 방정식 $x^5 - 3x^4 + x^3 + x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 근 중에서 실근을 α, β, γ 라 하고, 두 허근을 w_1, w_2 라 할 때, $\alpha\beta\gamma + w_1w_2$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 방정식은 홀수차 상반방정식이므로 $x+1$ 을 인수로 갖는다.

$$\therefore (x+1)(x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1) = 0,$$

$$x^2 - 4x + 5 - \frac{4}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 0 \quad (\because x \neq 0)$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 1, 3$$

$$(i) \quad x + \frac{1}{x} = 1 \text{에서 } x^2 - x + 1 = 0$$

$$\therefore w_1w_2 = 1$$

$$(ii) \quad x + \frac{1}{x} = 3 \text{에서 } x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\therefore \alpha\beta = 1$$

$$\therefore \alpha\beta\gamma + w_1w_2 = -1 + 1 = 0 \quad (\because \gamma = -1)$$

24. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 이 허근을 갖고 이 근의 세제곱은 실수이다. 이 때, 실수 a 값들의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

한 허근을 x 라 하면 $x^3 = b^3$ (b 는 실수)라 할 수 있다.

$$x^3 - b^3 = 0 \Leftrightarrow (x - b)(x^2 + bx + b^2) = 0$$

$$x^2 + ax + 3a - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + bx + b^2 = 0$$

$$a = b, 3a - 2 = b^2$$

두 식을 연립해서 풀면 $a = 1, 2$

해설

$$x^2 = -ax - 3a + 2 \quad x^3 = -ax^2 - (3a - 2)x$$

$$x^3 = k \text{ (실수)라 하면 } k = -a(-ax - 3a + 2) - (3a - 2)x$$

$$(a^2 - 3a + 2)x + 3a^2 + 2a - k = 0$$

$$x \text{가 허수이므로 } a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$(a - 1)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = 1, 2$$

25. 좌표평면 위의 두 점 A(4, 3), B(1, 3)이 있다. 점 A에서 x축 위의 점과 y축 위의 점을 각각 지나 점 B에 이르는 최단 거리는?

- ① 5 ② 7 ③ $\sqrt{53}$ ④ $\sqrt{61}$ ⑤ $\sqrt{75}$

해설

점 A의 x축에 대한 대칭점을 A', 점 B의 y축에 대한 대칭점을 B'
두 점 A', B'을 지나는 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면
 $\overline{AP} = \overline{A'P}$, $\overline{BQ} = \overline{B'Q}$
주어진 조건을 만족하는 최단 거리는 두 점 A'(4, -3), B'(-1, 3) 사이의 거리이다.
 $\therefore \overline{A'B'} = \sqrt{(4+1)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{61}$

