

1. 함수 $y = \frac{6}{x^2 - 2x + 4}$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 2x + 4 = (x - 1)^2 + 3 > 0$ 이므로
분모가 최소가 될 때 y 가 최대이다.

$\therefore x = 1$ 일 때 최댓값 $\frac{6}{3} = 2$

2. 방정식 $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

① $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

② $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③ $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④ $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로 $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x+1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근은 $1 \pm \sqrt{2}$

$\therefore a = -3$, 나머지 근은 $1 \pm \sqrt{2}$

3. 두 점 A(1),B(5)에 대하여 선분 AB를 3:1로 내분하는 점 P와 선분 AB를 3:1로 외분하는 점 Q 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\frac{3 \times 5 + 1 \times 1}{3 + 1} = 4$$

∴ P(4)

$$\frac{3 \times 5 - 1 \times 1}{3 - 1} = 7$$

∴ Q(7)

$$\therefore PQ = |7 - 4| = 3$$

4. 두 다항식 $A = x^2 - x - 2$, $B = x^2 - 5x + 6$ 에 대하여 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 두 다항식의 최대공약수는 $x - 1$ 이다.
- ② 두 다항식의 최소공배수는 $x^3 - 4x^2 - 3x + 6$ 이다.
- ③ 두 다항식의 합은 최대공약수와 같다.
- ④ 두 다항식의 차는 최소공배수와 같다.
- ⑤ 두 다항식의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같다.

해설

$A = (x - 2)(x + 1)$, $B = (x - 2)(x - 3)$
최대공약수 : $x - 2$
최소공배수 : $(x - 2)(x + 1)(x - 3)$
 \therefore (두 다항식의 곱) = (최대공약수) \times (최소공배수) = $(x - 2)^2(x + 1)(x - 3)$

5. 점 $(1, 3)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접선을 그을 때 접선의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

원의 중심과 점 $(1, 3)$ 사이의 거리는 $\sqrt{10}$ 이므로
피타고라스의 정리에 의해 접선의 길이는 $\sqrt{10-1} = 3$

6. 점 $(a-4, a-2)$ 를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 다음, $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점과 원점 사이의 거리가 2일 때, 처음 점의 좌표를 (p, q) 라 한다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(a-4, a-2) \rightarrow (a, a-2)$
(x 축으로 4만큼 평행이동)
 $(a, a-2) \rightarrow (a-2, a)$
($y = x$ 에 대칭이동)
 $(a-2, a)$ 와 원점 사이의 거리는
 $\sqrt{(a-2)^2 + a^2} = 2$
 $2a^2 - 4a + 4 = 4,$
 $\therefore a = 2$ ($\because a \neq 0$)
처음 점의 좌표 $(a-4, a-2)$ 에 $a = 2$ 를 대입하면
구하는 점의 좌표 $(p, q) = (-2, 0)$
 $\therefore p^2 + q^2 = 4$

7. 연립부등식 $\begin{cases} y \geq \frac{1}{4}x^2 - 1 \\ y \leq -\frac{1}{4}x^2 + 1 \end{cases}$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여

$y - \frac{1}{2}x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$ ② 2 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

주어진 연립부등식의 영역은 그림에서 색칠한 부분이다.

여기서 $y = -\frac{1}{2}x = k$ 라 하면,

k 가 최대, 최소로 되는 것은 그림과 같이 꼭선에 접할 때이다.

따라서 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$ 과 $y = \frac{1}{2}x + k$

가 접할 때,

$$\frac{1}{2}x + k = -\frac{1}{4}x^2 + 1$$

$$x^2 + 2x + 4(k - 1) = 0$$

$$D/4 = 1 - 4(k - 1) = 0$$

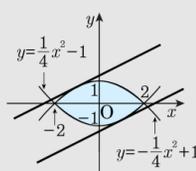
$$\therefore k = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \text{최댓값은 } M = \frac{5}{4}$$

또한, $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ 과 $y = \frac{1}{2}x + k$ 가 접할 때,

같은 방법으로 최솟값을 구하면 $m = -\frac{5}{4}$

$$\therefore M - m = \frac{5}{4} - \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{2}$$



8. $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 을 동시에 만족시키는 x, y, z 에 대하여 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 4

해설

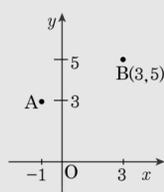
- (i) $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 에서
 x, y 를 z 에 대하여 나타내면
 $x = 2z + 1$, $y = -3z - 1$
- (ii) $x = 2z + 1$, $y = -3z - 1$ 을 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면
 $(4a + 9b + c)z^2 + 2(2a + 3b)z + (a + b - 1) = 0$
 $\therefore 4a + 9b + c = 0$, $2a + 3b = 0$, $a + b - 1 = 0$
 $\therefore a = 3$, $b = -2$, $c = 6$
 $\therefore a + b + c = 7$

9. 두 점 A(-1, 3), B(3, 5)에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점을 P, y축 위의 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이를 구하면?

- ① 4 ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

해설

P(a , 0)이라 하면, $\overline{AP} = \overline{BP}$
 $(a+1)^2 + 3^2 = (a-3)^2 + 5^2$, $8a = 24$
 $\therefore a = 3$
 Q(0, b)이라 하면, $\overline{AQ} = \overline{BQ}$
 $1^2 + (b-3)^2 = (-3)^2 + (b-5)^2$
 $\therefore 4b = 24$
 $\therefore b = 6$ P(3, 0), Q(0, 6)
 $\therefore \overline{PQ} = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$



10. 방정식 $(2 + 3i)z + (2 - 3i)\bar{z} = 2$ 를 만족시키는 복소수 z 는? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수)

- ① 존재하지 않는다. ② 한 개 있다.
③ 두 개뿐이다. ④ 무수히 많이 있다.
⑤ 세 개뿐이다.

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)라 놓으면,
 $(2 + 3i)z + (2 - 3i)\bar{z} = 2$ 에서
 $(2 + 3i)(a + bi) + (2 - 3i)(a - bi) = 2$
 $2(2a - 3b) = 2$
 $\therefore 2a - 3b = 1$ 을 만족하는 실수 a, b 의 쌍은 무수히 많다.