

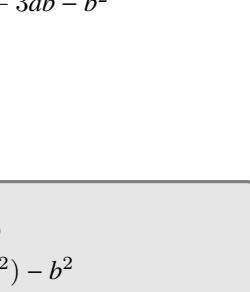
1. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

- ① $x - 1$ ② x ③ 1
④ $x + 3$ ⑤ $3x - 1$

해설

직접 나누어보면
 $(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$
몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

2. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



- ① $a^2 - 2ab - b^2$ ② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$ ④ $-a^2 + 3ab - b^2$
⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned}\square GBFH &= \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD \\ &= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2\end{aligned}$$

3. $\frac{x+1}{3} = y - 2$ 를 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여, 항상 $ax + by = 7$ 이 성립할 때, a, b 의 값을 구하여라. (a, b 는 상수)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -1$

▷ 정답: $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y - 2, x + 1 = 3(y - 2)$$

$$x - 3y = -7$$

$$-x + 3y = 7 \Leftrightarrow ax + by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

4. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a - b + c$ 의 값은?

$$x^2 - 2x + 4 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$$

- ① 8 ② 7 ③ 3 ④ 0 ⑤ -3

해설

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x = 0$ 을 대입하면

$$4 = 2a \quad \therefore a = 2$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$3 = -b \quad \therefore b = -3$$

$x = 2$ 을 대입하면

$$4 = 2c \quad \therefore c = 2$$

$$\therefore a - b + c = 2 - (-3) + 2 = 7$$

5. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 $x - 2, x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -8 ② -2 ③ -16 ④ 4 ⑤ 2

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

6. $f(x) = 3x^3 + px^2 + qx + 12$ 가 $x+2$ 로도 나누어떨어지고, $x-1$ 로도 나누어떨어질 때, $\frac{q}{p}$ 의 값은?

- ① 9 ② 4 ③ -9 ④ -3 ⑤ -12

해설

$$f(-2) = -24 + 4p - 2q + 12 = 0$$

$$f(1) = 3 + p + q + 12 = 0$$

$$p = -3, q = -12, \frac{q}{p} = \frac{-12}{-3} = 4$$

7. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

- ① $a + c$ ② $a - b^2$ ③ $a^2 - b^2 + c^2$
④ $a^2 + b^2 + c^2$ ⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

8. 복소수 $z = (2+i)a^2 + (1+4i)a + 2(2i-3)i$ 가 순허수일 때, 실수 a 의 값은?

- ① -2 ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

순허수이므로 $2a^2 + a - 6 = 0$

$$\Rightarrow (a+2)(2a-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데 $a = 2$ 이면,

$a^2 + 4a + 4 = 0$ 이 되어 순허수가 성립되지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

9. 임의의 두 복소수 a, b 에 대하여 연산 \oplus 를 $a \oplus b = ab - (a + b)$ 로 정의한다. $Z = \frac{5}{2-i}$ 일 때, $Z \oplus \bar{Z}$ 의 값은?

- ① 1 ② $1+2i$ ③ $1-2i$
④ -1 ⑤ $2-2i$

해설

$Z \oplus \bar{Z} = Z\bar{Z} - (Z + \bar{Z})$, $Z = 2+i$, $\bar{Z} = 2-i$ 이므로 연산을 계산해보면, $5 - 4 = 1$ 답은 ①

10. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 족제복소수이다.)

Ⓐ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

Ⓑ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

Ⓒ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

① Ⓐ

② Ⓑ

③ Ⓒ, Ⓑ

④ Ⓑ, Ⓒ

⑤ Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ

해설

Ⓐ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$

Ⓑ (생략)

Ⓒ $\alpha = x + yi$ 라 하면

$$\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2(x, y \text{는 실수})$$

$$x^2 + y^2 = 0 \text{이려면 } x = 0, y = 0$$

$$\Rightarrow, \alpha = 0$$

11. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$ 이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

12. 방정식 $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: -1

해설

i) $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ \diamond]므로, $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii) $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ \diamond]므로, $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

13. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -\sqrt{2}$ ② $x = \sqrt{2}$ ③ $x = 0$
④ $x = 4 - \sqrt{2}i$ ⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

14. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2, α 일 때, $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

해가 2, α 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고 α 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

15. x 에 대한 이차방정식 $(m+3)x^2 - 4mx + 2m - 1 = 0$ 의 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값의 합은?

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 중근을 가질 조건은 $D = 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (-2m)^2 - (m+3)(2m-1) = 0$$

$$4m^2 - (2m^2 + 5m - 3) = 0$$

$$2m^2 - 5m + 3 = 0$$

$$(m-1)(2m-3) = 0$$

$$\therefore m = 1 \text{ 또는 } \frac{3}{2}$$

$$\therefore 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

16. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a+3)x + a^2 + 7 = 0$ 의 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \geq 0$ ② $-1 < a < 0$ ③ $-2 < a < 0$
④ $a \geq -\frac{1}{3}$ ⑤ $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a+3)^2 - (a^2 + 7) \geq 0$$

$$a^2 + 6a + 9 - a^2 - 7 \geq 0$$

$$6a + 2 \geq 0 \quad \therefore a \geq -\frac{1}{3}$$

17. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + b - 3 = 0$
이 k 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 상수 a, b 의 값은?

- ① $a = 1, b = 2$ ② $a = 0, b = 3$ ③ $a = -1, b = 2$
④ $a = 0, b = 2$ ⑤ $a = -1, b = 3$

해설

중근을 가지려면, 편별식이 0이다.

$$D' = (k-a)^2 - (k^2 + b - 3) = 0$$

$$\Rightarrow -2ak + a^2 - b + 3 = 0$$

모든 k 에 대해 성립하려면

$$-2a = 0, a^2 - b + 3 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 3$$

18. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$$\begin{aligned} -a &= 2 + 3, \quad a = -5 \\ b &= 2 \cdot 3 = 6 \\ \therefore -5x^2 + 6x + 3 &= 0 \text{에서} \\ \text{두 근의 합은 } \frac{6}{5} &\end{aligned}$$

19. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha - \beta)^2$ 의 값은?

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{20}{3}$ ③ 7 ④ 20 ⑤ -12

해설

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{60}}{3}$$
$$\therefore (\alpha - \beta)^2 = |\alpha - \beta|^2 = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$$

20. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 콜레근인 $1 + i$ 이므로

두 근의 합: $(1+i) + (1-i) = -a \quad \therefore a = -2$

두 근의 곱: $(1+i)(1-i) = b \quad \therefore b = 2$

$\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

21. 다음 $\boxed{\quad}$ 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\boxed{\quad}x^2 + \boxed{\quad}x + \boxed{\quad}) = x + 2$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 2

▷ 정답: -1

해설

$$\boxed{\quad}x^2 + \boxed{\quad}x + \boxed{\quad} = A \text{ 라 하면}$$

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

$\boxed{\quad}$ 안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1이다.

22. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

- ① $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- ② $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
- ③ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- ④ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- ⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= a^4 + a^2 + 1 \end{aligned}$$

23. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

- ① 5 ② $\sqrt{29}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ 6 ⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면
 $2(ab + bc + ca) = 52$
 $4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$
(직육면체 대각선의 길이)
 $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 $= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$
 $= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$

24. $\frac{2x+3a}{4x+1} \nparallel x$ 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $12a = 2$

해설

$$\frac{2x+3a}{4x+1} = k \text{ (일정값 } k \text{) 라 놓으면 } 2x+3a = k(4x+1) \text{에서}$$

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a-k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{이므로 } 3a = k \text{에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

25. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 -3 이고, $x-3$ 으로 나눈 나머지가 5 이다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x-3)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x - 1$

해설

$$\begin{aligned}f(-1) &= -3, \quad f(3) = 5 \\f(x) &= (x+1)(x-3)Q(x) + ax + b \\-a + b &= -3, \quad 3a + b = 5 \\a = 2, \quad b &= -1 \\\therefore ax + b &= 2x - 1\end{aligned}$$

26. $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$ 이다. $a+b+c-d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{aligned}x^2 + x &= A \text{로 치환하면} \\(x-3)(x-1)(x+2)(x+4) + 24 &= (x-1)(x+2)(x-3)(x+4) + 24 \\&= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 12) + 24 \\&= (A-2)(A-12) + 24 \\&= A^2 - 14A + 48 = (A-6)(A-8) \\&= (x^2 + x - 6)(x^2 + x - 8) \\&= (x-2)(x+3)(x^2 + x - 8) \\∴ a+b+c-d &= -2 + 3 + 1 - (-8) = 10\end{aligned}$$

27. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) = 0$ 을 만족하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ① $\angle B = 120^\circ$ 인 둔각삼각형 ② 직각삼각형
③ $\angle B = 150^\circ$ 인 둔각삼각형 ④ 이등변삼각형
⑤ $\angle A = 35^\circ$ 인 예각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & a^2b - a^2c + b^2c - b^2a + c^2a - c^2b \\ &= a^2(b-c) + a(c+b)(c-b) + bc(b-c) \\ &= (b-c) \{ a^2 + (c+b)a + bc \} \\ &= (b-c)(a+b)(a+c) \\ &\therefore b = c (\because a+b \neq 0, a+c \neq 0) \end{aligned}$$

28. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$(준식) = (x^2 + 3)^2 - (2x)^2$$

$$= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

29. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n$ 으로 정의할 때,
 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(2014)$ 의 값은?

- ① -2008 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 2014

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$$
 이므로

$$f(n) = (-i)^n + (i)^n$$

(i) n 이 홀수일 때, $(-i)^n + i^n = 0$

(ii) n 이 짝수일 때, $(-i)^n + i^n = 2i^n$

$$f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(2014)$$

$$= 2i^2 + 2i^4 + 2i^6 + 2i^8 + \cdots + 2i^{2014}$$

$$= 2(-1+1) + 2(-1+1) + \cdots + 2(-1+1) = 0$$

30. 복소수 $\alpha = 2 - i$, $\beta = -1 + 2i$ 일 때, $\alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta}$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 는 각각 α , β 의 켤레복소수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 10 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}\alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta} \\&= \bar{\alpha}(\alpha + \beta) + \bar{\beta}(\alpha + \beta) \\&= (\alpha + \beta)(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \\&= (\alpha + \beta)(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \\&= (1 + i)(1 - i) \\&= 2\end{aligned}$$

31. 복소수 z 의 철레복소수를 \bar{z} 라 할 때, $(1+i)z - 2i\bar{z} = 5 - 3i$ 를 만족하는 복소수 z 는? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① $1+i$ ② $1-i$ ③ $2+i$ ④ $2-i$ ⑤ $1-2i$

해설

$$\text{임의의 복소수 } z = a + bi, \bar{z} = a - bi$$

$$(1+i)(a+bi) - 2i(a-bi) = 5 - 3i$$

$$a + bi + ai - b - 2ai - 2b = 5 - 3i$$

$$(a - 3b) + (-a + b)i = 5 - 3i$$

$$\begin{cases} a - 3b = 5 \\ -a + b = -3 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $a = 2, b = -1$

$$\therefore z = 2 - i$$

32. 방정식 $(x - 1)^2 + |x - 1| - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$$x^2 - 2x + 1 + x - 1 - 6 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = -2, x = 3$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 3$

(ii) $x < 1$ 일 때

$$x^2 - 2x + 1 - x + 1 - 6 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = -1, x = 4$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $x = -1$

(i), (ii)에서 $x = 3, -1$ 이므로

두 근의 합은 2

33. 이차방정식 $9x^2 - 2kx + k - 5 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 실수 k 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

작은 근을 α 라 하면, 큰 근은 $\alpha + 2$ 이므로

$$\alpha + \alpha + 2 = \frac{2k}{9} \quad \dots\dots \textcircled{\text{①}}$$

$$\alpha(\alpha + 2) = \frac{k - 5}{9} \quad \dots\dots \textcircled{\text{②}}$$

$$\textcircled{\text{①}} \text{에서 } \alpha = \frac{k}{9} - 1,$$

이것을 \textcircled{\text{②}}에 대입하면

$$k^2 - 9k - 36 = 0, (k - 12)(k + 3) = 0$$

$$\therefore k = 12, -3$$

해설

두 근의 차 공식을 이용하면,

$$\frac{\sqrt{(2k)^2 - 4 \cdot 9(k - 5)}}{|9|} = 2 \text{에서}$$

$$\sqrt{4k^2 - 36(k - 5)} = 18$$

양변을 제곱하여 정리하면,

$$k^2 - 9k - 36 = 0 \therefore k = 12, -3$$