

1. 가로, 세로의 길이가 5 인 직육면체의 대각선의 길이가 $3\sqrt{6}$ 일 때, 이 직육면체의 높이의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

높이를 x 라 하면 직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 이

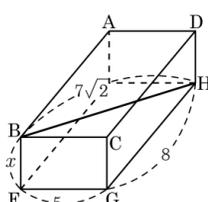
므로

$$\sqrt{5^2 + 5^2 + x^2} = 3\sqrt{6}$$

$$x^2 = 4$$

$x > 0$ 이므로 $x = 2$ 이다.

2. 다음 그림의 직육면체에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $x = 3$

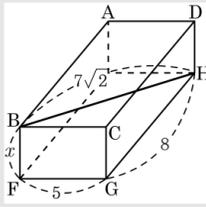
해설

$$\sqrt{x^2 + 5^2 + 8^2} = (7\sqrt{2})^2$$

$$x^2 + 89 = 98$$

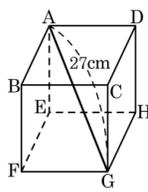
$$x^2 = 9$$

$$\therefore x = 3$$



3. 다음 그림의 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.

- ① $8\sqrt{3}$ cm ② $9\sqrt{3}$ cm
 ③ $10\sqrt{3}$ cm ④ $11\sqrt{3}$ cm
 ⑤ $12\sqrt{3}$ cm



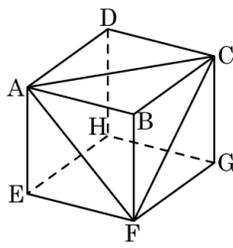
해설

한 변의 길이를 a 라고 하면

$$\sqrt{3}a = 27$$

$$\therefore a = \frac{27}{\sqrt{3}} = \frac{27\sqrt{3}}{3} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

4. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12cm인 정육면체를 점 A, C, F를 지나는 평면으로 잘랐을 때, 점 B에서 밑면인 삼각형 AFC에 내린 수선의 길이를 구하여라.



- ① $2\sqrt{3}\text{cm}$ ② $3\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $4\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $5\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $6\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{CF} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\Delta ACF = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (12\sqrt{2})^2 = 72\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

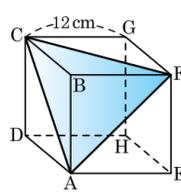
수선의 길이를 h 라 하면 사각뿔 B-AFC의 부피에서

$$72\sqrt{3} \times h \times \frac{1}{3} = 12 \times 12 \times \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{3}$$

$$h = \frac{12 \times 12 \times 6}{72\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

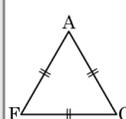
5. 한 변의 길이가 12 cm 인 정육면체를 다음과 같이 자를 때, $\triangle AFC$ 의 넓이를 구하면?

- ① $72\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ② $73\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ $74\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ④ $75\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ⑤ $76\sqrt{3}\text{ cm}^2$

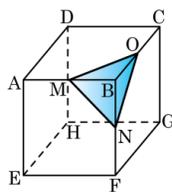


해설

$\overline{AC} = 12\sqrt{2}$
 $\triangle AFC$ 는 한 변의 길이가 $12\sqrt{2}$ 인
 정삼각형이므로 넓이는
 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (12\sqrt{2})^2 = 72\sqrt{3}(\text{cm}^2)$



6. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 16 인 정육면체에서 점 M, N, O 는 각각 \overline{AB} , \overline{BF} , \overline{BC} 의 중점이다. $\triangle MNO$ 의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 일 때 $a \times b$ 의 값을 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수)



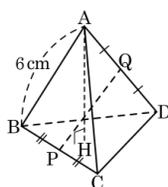
▶ 답 :

▷ 정답 : $a \times b = 96$

해설

점 M, N, O 는 각각 \overline{AB} , \overline{BF} , \overline{BC} 의 중점이므로
 $\overline{MB} = \overline{BN} = \overline{BO} = 8$
 따라서 $\overline{MN} = \overline{MO} = \overline{NO} = 8\sqrt{2}$
 $\triangle MNO$ 의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (8\sqrt{2})^2 = 32\sqrt{3}$ 이다.
 $\therefore a \times b = 96$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm 인 정사면체에서 \overline{BC} , \overline{AD} 의 중점을 각각 P, Q라 할 때, \overline{PQ} 의 길이는?



- ① $\sqrt{2}$ cm ② $2\sqrt{2}$ cm ③ $3\sqrt{2}$ cm
 ④ $4\sqrt{2}$ cm ⑤ $5\sqrt{2}$ cm

해설

\overline{DP} 는 한 변의 길이가 6cm 인 정삼각형의 높이이고, \overline{AH} 는 정사면체의 높이이다.

$$1) \overline{DP} = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

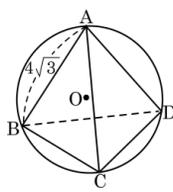
$$\overline{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6 = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

2) 삼각형의 넓이에서

$$\frac{1}{2} \times \overline{DP} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{PQ} \text{ 이므로 } 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} = 6 \times \overline{PQ}$$

$$\therefore \overline{PQ} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$

8. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정사면체에 외접하는 구의 반지름의 길이를 구하여라.

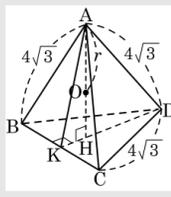


▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{2}$

해설

그림과 같이 구의 중심 O는 점 A에서 $\triangle BCD$ 에 내린 수선 AH 위에 있다.



또, 점 H는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로

$$\overline{DH} = \frac{2}{3}\overline{DK} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 4$$

$\triangle ADH$ 는 직각삼각형이므로

$$\begin{aligned} \overline{AH} &= \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - \overline{DH}^2} \\ &= \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4^2} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

정사면체가 구에 내접하려면 $\overline{OA} = \overline{OD} = r$ 이어야 한다.

그런데 $\triangle OHD$ 는 직각삼각형이므로

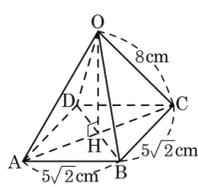
$$\overline{OH}^2 + \overline{DH}^2 = \overline{OD}^2, (\overline{AH} - r)^2 + \overline{DH}^2 = r^2$$

$$(4\sqrt{2} - r)^2 + 4^2 = r^2,$$

$$32 - 8\sqrt{2}r + r^2 + 16 = r^2, 8\sqrt{2}r = 48$$

$$\therefore r = 3\sqrt{2}$$

9. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $5\sqrt{2}\text{cm}$ 인 정사각형이고 옆면의 모서리는 8cm 인 사각뿔이 있다. 이 사각뿔의 높이와 부피를 각각 바르게 구한 것은?



- ① $\sqrt{39}\text{cm}, \frac{5\sqrt{39}}{3}\text{cm}^3$ ② $3\sqrt{13}\text{cm}, 50\sqrt{39}\text{cm}^3$
 ③ $\sqrt{39}\text{cm}, \frac{50\sqrt{39}}{3}\text{cm}^3$ ④ $\sqrt{39}\text{cm}, 50\sqrt{39}\text{cm}^3$
 ⑤ $3\sqrt{13}\text{cm}, \frac{50\sqrt{39}}{3}\text{cm}^3$

해설

밑면이 정사각형이므로 밑면의 대각선의 길이는 10cm 가 된다.

\overline{CH} 는 대각선길이의 반이므로

$$\overline{OH} = \sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{39}(\text{cm})$$

$$V = \frac{1}{3} \times (5\sqrt{2})^2 \times \sqrt{39} = \frac{50\sqrt{39}}{3}(\text{cm}^3)$$

10. 부피가 $9\sqrt{2}$ 인 정팔면체의 겹넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $18\sqrt{3}$

해설

정팔면체의 한 모서리의 길이를 a 라고 꼭짓점 A 에서 $\square BCDE$ 에 내린 수선의 발을 O 라 하면 $\triangle ABO$ 에서

$$\overline{BO} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2}a = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$\overline{AO} = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

정팔면체의 부피는

$2 \times$ (정사면체 A - BCDE의 부피) 이므로

$$2 \times \left(\frac{1}{3} \times a^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}a \right) = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3 = 9\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

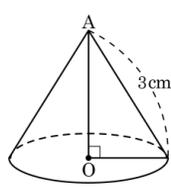
$\therefore a = 3$

즉, 정팔면체의 한 모서리의 길이는 3 이다.

따라서 정팔면체의 겹넓이는 $8 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2 = 18\sqrt{3}$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 밑면의 둘레가 4π cm 이고 모선의 길이가 3 cm 인 원뿔의 높이는?

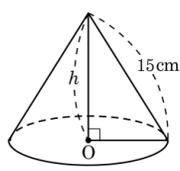
- ① $\sqrt{5}$ cm ② 5 cm
③ $5\sqrt{5}$ cm ④ 10 cm
⑤ $10\sqrt{5}$ cm



해설

밑면의 둘레가 $2\pi r = 4\pi$ (cm) 이므로 밑면의 반지름은 2 cm
따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ (cm) 이다.

12. 다음 그림과 같이 밑면의 넓이가 $100\pi\text{cm}^2$ 이고 모선의 길이가 15 cm 인 원뿔의 높이는?

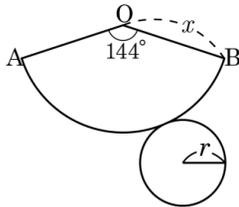


- ① $\sqrt{5}$ cm ② 5 cm
③ $5\sqrt{5}$ cm ④ 10 cm
⑤ $10\sqrt{5}$ cm

해설

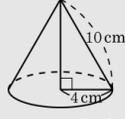
밑면의 넓이가 $\pi r^2 = 100\pi(\text{cm}^2)$ 이므로 밑면의 반지름은 10 cm
따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{15^2 - 10^2} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.

13. 호 AB의 길이는 8π cm 이고 중심각의 크기가 144° 인 원뿔의 전개도가 있다. 이 원뿔의 부피는?



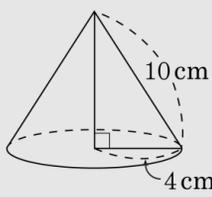
- ① $\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}^3$ ② $\frac{8\sqrt{21}}{3}\pi\text{cm}^3$ ③ $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}^3$
 ④ $\frac{16\sqrt{21}}{3}\pi\text{cm}^3$ ⑤ $\frac{32\sqrt{21}}{3}\pi\text{cm}^3$

해설



호 AB의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 8\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 4(\text{cm})$ 이다.

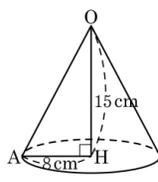
부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi x \times \frac{144^\circ}{360^\circ} = 2\pi x \times \frac{2}{5} = 8\pi$ 이므로 부채꼴의 반지름의 길이 $x = 10(\text{cm})$ 위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{10^2 - 4^2} = \sqrt{100 - 16} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}(\text{cm})$ 이다.

원뿔의 부피 $V = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times \pi \times 2\sqrt{21} = \frac{32\sqrt{21}}{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

14. 다음 그림의 원뿔은 밑면의 반지름의 길이가 8 cm, 높이가 15 cm 이다. 원뿔의 겉넓이를 구하여라.

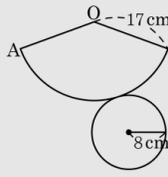


▶ 답: $\underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$

▷ 정답: $200\pi \text{ cm}^2$

해설

$$\begin{aligned} \triangle OAH \text{ 에서 } \overline{OA}^2 &= \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2 \\ \overline{OA} &= \sqrt{15^2 + 8^2} = 17 \text{ (cm)} \end{aligned}$$



밑면의 반지름의 길이가 8 (cm) 이므로 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi$ (cm)

전개도에서 옆면은 부채꼴이므로 (옆면의 넓이)

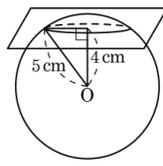
$$= \frac{1}{2} \times (\text{부채꼴의 반지름}) \times (\text{호의 길이})$$

$$= \frac{1}{2} \times 17 \times 16\pi$$

$$= 136\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\therefore (\text{겉넓이}) = 136\pi + 64\pi = 200\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

15. 다음 그림은 반지름의 길이가 5cm 인 구이다. 구의 중심 O로부터 4cm 거리에 있는 평면에 의해서 잘린 단면의 넓이를 구하여라.



- ① $\sqrt{41}\pi \text{ cm}^2$ ② $9\pi \text{ cm}^2$ ③ $3\pi \text{ cm}^2$
 ④ $41\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $6\pi \text{ cm}^2$

해설

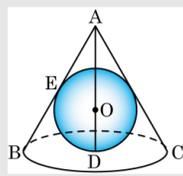
(단면 원의 반지름) = $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3(\text{cm})$ 이므로
 (원의 넓이) = $\pi \times 3^2 = 9\pi (\text{cm}^2)$

16. 모선의 길이가 10, 밑면의 반지름의 길이가 5 인 원뿔에 내접한 구의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

해설



$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = 10$, $\overline{BE} = \overline{BD} = 5$ 이므로

$$\overline{AE} = 10 - 5 = 5$$

$$\overline{AD} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$$

구 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면 $\triangle AEO$ 에서 $\overline{AO} = 5\sqrt{3} - r$ 이므로

$$5^2 + r^2 = (5\sqrt{3} - r)^2$$

$$25 + r^2 = 75 - 10r\sqrt{3} + r^2$$

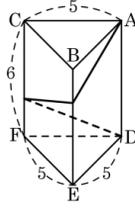
$$10r\sqrt{3} = 50$$

$$r\sqrt{3} = 5$$

$$\therefore r = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

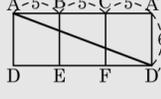
17. 다음 그림과 같은 삼각기둥이 있다. 점 A에서 출발하여 그림과 같이 모서리 BE, CF를 반드시 순서대로 지나 점 D에 도달하는 최단 거리를 구하면?

- ① $\sqrt{29}$ ② $2\sqrt{29}$ ③ $3\sqrt{29}$
 ④ $4\sqrt{29}$ ⑤ $6\sqrt{29}$

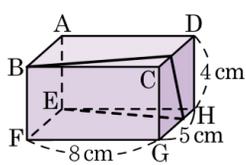


해설

$$\overline{AD'} = \sqrt{15^2 + 6^2} = \sqrt{225 + 36} = 3\sqrt{29}$$

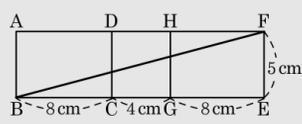


18. 아래 그림과 같은 직육면체에서 모서리 CD와 GH를 지나면서 점 B와 점 E를 잇는 최단 거리는?



- ① $2\sqrt{17}$ cm ② $3\sqrt{17}$ cm ③ $4\sqrt{17}$ cm
 ④ $5\sqrt{17}$ cm ⑤ $6\sqrt{17}$ cm

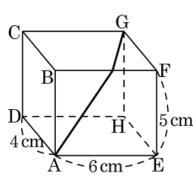
해설



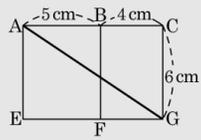
$$\overline{BF} = \sqrt{(8 + 4 + 8)^2 + 5^2} = 5\sqrt{17}(\text{cm})$$

19. 다음 직육면체에서 점 A 를 출발점으로 하여 변 BF 를 지나 점 G 에 도착하는 최단 거리는?

- ① $\sqrt{13}$ cm ② $2\sqrt{13}$ cm
 ③ $2\sqrt{14}$ cm ④ $3\sqrt{13}$ cm
 ⑤ $3\sqrt{14}$ cm

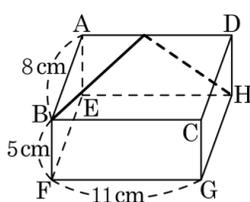


해설



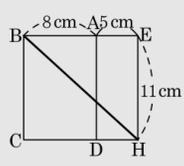
$$\overline{AG} = \sqrt{9^2 + 6^2} = \sqrt{81 + 36} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}(\text{cm})$$

20. 다음 그림의 직육면체에서 점 B 부터 점 H 까지의 최단거리를 구하여라.



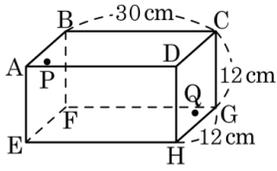
- ① $\sqrt{260}$ cm ② $\sqrt{270}$ cm ③ $\sqrt{280}$ cm
 ④ $\sqrt{290}$ cm ⑤ $\sqrt{300}$ cm

해설



$$\begin{aligned} \overline{BH} &= \sqrt{11^2 + 13^2} \\ &= \sqrt{121 + 169} \\ &= \sqrt{290}(\text{cm}) \end{aligned}$$

21. 다음 그림과 같이 가로, 세로, 높이가 각각 30cm, 12cm, 12cm 인 직육면체가 있다. 점 P는 AB의 중점에서 아래로 1cm인 지점이고, 점 Q는 GH의 중점에서 위로 1cm인 지점에 있다. 이 직육면체의 면을 따라 P에서 Q로 가는 가장 짧은 길의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

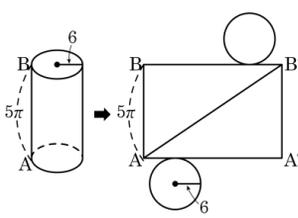
▶ 정답: 40 cm

해설

$$\overline{PQ}^2 = 24^2 + 32^2 = 576 + 1024 = 1600$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{1600} = 40(\text{cm})$$

22. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6 이고 높이가 5π 인 원기둥에서 A 지점에서 B 지점까지 실을 한 번 감을 때, A 에서 B 에 이르는 최단 거리를 구하기 위해 전개도를 그린 것이다. 밑면의 둘레와 최단 거리를 바르게 구한 것은?



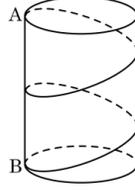
- ① $10\pi, 12\pi$ ② $10\pi, 13\pi$ ③ $12\pi, 13\pi$
 ④ $12\pi, 15\pi$ ⑤ $15\pi, 20\pi$

해설

- i) 밑면의 반지름의 길이가 6 이므로 밑면의 둘레는 $2\pi \times 6 = 12\pi$
 ii) 최단 거리는 직각삼각형 AA'B' 의 빗변이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned} \sqrt{(12\pi)^2 + (5\pi)^2} &= \sqrt{(144 + 25)\pi^2} \\ &= \sqrt{169\pi^2} = 13\pi \end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름이 3 cm, 높이가 9π cm 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 점 B 까지 평행하게 실로 두 바퀴 감을 때, 실의 길이를 구하여라.

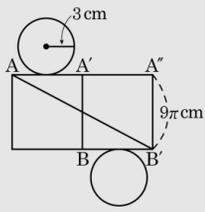


▶ 답: cm

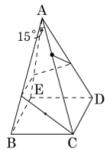
▶ 정답: 15π cm

해설

$\overline{AA'}$ 은 원의 둘레의 길이와 같으므로 $2\pi \times 3 = 6\pi$ (cm) 이고, \overline{AA} 은 12π (cm) 이다. $\overline{AB'} = \sqrt{(12\pi)^2 + (9\pi)^2} = \sqrt{225\pi^2} = 15\pi$ (cm)



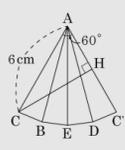
24. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\angle BAC = 15^\circ$ 인 정사각뿔이 있다. 점 C에서 옆면을 지나 \overline{AC} 에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $3\sqrt{3}\text{cm}$

해설

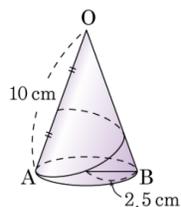


옆면의 전개도를 그려 생각하면, 점 C에서 $\overline{AC'}$ 에 내린 수선 \overline{CH} 의 길이가 최단거리가 된다.

$\overline{AC} : \overline{CH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$$\therefore \overline{CH} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

25. 다음 그림은 모선의 길이가 10 cm 이고, 반지름의 길이가 2.5 cm 인 원뿔이다. 점 A 에서 옆면을 따라 모선 OA 의 중점에 이르는 최단 거리를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $5\sqrt{5}$ cm

해설

이 그림에서 $2\pi \times 10 \times \frac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 2.5$
 $\therefore x = 90^\circ$
 $\triangle OMA$ 에 서 $\overline{MA} = \sqrt{5^2 + 10^2} = 5\sqrt{5}$ (cm)

