1. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.
- ㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ㉣ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
 - ㉡ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
 - ㉣ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, $a, b, a \times b$ 이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다.
- 따라서 옳은 것은 ㉡이다.

2. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

- ① $12 = 5 + 7$ ② $14 = 3 + 11$ ③ $16 = 5 + 11$
④ $18 = 7 + 11$ ⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

3. 다음은 골드바흐가 생각해 낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명하고 있는 식은?

보기

[골드바흐의 추측]

2보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $7 = 3 + 4$

② $12 = 5 + 7$

③ $14 = 5 + 9$

④ $14 = 2 + 5 + 7$

⑤ $17 = 1 + 5 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명한 것은 $12 = 5 + 7$ 이다.

4. 18 개의 약수를 갖는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$18 = 2 \times 3 \times 3$ 이므로
 $(1+1) \times (2+1) \times (2+1)$ 에서 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

5. 다음 수를 약수의 개수가 많은 것부터 차례대로 써라.

$\text{㉠ } 2^2 \times 3 \times 5^2$	$\text{㉡ } 36$	$\text{㉢ } 469$
$\text{㉣ } 54$	$\text{㉤ } 2^4 \times 5^2$	

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉤

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉤

해설

- ㉠ 18개
- ㉡ 9개
- ㉢ 4개
- ㉣ 8개
- ㉤ 15개

6. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 5^3

② 2×3

③ $2^2 \times 7^2$

④ $5^2 \times 7$

⑤ 13^6

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $3 + 1 = 4$ (개)

② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)

⑤ $6 + 1 = 7$ (개)

7. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

8. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 9

④ 25

⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8+1) \times (1+1)$ 이므로

$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2+1) \times (a+1) \times (1+1)$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

9. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 25 ⑤ 36

해설

$$12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

10. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$

11. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

- ① 67 ② 99 ③ 100 ④ 101 ⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,

4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,

12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$

따라서 3, 4 중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는

$201 - (67 + 51 - 17) = 100$

12. 12의 약수와 40보다 작은 4의 배수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 12의 약수: 1, 2, 3, 4, 6, 12

▷ 정답: 4의 배수: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36

해설

i) $12 = 1 \times 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4$ 이므로 12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12

ii) $4 \times 1 = 4, 4 \times 2 = 8, 4 \times 3 = 12, \dots, 4 \times 9 = 36$ 이므로 4의 배수는 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36