

1. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 점  $(0, 3)$  을 지나고, 꼭짓점의 좌표가  $(1, -2)$  일 때, 이 이차함수의 식은?

①  $y = -5x^2 - 10x + 3$

②  $y = 5x^2 + 10x + 3$

③  $y = -5x^2 + 9x - 2$

④  $y = 5x^2 - 10x + 3$

⑤  $y = 5x^2 + 10x + 2$

해설

$$y = a(x - 1)^2 - 2$$

$(0, 3)$  을 대입하면

$$3 = a(-1)^2 - 2$$

$$a = 5$$

$$y = 5(x - 1)^2 - 2$$

$$\therefore y = 5x^2 - 10x + 3$$

2. 꼭짓점이 (2, 3) 이고, 점(5, -6) 을 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① (0, -2)

② (0, 3)

③ (0, 1)

④ (0, 2)

⑤ (0, -1)

해설

$y = a(x - 2)^2 + 3$  에 (5, -6) 을 대입하면

$$-6 = a(5 - 2)^2 + 3$$

$$9a = -9 \therefore a = -1$$

$$y = -(x - 2)^2 + 3$$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = -1$$

$$\therefore (0, -1)$$

3.  $x$  축에 접하고 축의 방정식이  $x = 2$ ,  $y$  절편이  $-2$  인 이차함수를 구하면?

①  $y = \frac{1}{2}(x + 2)^2$

②  $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2$

③  $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2 - 2$

④  $y = -\frac{1}{2}(x + 2)^2$

⑤  $y = 2(x - 2)^2 - 2$

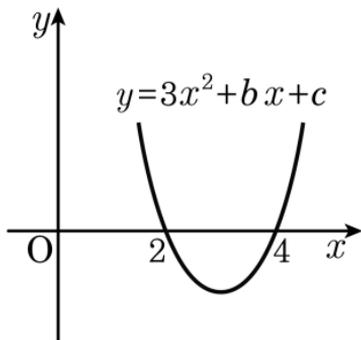
해설

$$y = a(x - 2)^2 \text{ 의 } y \text{ 절편 } 4a = -2$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2$$

4. 다음 그림은 이차함수  $y = 3x^2 + bx + c$  의 그래프이다. 이 때,  $b$ ,  $c$  의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $b = -18$

▷ 정답 :  $c = 24$

### 해설

(2, 0) 을 대입하면  $0 = 12 + 2b + c \rightarrow 2b + c = -12$

(4, 0) 을 대입하면  $0 = 48 + 4b + c \rightarrow 4b + c = -48$

두 식을 연립하여 풀면  $b = -18$ ,  $c = 24$

5. 이차함수  $y = -\frac{1}{3}x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-4$  만큼  $y$  축의 방향으로  $1$  만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 + 1$$

따라서  $x = -4$  일 때, 최댓값은  $1$  이다.

6.  $x = 0$  일 때, 최댓값  $-1$  을 갖고 한 점  $(2, -3)$  을 지나는 포물선의 식은?

①  $y = -2(x + 1)^2 - 4$

②  $y = (x - 2)^2 - 3$

③  $y = -2(x - 1)^2 + 3$

④  $y = -(x + 1)^2 + 3$

⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이  $(0, -1)$  이므로  $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$  을 대입하면  $-3 = 4a - 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$$

7.  $(-1, 7), (1, 1), (2, 1)$  을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

①  $y = -x^2 - x + 3$

②  $y = -x^2 - 3x + 1$

③  $y = x^2 - x + 1$

④  $y = x^2 - 3x + 3$

⑤  $y = x^2 - 3x + 7$

해설

구하는 식을  $y = ax^2 + bx + c$  라 하고

$(-1, 7)$  을 대입하면  $7 = a - b + c$

$(1, 1)$  을 대입하면  $1 = a + b + c$

$(2, 1)$  을 대입하면  $1 = 4a + 2b + c$

세 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = -3, c = 3$$

$$\therefore y = x^2 - 3x + 3$$

8. 이차함수  $y = x^2 + 4x + 1$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로 2만큼 평행이동한 식의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-1$

해설

$$y = x^2 + 4x + 1 = (x + 2)^2 - 3$$

위의 그래프를  $y$  축의 방향으로 2만큼 평행이동 시키면

$$y = (x + 2)^2 - 3 + 2 = (x + 2)^2 - 1$$

$\therefore x = -2$  일 때, 최솟값은  $-1$  이다.

9. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + m + 10$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼,  $y$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 최솟값이 5 가 되었다. 이 때, 상수  $m$  의 값을 구하면?

① -16

② -10

③ -6

④ 2

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 - 2x + m + 10 \\&= \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4 - 4) + m + 10 \\&= \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8 + m\end{aligned}$$

$x$  축의 방향으로 1 만큼,  $y$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 식은

$$y = \frac{1}{2}(x - 2 - 1)^2 + 8 + m + 3 = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 11 + m$$

최솟값이 5 이므로  $11 + m = 5$ 에서  $m = -6$  이다.

10. 이차함수  $y = -x^2 - 4mx$  의 최댓값이 16 일 때, 상수  $m$  의 값을 구하여라.(단,  $m > 0$  )

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -x^2 - 4mx = -(x + 2m)^2 + 4m^2$$

최댓값이 16 이므로  $4m^2 = 16$

$m > 0$  이므로  $m = 2$  이다.

11. 가로와 세로의 길이의 합이 12 인 직사각형의 넓이를  $y$ 라고 할 때,  $y$ 의 최댓값을 구하면?

① 36

② 16

③ 12

④ 10

⑤ 8

해설

가로의 길이를  $x$  라고 두면 세로의 길이는  $12 - x$  이다.

$$\begin{aligned}y &= x \times (12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36) + 36 \\ &= -(x - 6)^2 + 36\end{aligned}$$

따라서 36이 최댓값이다.

12. 가로와 세로의 길이가 각각 5cm, 9cm 인 직사각형의 가로 길이를  $x$ cm 만큼 늘리고, 세로 길이를  $x$ cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는  $x$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 2.5

④ 3

⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를  $S$  라 하면

$$S = (5 + x)(9 - x)$$

$$= -x^2 + 4x + 45$$

$$= -(x - 2)^2 + 49$$

따라서  $x = 2$  일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값  $49\text{cm}^2$  를 가진다.

13. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를  $y$  라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

① 18

② 20

③ 30

④ 32

⑤ 36

### 해설

반지름의 길이를  $x$  라 하면 호의 길이는  $24 - 2x$  이다.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\ &= -(x - 6)^2 + 36\end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이  $(6, 36)$  이므로 반지름의 길이  $x = 6$  일 때, 부채꼴의 넓이  $y$  가 최댓값 36 을 가진다.

14. 둘레의 길이가 24 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

▶ 답:          cm

▷ 정답: 12 cm

### 해설

반지름  $x$  cm, 호의 길이를  $(24 - 2x)$  cm 라 두면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}x(24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36) + 36 \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점이  $(6, 36)$  이므로 반지름의 길이가 6 cm 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값  $36 \text{ cm}^2$  를 가진다.

따라서 호의 길이는  $24 - 2x = 12 \text{ cm}$  이다.

15. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수  $y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$  의 최솟값을 구하면?

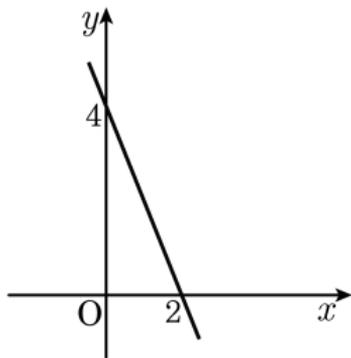
① 4

② -4

③ 8

④ -8

⑤ 0



해설

기울기  $a = -2$ ,  $y$  절편  $b = 4$

$$y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

$$= \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 4$$

$x = 4$  일 때, 최솟값은  $-4$  이다.

16.  $x + y = 10$  일 때,  $x^2 + y^2$  의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$= x^2 + x^2 - 20x + 100$$

$$= 2x^2 - 20x + 100$$

$$= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100$$

$$= 2(x - 5)^2 + 50$$

따라서  $x = 5$  일 때 최솟값은 50 이다.



18. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의  $x$  초 후의 높이를  $y$ m 라고 하면  $x$  와  $y$  사이에는  $y = 40x - 5x^2$  의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▷ 정답: 4초 후

해설

$$y = 40x - 5x^2$$

$$y = -5(x - 4)^2 + 80$$

$x = 4$  일 때, 최댓값 80 을 갖는다.

19. 이차함수  $y = x^2 - 2px + 2p^2 - 4p + 2$  의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $m$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-2$

해설

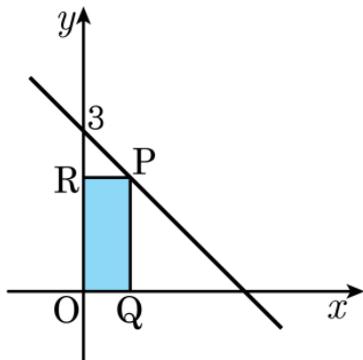
$$y = x^2 - 2px + 2p^2 - 4p + 2$$

$$= (x - p)^2 + p^2 - 4p + 2 \text{ 이므로}$$

$$m = p^2 - 4p + 2 = (p - 2)^2 - 2$$

따라서  $p = 2$  일 때, 최솟값  $-2$  를 갖는다.

20. 다음 그림과 같이 직선이  $y = -x + 3$  의 위의 점 P 에서  $x$  축과  $y$  축에서 내릴 수선의 발이 각각 Q, R 이고 직사각형 PQOR 의 넓이를  $y$  라고 한다.  $y$  가 최대가 될 때, 점 P 의 좌표는?



- ①  $\left(-2, \frac{3}{2}\right)$       ②  $\left(0, \frac{3}{2}\right)$       ③  $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$   
 ④  $\left(-\frac{3}{2}, -2\right)$       ⑤  $\left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right)$

### 해설

점 P 의 좌표는  $(a, -a + 3)$  이고 넓이는  $y$  이므로

$$y = a(-a + 3) = -a^2 + 3a$$

$$= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4}\right) + \frac{9}{4}$$

$$= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$$\therefore P\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} + 3\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$$