

1. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)240} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)120} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)60} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)30} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)15} \end{array}$$

5

$$\therefore 240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

2. 다음 두 수의 최대공약수를 구하여라.

$$2^2 \times 3 \times 5^2, 2 \times 3^3 \times 7^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2 \times 3 = 6$$

3. $\frac{n}{20}$, $\frac{n}{30}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 수는?

① 10

② 30

③ 40

④ 50

⑤ 60

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 20과 30의 공배수이어야 한다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 60이다.

4. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45

② 60

③ 75

④ 90

⑤ 105

해설

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } a = 3 \times 5$$

$$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2, b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$a = 15, b = 60$$

$$\therefore b - a = 45$$

5. $3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가지므로, a 는 3 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 3, b = 1$ 일 때이다.

$$\therefore a + b = 3 + 1 = 4$$

6. 8과 a 가 서로소일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 12

해설

8과 12의 최대공약수는 4이므로 서로소가 아니다.
따라서 a 의 값이 될 수 없는 것은 12이다.

7. 다음 중 세 수 108, 144, 162 의 공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② $2^2 \times 5$

③ 2×3^2

④ 2×3^3

⑤ $2^2 \times 3$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3^2 이고

공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.

따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 , 3^2 , 2×3^2 이다.

8. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가?

① 4 명

② 6 명

③ 8 명

④ 10 명

⑤ 11 명

해설

학생 수는 $45 - 3, 38 - 2, 32 - 2$,
즉 42, 36, 30 의 최대공약수이므로 6 명

9. 두 자연수 $6 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 90 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times x = 90$ 따라서 $x = 3$ 이다.

10. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 차례로 바르게 나타낸 것은?

① 2×3 , $2^3 \times 3 \times 5^2$

② $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$

③ $2^3 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ 2×3 , $2 \times 3 \times 5$

해설

최대공약수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 작은 쪽을 택한다.
따라서 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이다.

최소공배수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 큰 쪽을 택하고,
공통이 아닌 소인수는 모두 택하여 곱한다. 따라서 최소공배수는
 $2^3 \times 3 \times 5^2$ 이다.

11. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.
- ㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ㉣ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다.

① ㉠

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
- ㉢ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
- ㉣ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, $a, b, a \times b$ 이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다.
- 따라서 옳은 것은 ㉡이다.

12. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

13. 72 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이때, 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$72 \times n = 2^3 \times 3^2 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 $n = 2$ 이므로

따라서 n 은

$$n = 2 \times 1^2 = 2$$

$$n = 2 \times 2^2 = 8$$

$$n = 2 \times 3^2 = 18$$

$$n = 2 \times 4^2 = 32$$

그러므로 가장 작은 두 자리의 자연수 n 은 18 이다.

14. 18 개의 약수를 갖는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$18 = 2 \times 3 \times 3$ 이므로

$(1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

15. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어갈 수 없는 수를 모두 고르면?

① 3

② 4

③ 7

④ 9

⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

16. 사과 60 개, 배 48 개, 귤 72 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이 때, 사과는 몇 개씩 나누어 줄 수 있는가?

① 6 개

② 5 개

③ 4 개

④ 3 개

⑤ 2 개

해설

학생 수는 60, 48, 72 의 최대공약수 12 명이고,
나누어 주는 사과의 개수는 $60 \div 12 = 5$ (개)

17. 세 수 16, 6, 2×3^2 의 공배수 중 300에 가장 가까운 수는?

① 308

② 302

③ 295

④ 291

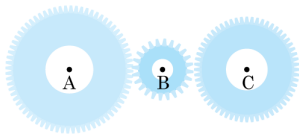
⑤ 288

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로 세 수의 공배수는 144의 배수가 된다.

따라서 144, 288, 432, ... 중 300에 가장 가까운 수를 찾는다.

18. 톱니 수가 각각 72 개, 24 개, 60 개인 A , B , C 세 톱니바퀴가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 바퀴가 모두 처음 출발했던 위치대로 다시 맞물리려면 톱니바퀴 C 는 몇 바퀴를 돌아야 하는지 구하여라.



▶ 답 :

바퀴

▷ 정답 : 6바퀴

해설

$$2 \overline{) 72 \quad 24 \quad 60}$$

$$2 \overline{) 36 \quad 12 \quad 30}$$

$$3 \overline{) 18 \quad 6 \quad 15}$$

$$2 \overline{) 6 \quad 2 \quad 5}$$

$$3 \quad 1 \quad 5$$

$$2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$$

72, 24, 60 의 최소공배수는 360 이므로

$$C \text{ 는 } \frac{360}{60} = 6 \text{ (바퀴) 돌아야 한다.}$$

∴ 6 바퀴

19. 두 자연수 18, A 의 최대공약수는 6, 최소공배수는 36 일 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로

$$18 \times A = 6 \times 36$$

$A = 12$ 이다.

20. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개

100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는
 $20 + 14 - 2 = 32$