

1. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것을 모두 고르면?

① $x^2 + 14x + 49 = (x - 7)^2$

② $16x^2 - 48x + 36 = (4x - 6)^2$

③ $9x^2 - 16 = (9x - 4)(x + 4)$

④ $x^2 - 2x - 15 = (x + 5)(x - 3)$

⑤ $5x^2 - 14x - 3 = (5x + 1)(x - 3)$

해설

① $x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$

③ $9x^2 - 16 = (3x - 4)(3x + 4)$

④ $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$

2. $x^2 - (y^2 - 6y + 9)$ 를 인수분해하면?

① $(x - y - 5)(x - y + 2)$

② $(x - y + 5)(x - y + 2)$

③ $(x + y - 3)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 3)(x - y + 3)$

⑤ $(x + y - 3)(x - y + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (y^2 - 6y + 9) \\ &= x^2 - (y - 3)^2 \\ &= (x + y - 3)(x - y + 3) \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 해를 구하면?

① $1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

② $1 \pm \sqrt{10}$

③ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

④ $2 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

⑤ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

$$2x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$2x^2 - 4x = 3$$

$$2(x^2 - 2x) = 3$$

$$x^2 - 2x = \frac{3}{2}$$

$$(x - 1)^2 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

$$x - 1 = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

4. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $b^2 - 4ac = 0$ ② $c = a^2$ ③ $x = \frac{b}{2a}$
④ $b^2 - 4ac < 0$ ⑤ $ac > 0$

해설

이차방정식이 중근을 가지면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이다.

5. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -16)$ 을 지난다고 한다. 이때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① -4 ② 4 ③ -3 ④ 3 ⑤ 0

해설

점 $(2, -16)$ 을 지나므로 이차함수식 $y = ax^2$ 에 대입하면
 $-16 = 4a, \quad a = -4$

6. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$y = -x^2 + 6x + 5$$

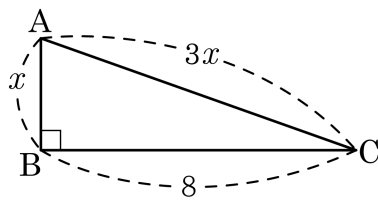
$$= -(x - 3)^2 + 14 \quad \therefore M = 14$$

$$y = 2x^2 - 12x - 4$$

$$= 2(x - 3)^2 - 22 \quad \therefore m = -22$$

$$\therefore M - m = 14 + 22 = 36$$

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 값을 구하면?



- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$(3x)^2 = x^2 + 8^2$$

$$9x^2 - x^2 = 64$$

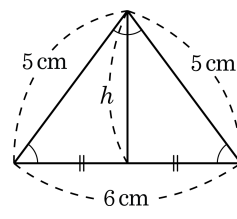
$$8x^2 = 64$$

$$x^2 = 8$$

$$\therefore x = 2\sqrt{2}$$

8. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 5 cm, 5 cm, 6 cm 인 이등변삼각형의 높이 h 는?

- ① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm
 ④ 4 cm ⑤ 5 cm



해설

$$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ cm}$$

9. 9의 제곱근을 a , 20의 제곱근을 b 라고 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$a^2 = 9, b^2 = 20$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 9 + 20 = 29$$

10. 다음과 같이 옳은 것은 ○ 표, 옳지 않은 것은 × 표를 하였다. 바르게 표시되지 않은 것끼리 짝지어진 것은?

- (ㄱ) 0의 제곱근은 없다. ... (×)
- (ㄴ) -4의 제곱근은 -2이다. ... (○)
- (ㄷ) 양수의 제곱근은 2개이다. ... (○)
- (ㄹ) 음수의 제곱근은 1개이다. ... (×)
- (ㅁ) 모든 유리수는 제곱근이 2개이다. ... (×)
- (ㅂ) 양수의 두 제곱근의 합은 0이다. ... (×)

- ① ㄱ, ㄹ
- ② ㄴ, ㄷ
- ③ ㄴ, ㅂ
- ④ ㄷ, ㄹ
- ⑤ ㄷ, ㅁ

해설

- (ㄱ) 0의 제곱근은 0이다.
- (ㄴ) (ㄹ) 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.
- (ㄷ) 양수 a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 와 $-\sqrt{a}$
- (ㅁ) 음의 유리수는 제곱근이 존재하지 않고 0의 제곱근은 0이다.
- (ㅂ) 양수의 두 제곱근의 합은 0이다.

11. 제곱근 $\sqrt{(-4)^2}$ 를 A , $\frac{1}{4}$ 의 음의 제곱근을 B 라 할 때, AB 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\sqrt{(-4)^2} = 4$$

$$(\text{제곱근 } 4) = \sqrt{4} = 2 = A$$

$$\left(\frac{1}{4} \text{의 음의 제곱근}\right) = -\frac{1}{2} = B$$

$$\therefore AB = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

12. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{6}\text{ cm}$, $\sqrt{8}\text{ cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{14}$ cm

해설

$(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{8})^2 = 6 + 8 = 14$
큰 정사각형의 한 변의 길이는 14의 양의 제곱근
따라서 $\sqrt{14}\text{ cm}$ 이다.

13. $\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{10}{\sqrt{18}}\right) + \frac{a}{\sqrt{3}}(\sqrt{12} - 3)$ 이 유리수가 될 때, 유리수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{2}{3}$

해설

$$\sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{6}} - \sqrt{2} \times \frac{10}{3\sqrt{2}} + 2a - \frac{3}{\sqrt{3}}a$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{10}{3} + 2a - \sqrt{3}a$$

$$= \sqrt{3}\left(\frac{2}{3} - a\right) - \frac{10}{3} + 2a$$

유리수가 되기 위해서는 $\frac{2}{3} - a = 0$ 이므로

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

14. x 에 관한 이차식 $x^2 + ax - 15$ 가 $(x + p)(x + q)$ 로 인수분해 될 때, a 의 값으로 적당하지 않는 것은?

① 14 ② -14 ③ -8 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + ax - 15 &= (x + p)(x + q) \\-15 &\Rightarrow -3 \times 5 \rightarrow a = -3 + 5 = 2, \\-15 &\Rightarrow 3 \times (-5) \rightarrow a = 3 - 5 = -2 \\-15 &\Rightarrow (-1) \times 15 \rightarrow a = -1 + 15 = 14 \\-15 &\Rightarrow 1 \times (-15) \rightarrow a = 1 - 15 = -14\end{aligned}$$

15. $a^2 - 8a - 9b^2 + 16$ 을 인수분해하면?

- ① $(a + 3b - 4)(a - 3b - 4)$ ② $(a + 3b + 4)(a - 3b - 4)$
③ $(a + 3b + 4)(a + 3b - 4)$ ④ $(a - 3b - 4)^2$
⑤ $(a + 3b + 4)(a - 3b + 4)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2 - 8a + 16 - 9b^2 \\&= (a - 4)^2 - (3b)^2 \\&= (a + 3b - 4)(a - 3b - 4)\end{aligned}$$

16. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① ± 1

② 0

③ $\pm \sqrt{3}$

④ $\pm \sqrt{2}$

⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$

양변을 α 로 나누면 $\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{3}$$

17. 이차방정식 $x^2 + ax - 20 = 0$ 의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 근일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 44 ② -44 ③ 45 ④ -45 ⑤ -50

해설

$x = 5$ 를 $x^2 + ax - 20 = 0$ 에 대입하면

$$25 + 5a - 20 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4) = 0$$

따라서 다른 한 근은 $x = -4$ 이다.

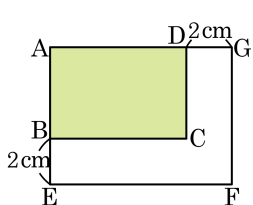
$x = -4$ 를 $2x^2 - 3x + b = 0$ 에 대입하면

$$32 + 12 + b = 0 \text{ 이다.}$$

$$\therefore b = -44$$

$$\therefore a + b = -1 + (-44) = -45$$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 2$ 인 직사각형 ABCD 의 가로와 세로의 길이를 모두 2cm 씩 늘인 직사각형 AEFG 의 넓이는 직사각형 ABCD 의 넓이의 2 배와 같다. 이때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



- ① 8cm ② 7cm ③ 6cm ④ 5cm ⑤ 4cm

해설

$\overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AD} = 3x$, $\overline{AB} = 2x$ 라 하면, 직사각형 AEFG 의 넓이는 $(3x + 2)(2x + 2)$ 이다.
 직사각형 ABCD 의 넓이는 $3x \times 2x$
 $(3x + 2)(2x + 2) = 2 \times 3x \times 2x$
 $6x^2 - 10x - 4 = 0$
 $2(x - 2)(3x + 1) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 2$
 $\therefore \overline{AD} = 3x = 3 \times 2 = 6(\text{cm})$

19. 다음 표는 동건의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

- ① 1 시간
- ② 2 시간
- ③ 3 시간
- ④ 4 시간
- ⑤ 5 시간

해설

(평균)= $\frac{\{(변량)의총합\}}{\{(변량)의갯수\}}$ 이므로

$\frac{2+1+0+3+2+1+5}{7}=\frac{14}{7}=2(시간)$ 이다.

20. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

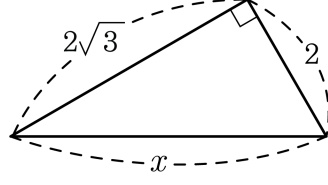
X : 1 부터 200 까지의 짝수
Y : 1 부터 200 까지의 홀수
Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

- ① $x = y = z$
- ② $x < y = z$
- ③ $x = y < z$
- ④ $x = y > z$
- ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

21. 다음 그림의 직각삼각형의 둘레의 길이는?

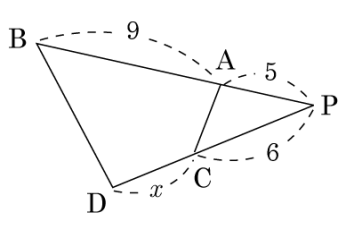


- ① $6 + 2\sqrt{3}$
- ② $3 + 6\sqrt{2}$
- ③ $2 + 3\sqrt{6}$
- ④ $3 + 2\sqrt{6}$
- ⑤ $2 + 6\sqrt{3}$

해설

피타고라스 정리에 따라
 $(2\sqrt{3})^2 + 2^2 = x^2$
 $x^2 = 12 + 4 = 16$
 $x > 0$ 이므로 $x = 4$ 이다.
따라서 둘레의 길이는 $4 + 2 + 2\sqrt{3} = 6 + 2\sqrt{3}$ 이다.

22. 다음의 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다고 할 때, x 의 값은?



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{3}$

해설

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} \text{이므로}$$

$$5 \times 14 = 6(6 + x)$$

$$70 = 36 + 6x, 6x = 34, x = \frac{17}{3}$$

23. $\sqrt{19+x}$ 와 $\sqrt{120x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\sqrt{19+x}$ 가 자연수가 되려면 $19+x = 25, 36, 49, \dots \therefore x = 6, 17, 30, \dots \dots \textcircled{\text{㉠}}$

$\sqrt{120x} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면 $\therefore x = 2 \times 3 \times 5, 2^3 \times 3 \times 5, \dots \dots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 가장 작은 자연수 x 는 30 이다.

24. $[x]$ 를 x 를 넘지 않는 가장 큰 정수라고 하면 $-2 \leq x < -1$ 일 때,
방정식 $-[x]x^2 - x + 3[x] = 0$ 의 근이 $-\frac{a}{b}$ 라고 하면 $a+b$ 의 값을
구하여라. (단, a, b 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$-2 \leq x < -1$ 이므로 $[x] = -2$ 이다.
따라서 $[x] = -2$ 를 대입하면 주어진 방정식은
 $2x^2 - x - 6 = 0$ 이고, 인수분해하여 정리하면
 $(2x+3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -\frac{3}{2}$ ($\because -2 \leq x < -1$)
따라서 $a = 3, b = 2$ 이므로 $a+b = 5$ 이다.

25. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 의 위에 있을 때, 상수 m 의 값은?

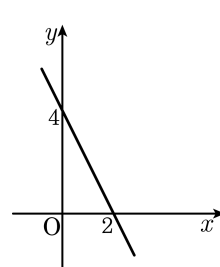
① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -(x - 3)^2 + 8 + 4m$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4m + 8)$ 이다.
꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 을 지나므로 $-6 + 4m + 8 + 6 = 0$,
 $4m = -8$, $m = -2$ 이다.

26. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $(-2, 7)$ ② $(-2, -7)$
 ③ $(7, 2)$ ④ $(-7, 2)$



해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x-2)^2 + 7 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

⑤ $(2, 7)$

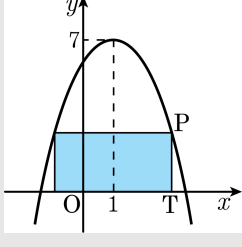
27. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 x 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는

$(t, -t^2 + 2t + 5)$ 이다.

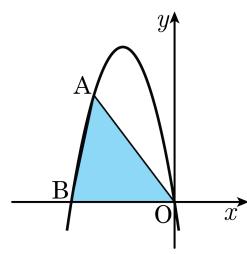
직사각형의 가로의 길이는 $2(t - 1)$,

직사각형의 세로의 길이는 $-t^2 + 2t + 5$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{(둘레의 길이)} &= 2\{2(t - 1) - t^2 + 2t + 5\} \\ &= 2(-t^2 + 4t + 3) \\ &= -2t^2 + 8t + 6 \\ &= -2(t - 2)^2 + 14 \end{aligned}$$

$t = 2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.

28. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차 함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최댓값은?



- ① 18 ② 27 ③ 36
④ 45 ⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.

따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점

$(0, 0)$, $(-6, 0)$ 을 지나므로,

$$0 = c, 0 = -36 - 6b$$

$$b = -6, c = 0$$

$$y = -x^2 - 6x = -(x + 3)^2 + 9$$

$\triangle OAB$ 에서 밑변의 길이를 $\overline{OB}$ 라

고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle OAB$ 의

넓이가 최대가 된다.

즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 9)$ 이므로

$$\triangle OAB \text{ 의 넓이} = \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

29. 길이가 6 cm, 8 cm 인 두 개의 막대가 있다. 여기에 막대 하나를 보태서 직각삼각형을 만들려고 한다. 필요한 막대의 길이로 가능한 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{10}$ cm

② 10 cm

③ 100 cm

④ $2\sqrt{7}$ cm

⑤ 28 cm

해설

가능한 막대의 길이를 x cm 라 하자.

② $x > 8$ 이면

$6 + 8 > x$ (m) 이고 $6^2 + 8^2 = x^2$

$\therefore x = 10$ (cm)

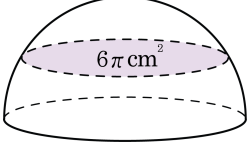
④ $x < 8$ 이면

$x + 6 > 8$ 이고 $x^2 + 6^2 = 8^2$

$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ (cm)

따라서 가능한 막대의 길이는 10 cm 또는 $2\sqrt{7}$ cm 이다.

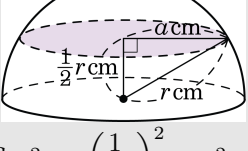
30. 다음 반구에서 반지름의 $\frac{1}{2}$ 지점을 지나고
 밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\text{cm}^2$
 일 때, 반구의 겉넓이를 구하면?



- ① $6\pi\text{cm}^2$ ② $12\pi\text{cm}^2$ ③ $18\pi\text{cm}^2$
 ④ $24\pi\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\text{cm}^2$

해설

밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가
 $6\pi\text{cm}^2$ 이므로 단면의 반지름의 길이
 를 $a\text{cm}$ 라고 하면 $\pi a^2 = 6\pi$, $a^2 = 6$
 $\therefore a = \sqrt{6}$



반구의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라고 하면 $r^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + a^2$,

$$\frac{3}{4}r^2 = 6 \text{ , } r^2 = 8$$

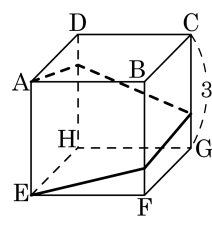
반구의 겉넓이 = 구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2}$ + 밑면의 넓이

$$\text{구의 겉넓이} \times \frac{1}{2} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{2} = 4\pi \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\pi(\text{cm}^2)$$

$$\text{밑면의 넓이} = \pi r^2 = \pi \times 8 = 8\pi(\text{cm}^2)$$

따라서 반구의 겉넓이는 $16\pi + 8\pi = 24\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

31. 다음 그림과 같은 정육면체의 한 꼭짓점 E에서 모서리 BF, CG, DH를 순서대로 지나 점 A에 이르는 선 중에서 가장 짧은 선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

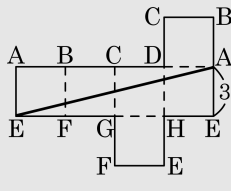
▷ 정답 : $3\sqrt{17}$

해설

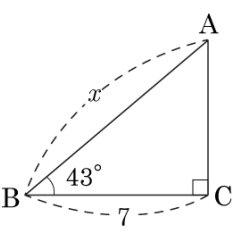
위의 그림에서 점 E에서 모서리 BF, CG, DH를 순서대로 지나 점 A에 이르는 가장 짧은 선은 EA가 된다.

$$\overline{EA}^2 = 3^2 + 12^2 = 153$$

$$\therefore EA = 3\sqrt{17}$$



32. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 를 x 라 할 때, x 값으로 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)



① $\frac{7}{\cos 43^\circ}$
④ $\frac{7}{\sin 43^\circ}$

② $7 \cos 43^\circ$
⑤ $\frac{7}{\sin 47^\circ}$

③ $7 \sin 43^\circ$

해설

$$\cos B = \cos 43^\circ = \frac{7}{x}$$

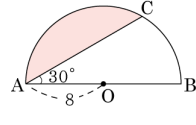
따라서 $x = \frac{7}{\cos 43^\circ}$ 이다.

$$\angle A = 90^\circ - 43^\circ = 47^\circ \text{ 이므로}$$

$$\sin A = \sin 47^\circ = \frac{7}{x}$$

따라서 $x = \frac{7}{\sin 47^\circ}$ 이다.

33. 그림과 같이 반지름의 길이가 8 인 반원에서 $\angle BAC = 30^\circ$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



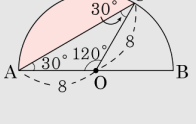
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{64}{3}\pi - 16\sqrt{3}$

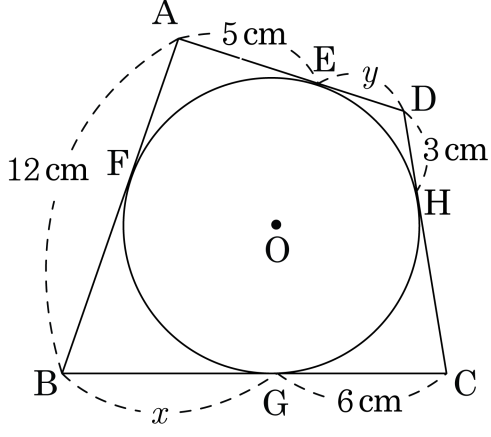
해설

$$8 \times 8 \times \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{64}{3}\pi - 16\sqrt{3}$$



34. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 외접할 때, $x+y$ 의 값은?

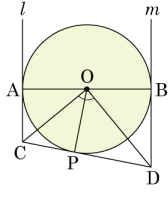


- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$
 $\overline{DH} = \overline{ED} = 3(\text{cm})$
 $\overline{BF} = \overline{BG} = 7(\text{cm})$
따라서 $x = 7(\text{cm})$, $y = 3(\text{cm})$

35. 다음 그림과 같이 원 O의 지름 AB의 양 끝점에서 그은 접선과 원 O 위의 점 P에서 그은 접선이 만나는 점을 각각 C, D라고 할 때, 옳지 않은 것은?



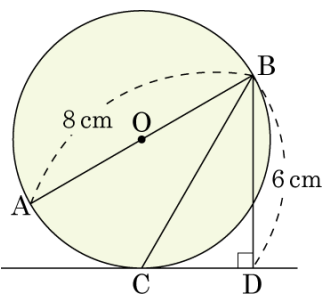
- ① $\triangle AOC \equiv \triangle POC$
- ② $\angle AOC = \angle POC$
- ③ $\triangle BOD \equiv \triangle POD$
- ④ $\angle BOD = \angle POD$
- ⑤ $\angle COP = \angle DOP$

해설

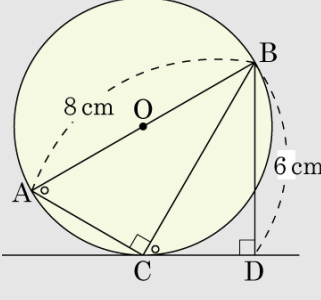
$\triangle AOC \equiv \triangle POC$ 이므로 $\angle AOC = \angle POC$
 $\triangle BOD \equiv \triangle POD$ 이므로 $\angle BOD = \angle POD$

36. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{CD}$ 는 원 O의 접선이
다. $\overline{AB}$ 가 원의 지름이고 $\overline{CD} \perp \overline{BD}$
일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

- ① 2cm ② 4cm
③ $2\sqrt{3}$ cm ④ $3\sqrt{2}$ cm
⑤ $4\sqrt{2}$ cm

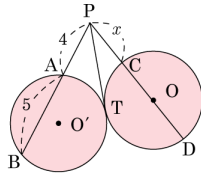


해설



$\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle BCD$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (AA 닮음)
 $\therefore 8 : \overline{BC} = \overline{BC} : 6$
 $\overline{BC}^2 = 48$, $\overline{BC} = 4\sqrt{3}$ cm
 $\therefore \overline{AC} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4$ cm

37. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원 O, O' 의 공통접선이다. $\overline{PA} = 4, \overline{AB} = 5$ 이고 $\overline{PC} : \overline{CO} = 1 : 2$ 일 때, 원 O 의 넓이는 $\frac{b}{a}\pi$ 라고 한다. 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답:

▶ 정답 : 149

해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

$$4 \times 9 = x \times 5x, \quad x^2 = \frac{36}{5}$$

한편, 원의 넓이는 $\frac{144}{5}\pi$ 이다.

따라서 $a + b = 5 + 144 = 149$ 이다.

38. $\sqrt{\frac{12x}{y}}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x, y 는 다음과 같다.

분모 y 는 $2^2 \times 3 \times x$ 의 약수가 되어야 하므로

$y = 1$ 일 때, x 는 $3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $3 \times 1^2 = 3$ 이다. $\therefore x + y = 3 + 1 = 4$

$y = 2$ 일 때, x 는 $2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 이다. $\therefore x + y = 6 + 2 = 8$

$y = 3$ 일 때, x 는 $(\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $1^2 = 1$ 이다. $\therefore x + y = 1 + 3 = 4$

y 가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때, $x + y \geq 7$ ($y = 4$ 일 때, $x = 3$) 이다.

따라서 $x + y$ 의 최솟값은 4 이다.

39. 1 보다 큰 실수 a, b 에 대하여 $(a-1)^2 = (b+1)^2 = 2$ 일 때, $a^8 - b^8$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $816\sqrt{2}$

해설

$a > 1, b > 1$ 이므로
 $(a-1)^2 = 2$ 에서 $a = \sqrt{2} + 1$
 $(b+1)^2 = 2$ 에서 $b = \sqrt{2} - 1$
따라서 $a+b = 2\sqrt{2}, a-b = 2, ab = 1$ 이므로
 $a^2 + b^2 = 8 - 2 = 6$
 $a^4 + b^4 = 36 - 2 = 34$
 $\therefore a^8 - b^8 = (a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a+b)(a-b)$
 $= 34 \times 6 \times 2\sqrt{2} \times 2 = 816\sqrt{2}$

40. 이차방정식 $ax^2 - \left(\frac{a}{b} + 3\right)x + \frac{a}{b} + 1 = 0$ 의 두 근의 합이 2, 곱이 -2 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{16}$

해설

x^2 의 계수가 a 이고 두 근의 합이 2, 곱이 -2 인 이차방정식은 $a(x^2 - 2x - 2) = 0$ 이고 주어진 식의 계수와 비교하면

$$-\left(\frac{a}{b} + 3\right) = -2a \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{a}{b} + 1 = -2a \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하면

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$$

41. 다음 보기 중 이차함수에 대한 설명이 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 는 $x = b$ 를 축으로 하고 점 $(0, a)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ㉡ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ㉢ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 좁아진다.
- ㉤ $y = -x^2$ 에서 $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ㉥ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

- ① ㉠,㉡,㉠

② ㉠,㉡,㉤

③ ㉠,㉡,㉥
- ④ ㉡,㉢,㉤

⑤ ㉡,㉤,㉥

해설

- ㉠ $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 은 $x = 0$ 을 축으로 하고 점 $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ㉢ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 넓어진다.
- 따라서 옳은 것은 ㉡,㉤,㉥이다.

42. 두 직선 $(3+a)x+y=1$, $4x+(2a-1)y=1$ 이 평행할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

해설

$$\frac{3+a}{4} = \frac{1}{2a-1} \neq 1$$

$$(a+3)(2a-1) = 4$$

$$2a^2 + 5a - 7 = 0$$

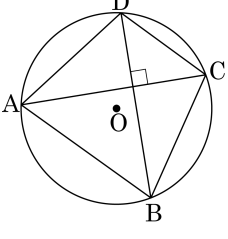
$$(a-1)(2a+7) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -\frac{7}{2}$$

$$\text{그런데 } \frac{1}{2a-1} \neq 1$$

즉 $a \neq 1$ 이어야 하므로 $a = -\frac{7}{2}$ 이다.

43. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD는 원 O에 내접하고, 대각선 AC, BD는 직교한다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.

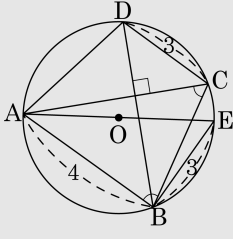


▶ 답 : cm^2

▶ 정답 : $\frac{25}{4}\pi \text{ cm}^2$

해설

점 A에서 원의 중심 O를 지나는 지름을 그으면



사각형 BECD는 등변사다리꼴이므로

$$\overline{BE} = \overline{CD} \dots \textcircled{1}$$

또한 삼각형 ABE에서 $\angle ABE$ 는 지름에 대한 원주각으로 90° 이므로

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{AB}^2 + \overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의하여 } \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AE}^2$$

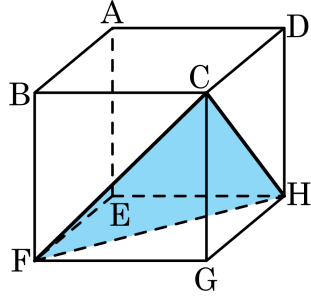
$$4^2 + 3^2 = \overline{AE}^2$$

$$\therefore \overline{AE} = 5(\text{cm})$$

따라서 반지름이 $\frac{5}{2}\text{cm}$ 이므로

원의 넓이는 $\frac{25}{4}\pi (\text{cm}^2)$ 이다.

44. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 인 정육면체의 한 꼭짓점 A 에서 삼각형 CFH 에 내린 수선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$

해설

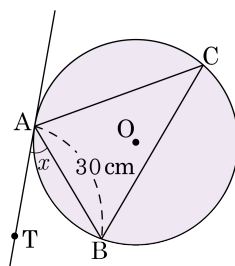
입체도형 A - CFH 는 한 모서리의 길이가 $12\sqrt{2}$ 인 정사면체이고 꼭짓점 A 에서 밑면 CFH 에 내린 수선의 발을 P 라 하면 점 P 는 $\triangle CFH$ 의 무게중심이다.

$$\text{즉, } \overline{CP} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12\sqrt{2} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{6}$$

따라서 $\triangle ACP$ 에서

$$\overline{AP} = \sqrt{(12\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{6})^2} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3} \text{ 이다.}$$

45. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 원 O 에 내접하고 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle BAT = x$ 라고 $\cos x = \frac{4}{5}$, $\overline{AB} = 30\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?
- ① 25 cm ② 50 cm ③ 60 cm
 ④ 67 cm ⑤ 70 cm



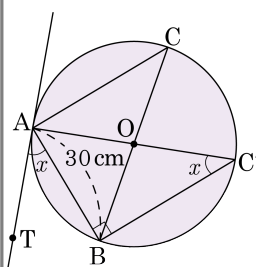
해설

반지름의 길이를 r 이라 하면, $\triangle ABC'$ 은 직각삼각형이므로

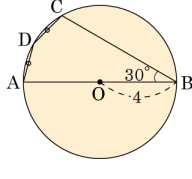
$$\cos x = \frac{\overline{BC'}}{2r} = \frac{4}{5} \quad \therefore \overline{BC'} = \frac{8}{5}r$$

직각삼각형 ABC' 에서 $30^2 + \left(\frac{8}{5}r\right)^2 = (2r)^2$, $\frac{36}{25}r^2 = 900$, $r^2 = 625$, $r = 25$

$\therefore r = 25$ (cm)
 따라서 원의 지름은 50 cm 이다.



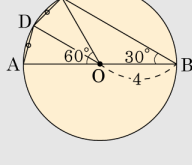
46. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4 인 원 O 에 내접하는 사각형 ABCD 에서 $\angle B = 30^\circ$, $\overline{AD} = \overline{DC}$ 일 때, □ABCD 의 넓이는?



- ① 8 ② $6 + 2\sqrt{3}$ ③ $8 + 2\sqrt{3}$
 ④ $8 + 4\sqrt{3}$ ⑤ $9 + 3\sqrt{3}$

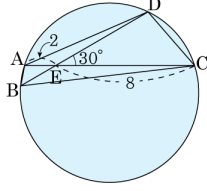
해설

중심 O 에서 점 C 와 D 에 보조선을 그으면



$\overline{OA} = \overline{OD} = \overline{OC}$, $\overline{AD} = \overline{CD} \Rightarrow \triangle AOD \cong \triangle COD$ (SSS 합동)
 $\angle AOC = 60^\circ$ 이므로 $\angle AOD = \angle COD = 30^\circ$
 □ABCD 의 넓이 = $\triangle AOD + \triangle COD + \triangle BOC$
 $\triangle AOD = \triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 30^\circ = 4$, $\triangle BOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) = 4\sqrt{3}$
 따라서 □ABCD 의 넓이 = $4 + 4 + 4\sqrt{3} = 8 + 4\sqrt{3}$ 이다.

47. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = 2$, $\overline{EC} = 8$, $\angle DEC = 30^\circ$ 이다. 이 사각형의 넓이가 20 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

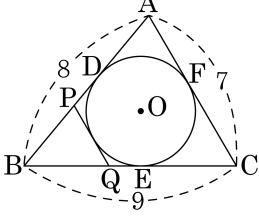


- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

□ABCD 의 넓이가 20 이므로
 $\frac{1}{2} \times 10 \times \overline{BD} \times \sin 30^\circ = 20$
 $\frac{1}{2} \times 10 \times \overline{BD} \times \frac{1}{2} = 20$
 $\therefore \overline{BD} = 8$
 $\overline{DE} = x$ 라면, $\overline{BE} = 8 - x$
 $2 \times 8 = x(8 - x), 16 = 8x - x^2$
 $x^2 - 8x + 16 = 0, (x - 4)^2 = 0$
 $\therefore x = 4$

48. 다음 그림과 같이 세 변 AB, BC, CA 의 길이가 각각 8, 9, 7 인 $\triangle ABC$ 에 내접하는 원 O 에 대하여 D, E, F 는 접점이고 $\overline{PQ}$ 가 원 O 에 접할 때, $\triangle PBQ$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

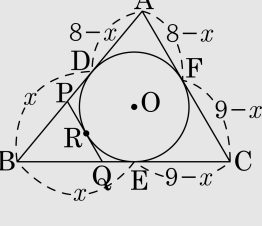


▶ 답 :

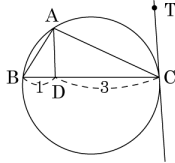
▷ 정답 : 10

해설

다음 그림에서 $\overline{BD} = x$ 라 하면
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 8 - x$, $\overline{EC} = \overline{CF} = 9 - x$,
 $\overline{AC} = (8 - x) + (9 - x) = 17 - 2x = 7$
 $\therefore x = 5$
 이때 $\overline{PQ}$ 와 원 O 의 접점을 R 라 하면
 $\overline{PR} = \overline{PD}$, $\overline{QR} = \overline{QE}$ 이므로 $\triangle PBQ$
 의 둘레의 길이는 $2\overline{BD}$ 이다.
 $\therefore 2\overline{BD} = 2x = 2 \times 5 = 10$



49. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC가 원에 내접한다. 점 A를 지나 접선 TC에 평행한 직선이 BC와 만나는 점이 점 D이고, $\overline{BD} = 1$, $\overline{CD} = 3$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

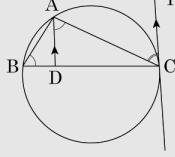
▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

$\overline{TC}$ 가 접선이므로 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$$\angle TCA = \angle ABC$$

$\overline{TC} \parallel \overline{AD}$ 이므로 $\angle TCA = \angle CAD$



$\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서

$\angle ABC = \angle DAC$, $\angle ACD$ 는 공통

즉, $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)

$$\overline{AC} : \overline{CD} = \overline{BC} : \overline{AC}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{BC} = 3 \times 4 = 12$$

$$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{3} \quad (\because \overline{AC} > 0)$$

50. 원 O의 외부에 있는 한 점 P를 지나면서 원 O와 접하는 접선과 원 O의 교점을 T라 하고, 직선 OP를 지나는 직선이 원 O와 만나는 직선을 P에서 가까운 쪽부터 각각 A, B라 할 때, $\overline{PT} = 3$, $\angle ABT = 30^\circ$ 이다. 이때, 원 O의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3π

해설

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OT}$ 이므로 삼각형 OBT는 이등변삼각형이므로, 삼각형 OPT는 $\angle POT = 60^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$\overline{PT} : \overline{OT} = \sqrt{3} : 1$, $3 : \overline{OT} = \sqrt{3} : 1$

$\therefore \overline{OT} = \sqrt{3}$

따라서 원 O의 넓이는 3π