

1. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

① 2^{11}

② $3^5 \times 7$

③ 84

④ 132

⑤ 180

해설

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(5 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

③ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 이므로

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이므로

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

2. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

① $2^4 \times 3^2$

② $2^3 \times 5^3$

③ $2^2 \times 5^2$

④ $2 \times 3 \times 5^3$

⑤ 3^4

해설

① $(4 + 1) \times (2 + 1) = 15$ (개)

② $(3 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)

③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

④ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)

⑤ $(4 + 1) = 5$ (개)

3. 다음 중 계산 결과가 $3x$ 인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $3 + x$

② $x \times 3$

③ $x + x + x$

④ $x \times x \times x$

⑤ $3 \times x^2$

해설

② $x \times 3 = 3x$

③ $x + x + x = x \times 3 = 3x$

④ $x \times x \times x = x^3$

⑤ $3 \times x^2 = 3x^2$

4. 4 개에 a 원인 사과 10 개를 사고 5000 원을 냈을 때의 거스름돈을
옳게 나타낸 식은?

① $\left(5000 - \frac{5}{2}a\right)$ 원

② $\left(5000 - \frac{2}{5}a\right)$ 원

③ $\left(\frac{2}{5}a - 5000\right)$ 원

④ $(5000 - 4a)$ 원

⑤ $(5000 - 40a)$ 원

해설

사과 1 개 값은 $\frac{a}{4}$ 원,

$$\text{사과 10 개 값은 } \frac{a}{4} \times 10 = \frac{10}{4}a = \frac{5}{2}a (\text{원})$$

따라서 거스름돈은 $\left(5000 - \frac{5}{2}a\right)$ 이다.

5. $\frac{2x+3}{4} - \frac{x-2}{3}$ 를 간단히 하면?

① $2x + 17$

② $2x + 1$

③ $\frac{x+1}{7}$

④ $\frac{2x+17}{12}$

⑤ $\frac{2x+1}{12}$

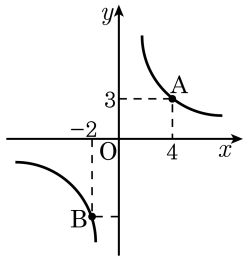
해설

분모를 12 로 통분하면

$$\begin{aligned}\frac{3(2x+3)}{12} - \frac{4(x-2)}{12} &= \frac{3(2x+3) - 4(x-2)}{12} \\ &= \frac{2x+17}{12}\end{aligned}$$

6. $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 의 그래프가 두 점 $A(4, 3)$, $B(-2, b)$ 를 지날 때, b 의 값을 구하면?

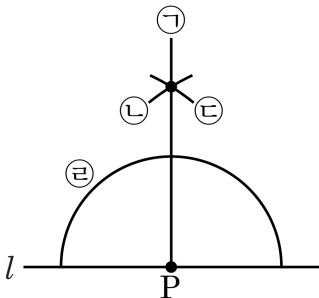
- ① 8 ② -8 ③ 6
④ -6 ⑤ 10



해설

$y = \frac{a}{x}$ 가 점 $(4, 3)$ 을 지나므로 $3 = \frac{a}{4}$, $a = 12$ 이고, $b = \frac{12}{-2}$, $b = -6$ 이다.

7. 다음은 평각 $\angle XOY$ 의 이등분선의 작도이다. 순서를 바꿔도 상관이 없는 기호는?



① ㉑, ㉓

② ㉓, ㉑

③ ㉔, ㉑

④ ㉑, ㉑

⑤ ㉓, ㉔

해설

평각 $\angle XOY$ 의 이등분선의 작도 순서는
 ㉑-㉔-㉓-㉕ 또는 ㉑-㉓-㉔-㉕이다.
 따라서 ㉓과 ㉔이 바뀌어도 상관이 없다.

8. 다음 중 어떤 평면으로 잘라도 그 단면이 항상 원이 되는 회전체는?

① 원뿔대

② 원뿔

③ 원기둥

④ 구

⑤ 반구

해설

구는 어느 방향으로 자르더라도 그 단면이 항상 원이다.

9. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
- ㉡ 두 수가 서로소이면 둘 중 하나는 소수이다.
- ㉢ 공약수가 1 인 두 자연수는 서로소이다.
- ㉣ 15 이하의 자연수 중에서 7 과 서로소인 소수는 5 개이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉡ 반례 : 8 과 25 는 서로소지만 둘 다 소수가 아니다.
- ㉣ 1 은 모든 두 자연수의 공약수이다.

10. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5 의 배수인 약수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$

$2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5 의 배수의 개수는
 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.

$\therefore (2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

11. 절댓값이 3 보다 크고 8 보다 작은 정수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

절댓값이 3 보다 크고 8 보다 작은 정수 :

-7, -6, -5, -4, 4, 5, 6, 7(8개)

12. 다음 빈 칸에 알맞은 식은?

$$-2(3a + 2) + \boxed{} = -2a - 6$$

① $-4a - 12$

② $-4a + 9$

③ $4a - 2$

④ $8a - 12$

⑤ $8a - 2$

해설

$$-6a - 4 + \boxed{} = -2a - 6$$

$$\begin{aligned}\boxed{} &= -2a - 6 - (-6a - 4) \\ &= -2a - 6 + 6a + 4 \\ &= 4a - 2\end{aligned}$$

13. 6%의 소금물이 350g이 있다. 여기에 소금을 14g 더 넣어 만든 소금물의 농도를 구하여라.

▶ 답: %

▷ 정답: $\frac{125}{13}\%$

해설

6% 소금물 350g에 들어있는 소금의 양은 다음과 같다.

$\frac{6 \times 350}{100} = 21(\text{g})$ 여기에 소금을 14g 더 넣었으므로 소금의 양은 35g 이 된다.

따라서, 농도는 $\frac{35}{350 + 14} \times 100 = \frac{125}{13}(\%)$ 이다.

14. 함수 $f(x) = ax - 3$ 에 대하여 $f(1) = 1$ 일 때, $f(5) - f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$f(1) = a - 3 = 1$$

$$a = 4$$

$$f(x) = 4x - 3$$

$$f(5) - f(3) = 17 - 9 = 8$$

15. 다음 표는 어느 학급 학생들의 키에 대한 도수분포표이다. 도수분포표를 보고 다음 보기중 옳은 것을 모두 고르면?

키(cm)	학생 수(명)
130 ^{이상} ~ 140 ^{미만}	5
140 ^{이상} ~ 150 ^{미만}	
150 ^{이상} ~ 160 ^{미만}	17
160 ^{이상} ~ 170 ^{미만}	4
170 ^{이상} ~ 180 ^{미만}	1
합계	50

보기

- ㉠ 계급의 크기는 10 이다.
 ㉡ 계급의 개수는 5 개이다.
 ㉢ 도수가 가장 큰 계급은 150cm 이상 ~ 160cm 미만이다.
 ㉤ 도수가 가장 작은 계급은 170cm 이상 ~ 180cm 미만이다.
 ㉥ 키가 145cm 인 학생이 속하는 계급의 도수는 23 이다.

① ㉡, ㉢

② ㉠, ㉤, ㉥

③ ㉠, ㉢, ㉤

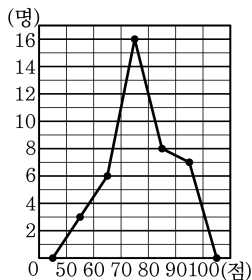
④ ㉠, ㉡, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉢ $50 - (5 + 17 + 4 + 1) = 23$ 이므로 도수가 가장 큰 계급은 140cm 이상 ~ 150cm 미만이다.

16. 다음 그래프는 어느 반 학생들의 과학 성적을 조사하여 나타낸 도수분포다각형이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

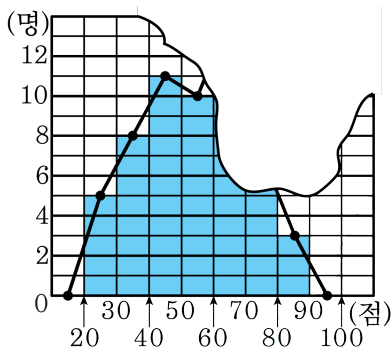


- ① 전체 학생 수는 35 명이다.
- ② 계급의 개수는 4 개이다.
- ③ 과학 성적이 70 점 미만인 학생은 31 명이다.
- ④ 도수가 16 명인 계급의 계급값은 75 점이다.
- ⑤ 도수가 7 명인 계급의 계급값은 95 점이다.

해설

- ① 전체 학생 수는 $3 + 6 + 16 + 8 + 7 = 40$ (명) 이다.
- ② 계급의 개수는 5 개이다.
- ③ 과학 성적이 70 점 미만인 학생은 $3 + 6 = 9$ (명) 이다.

17. 다음 그림은 C 중학교 학생들의 수학 성적을 히스토그램과 도수분포다각형으로 나타낸 것의 일부이다. 60 점 이상 70 점 미만인 학생 수가 70 점 이상 80 점 미만인 학생 수보다 9 명이 많고, 80 점 이상인 학생 수가 전체의 5% 일 때, 60 점 이상 70 점 미만인 학생은 몇 명인지 구하여라.



▶ 답 : 명

▷ 정답 : 16명

해설

80 점 이상인 학생이 3 명이고 이것이 전체의 5% 이므로 전체 학생 수를 x 명이라 하면

$$\frac{3}{x} \times 100 = 5 \quad \therefore x = 60$$

60 점 이상 70 점 미만인 학생 수를 y 명이라 하면

70 점 이상 80 점 미만인 학생 수는 $y - 9$ 명이므로

$$5 + 8 + 11 + 10 + y + (y - 9) + 3 = 60$$

$$\therefore y = 16$$

18. 다음 표는 상혁이네 반 학생들의 턱걸이 기록을 나타낸 도수분포표이다. 상혁이네 반 학생들의 턱걸이 기록의 평균을 구하여라.

기록(회)	도수(명)
1 ^{이상} ~ 3 ^{미만}	3
3 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	6
5 ^{이상} ~ 7 ^{미만}	10
7 ^{이상} ~ 9 ^{미만}	7
9 ^{이상} ~ 11 ^{미만}	4
합계	30

▶ 답 : 회

▶ 정답 : $\frac{31}{5}$ 회

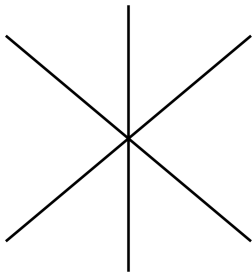
해설

(평균)

$$= \frac{2 \times 3 + 4 \times 6 + 6 \times 10 + 8 \times 7 + 10 \times 4}{30}$$

$$= \frac{186}{30} = \frac{31}{5} \text{ (회)}$$

19. 다음 그림에서 생각할 수 있는 맞꼭지각은 모두 몇 쌍인가?



① 4 쌍

② 5 쌍

③ 6 쌍

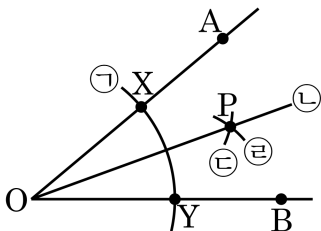
④ 7 쌍

⑤ 8 쌍

해설

직선의 수가 3 개 이므로 두 쌍씩 짝을 지으면 3 쌍이 된다.
직선 한 쌍 당 맞꼭지각이 2 개이므로 $3 \times 2 = 6$ (쌍)이다.

20. 다음 그림은 $\angle AOB$ 의 이등분선 $\overline{OP}$ 를 작도한 것이다. 이 작도에 대한 설명으로 옳은 것을 두 가지 고르면?

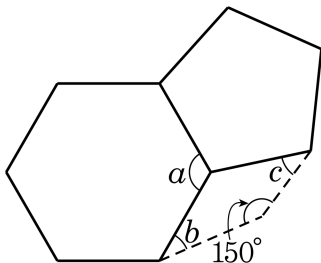


- ① ㉠-㉡-㉢-㉣의 순서로 작도한 것이다.
- ② 교점을 선분으로 이으면 $\overline{OX} = \overline{XP}$ 이다.
- ③ 한 변의 길이와 양 끝각의 크기가 같으므로 $\triangle XOP$ 와 $\triangle YOP$ 는 합동이다.
- ④ 세 변의 길이가 같으므로 $\triangle XOP$ 와 $\triangle YOP$ 는 합동이다.
- ⑤ 합동인 삼각형의 대응각 $\angle AOP = \angle BOP$

해설

- ① 작도 순서는 ㉠-㉡-㉢-㉣이다.
- ② $\overline{OX} \neq \overline{XP}$
- ③, ④ $\overline{OX} = \overline{OY}$, $\overline{OP}$ 는 공통,
 $\angle XOP = \angle YOP$ 이므로 $\triangle XOP \cong \triangle YOP$ (SAS 합동)

21. 다른 그림은 정오각형과 정육각형의 각각의 한 변을 겹쳐 놓은 것이다.
 $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기를 구하여라.

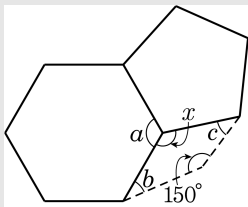


▶ 답 : °

▷ 정답 : 198°

해설

다음 그림과 같이 $\angle x$ 를 잡으면



정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (5 - 2)}{5} = 108^\circ$ 이고,

정육각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (6 - 2)}{6} = 120^\circ = a^\circ$ 이다.

따라서 $108^\circ + 120^\circ + x^\circ = 360^\circ$ 이므로 $x^\circ = 132^\circ$

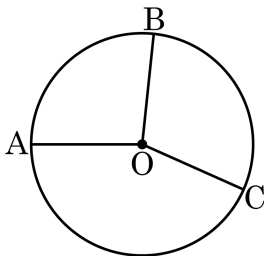
사각형의 네 내각의 크기의 합은 360° 이므로

$$\angle b + \angle c + 132^\circ + 150^\circ = 360^\circ$$

$$\angle b + \angle c = 78^\circ$$

따라서 $a + b + c = 198$ 이다.

22. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{CA} = 8 : 9 : 13$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°
_

▷ 정답 : 108°

해설

$$\angle BOC = 360^\circ \times \frac{9}{8 + 9 + 13} = 108^\circ$$

23. $|a| = 4$, $|b| = 9$ 를 만족하는 두 수 a , b 를 수직선 위에 나타낼 때, 두 수 사이의 거리의 최댓값은?

① 5

② 8

③ 13

④ 18

⑤ 31

해설

$a = -4$ 또는 $+4$ 이고, $b = -9$ 또는 $+9$ 이다.

따라서 두 수 사이의 최댓값은 -4 와 9 의 거리 또는 -9 와 4 의 거리인 13 이다.

24. 등식 $\frac{243}{104} = x + \frac{1}{y + \frac{1}{z + \frac{1}{34}}}$ 을 만족하는 x, y, z 를 바르게 나열한

것은?

① 1, 2, 3

② 2, 1, 3

③ 2, 2, 1

④ 2, 1, 2

⑤ 3, 2, 1

해설

$$\frac{243}{104} = 2 + \frac{35}{104} = 2 + \frac{1}{\frac{104}{35}} \therefore x = 2$$

$$\frac{104}{35} = 2 + \frac{34}{35} = 2 + \frac{1}{\frac{35}{34}} \therefore y = 2$$

$$\frac{35}{34} = 1 + \frac{1}{34} \therefore z = 1$$

25. 세 유리수 a, b, c 에 대하여 $a - 2 = b + 4$, $c > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a + 6 = b$

② $a - b + c = c + 4$

③ $ac - bc = -6c$

④ $a - c = b - c + 6$

⑤ $\frac{a+3}{c} = \frac{b-9}{c}$

해설

① $a - 6 = b$

② $a - b + c = c + 6$

③ $ac - bc = 6c$

⑤ $\frac{a+3}{c} = \frac{b+9}{c}$ 이므로 옳은 것은 ④이다.

26. 어떤 물통에 물을 가득 채우는데 A 호스로는 30 분, B 호스로는 40 분이 걸리며, 또 가득찬 물을 C 호스로 빼는 데는 1 시간이 걸린다. 세 호스를 동시에 사용하여 물을 채우는 데 몇 분이 걸리겠는가?

- ① 20 분 ② $13\frac{1}{3}$ 분 ③ 24 분
④ 36 분 ⑤ 50 분

해설

물통의 양을 1로 놓으면 가득 채우는데 30 분 걸리는 A 호스로 1 분동안 채우는 양이 $\frac{1}{30}$, 마찬가지로 B 호스는 $\frac{1}{40}$ 이다.

물을 가득 채우는데 걸리는 시간을 x 분이라고 하면 A, B 호스로는 물을 채우고 C 호스로는 물을 빼내게 된다. 그러므로

$$\frac{x}{30} + \frac{x}{40} - \frac{x}{60} = 1$$

$$x = 24 \text{ (분)}$$

27. 수조에 물을 받는데, A 수도꼭지로 40 분 동안 물을 받으면 수조가 가득 차고 물을 뺄 때는 56 분이 걸린다. 수조에 물을 받으면서 동시에 물을 빼면 몇 분 만에 수조가 가득 차겠는지 구하여라.



답 :

분



정답 : 140 분

해설

꼭 채워진 물의 양을 1이라고 할 때

1 분 동안 A 수도꼭지에서 나오는 물의 양 : $\frac{1}{40}$

1 분 동안 빠지는 물의 양 : $\frac{1}{56}$

물을 가득 채우는 데 걸리는 시간 x 분이라 하면

$$\frac{1}{40}x - \frac{1}{56}x = 1$$

$$7x - 5x = 280$$

$$2x = 280, x = 140 \text{ 분}$$

28. 함수 $f(x) = x - 1$ 에서 $f(k) + f(k - 1) = 5$ 일 때, k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(k) + f(k - 1) = 5$$

$$k - 1 + k - 1 - 1 = 5$$

$$2k = 8$$

$$\therefore k = 4$$

29. 두 점 A(6, a), B(b, -2) 가 각각 두 함수 $y = \frac{5}{3}x$, $y = -\frac{1}{3}x$ 의 그래프 위의 점일 때, 두 점 사이의 거리는?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$y = \frac{5}{3}x \text{에 } x = 6, y = a \text{를 대입하면 } a = \frac{5}{3} \times 6$$

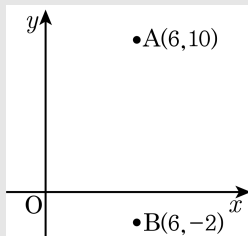
$$\therefore a = 10$$

$$y = -\frac{1}{3}x \text{에 } x = b, y = -2 \text{를 대입하면}$$

$$-2 = -\frac{1}{3} \times b$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore A(6, 10), B(6, -2)$$



따라서 두 점 사이의 거리는 $10 - (-2) = 12$

30. 다음 함수의 그래프에서 $x(x > 0)$ 가 감소할 때, y 도 감소하는 함수끼리 모아 놓은 것은?

㉠ $y = \frac{8}{x}$

㉡ $y = -\frac{3}{x}$

㉢ $y = \frac{1}{x}$

㉤ $y = 2x$

㉥ $y = \frac{2}{x}$

㉦ $y = \frac{1}{4}x$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉥

③ ㉠, ㉢, ㉦

④ ㉡, ㉤, ㉦

⑤ ㉢, ㉤, ㉦

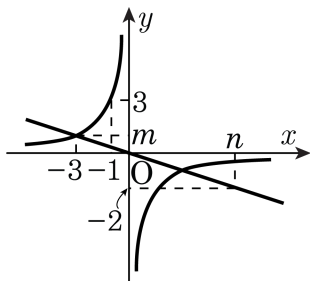
해설

$y = ax$ 에서 $a > 0$ 일 때, x 의 값이 감소할 때, y 의 값도 감소한다.

$y = \frac{a}{x}$ 에서 $a < 0$ 일 때, x 의 값이 감소할 때, y 의 값도 감소한다.

따라서 ㉡, ㉤, ㉦이다.

31. 다음 그래프에서 $m + n$ 의 값은?



① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$y = \frac{a}{x}$ 꼴의 그래프가 $(-1, 3)$ 을 지나므로 $a = -3$ 이다.

즉, 이 그래프는 $y = -\frac{3}{x}$ 이다.

$$\frac{-3}{-3} = 1$$

$$\therefore m = 1$$

$y = \frac{b}{x}$ 꼴의 그래프가 $(-3, 1)$ 을 지나므로 $b = -\frac{1}{3}$ 이다.

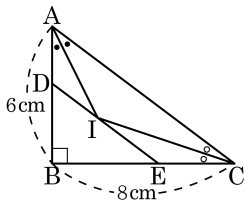
즉, 이 그래프는 $y = -\frac{1}{3}x$ 이다.

$$\left(-\frac{1}{3}\right) \times n = -2$$

$$\therefore n = 6$$

$$\therefore m + n = 7$$

32. 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 점 I는 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점이다. 점 I를 지나면서 선분 AC와 평행한 직선을 그어 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 D, E라고 할 때, 직각삼각형 DBE의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 14cm

해설

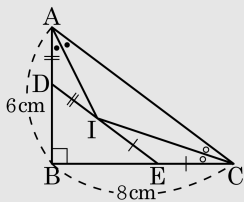
$\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ 이므로 $\angle CAI = \angle AID, \angle ACI = \angle CIE$

$\triangle ADI$ 에서 $\angle IAD = \angle AID$ 이므로 $\triangle ADI$ 는 $\overline{AD} = \overline{DI}$ 인 이등변삼각형이다.

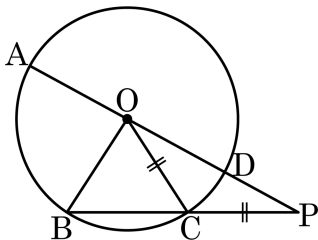
마찬가지로 $\triangle IEC$ 에서 $\angle CIE = \angle ICE$

이므로 $\triangle IEC$ 는 $\overline{IE} = \overline{EC}$ 인 이등변삼각형이다. 따라서 (직각삼각형 DBE의 둘레의 길이)

$$\begin{aligned} &= \overline{DB} + \overline{BE} + \overline{ED} \\ &= \overline{ID} + \overline{DB} + \overline{BE} + \overline{EI} \\ &= (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{BE} + \overline{EC}) \\ &= \overline{AB} + \overline{BC} \\ &= 6 + 8 = 14 \text{ (cm)} \end{aligned}$$



34. 다음 그림에서 원O의 지름 AD와 현 BC의 연장선의 교점을 P라고 하고 $\overline{CO} = \overline{CP}$, $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의 길이는 30cm 일 때 $5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 의 길이를 구하면?



- ① 10cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

$\angle CPD = a$ 라 하면

$\triangle OCP$ 에서 $\overline{CO} = \overline{CP}$ 이므로

$$\angle COP = \angle CPO = a$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC = 2a$$

$\triangle OBP$ 에서

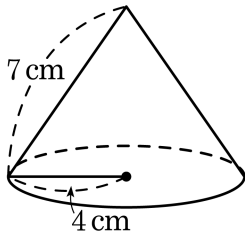
$\angle AOB = 3a$ (한 외각은 이웃하지 않는 두 내각의 합과 같으므로)

따라서 호의 길이는 중심각의 크기에 비례하므로

$$\therefore 30 : 5.0\text{pt}\widehat{CD} = 3a : a$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{CD} = 10\text{cm}$$

35. 반지름 길이 4cm, 모선의 길이 7cm 인 원뿔의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

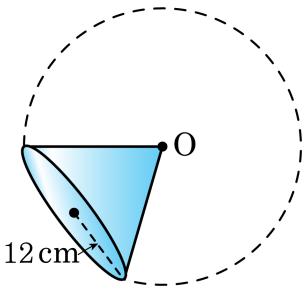
▷ 정답 : 44π cm²

해설

(원뿔의 겉넓이) = (밑넓이) + (옆넓이) 에서
모선의 길이를 l 이라고 하면

$$S = \pi r^2 + \pi r l = 16\pi + 28\pi = 44\pi \text{ cm}^2$$

36. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름이 12cm 인 원뿔을 꼭지점 O 를 중심으로 굴렸더니 $\frac{5}{4}$ 회전하고 다시 원래의 자리로 돌아왔다. 이 때, 원뿔의 겉넓이는?



- ① $144\pi\text{cm}^2$ ② $180\pi\text{cm}^2$ ③ $240\pi\text{cm}^2$
 ④ $324\pi\text{cm}^2$ ⑤ $384\pi\text{cm}^2$

해설

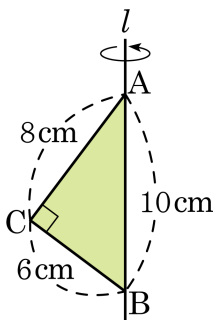
원의 중심을 O 로 하는 원의 반지름을 r 이라고 할 때,

$$(2 \times 12 \times \pi) \times \frac{5}{4} = 2\pi \times r, r = 15(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

원뿔의 모선을 l 이라 하면 $r = l$ 이므로

$$S = \pi \times 15 \times 12 + \pi \times 12^2 = 324\pi(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

37. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ACB 를 $\overline{AB}$ 를 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피를 $a\pi\text{cm}^3$, 겉넓이가 $b\pi\text{cm}^2$ 일 때, $5(a-b)$ 의 값은?



① 28

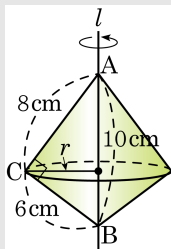
② 30

③ 48

④ 56

⑤ 74

해설



밑면의 반지름을 r 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 10 \times r = \frac{1}{2} \times 6 \times 8$$

$$\therefore r = \frac{24}{5}$$

$$(\text{부피}) = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{24}{5}\right)^2 \times 10 = \frac{384}{5} \pi (\text{cm}^3)$$

$$(\text{겉넓이}) = \pi \times 8 \times \frac{24}{5} + \pi \times 6 \times \frac{24}{5} = \frac{336}{5} \pi (\text{cm}^2)$$

$$\therefore 5(a-b) = 5 \times \left(\frac{384}{5} - \frac{336}{5}\right) = 48 \text{ 이다.}$$

38. $2009^n + 2009^{(n+1)} + 2009^{(n+2)} + 2009^{(n+3)}$ 의 값이 10 의 배수일 때,
두 자리 자연수 n 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

$2009^n + 2009^{(n+1)} + 2009^{(n+2)} + 2009^{(n+3)}$ 이 10 의 배수가 되려면,

$9^n + 9^{n+1} + 9^{n+2} + 9^{n+3}$ 이 10 의 배수가 되어야 한다.

9^n 에서 n 에 1 부터 차례대로 대입해 보면,

9^n 의 일의 자리 수 $\rightarrow 9, 1, 9, 1, \dots$ 이므로

$9^n + 9^{n+1} + 9^{n+2} + 9^{n+3}$ 은 항상 10 의 배수라는 것을 알 수 있다.

$\therefore$ 두 자리 자연수 n 의 최댓값=99

39. 자연수 n 에 대해 $S(n)$ 은 n 의 약수의 개수이다. 자연수 a, b 가 서로 소일 때, $S(a) + S(b) = 6$ 을 만족하는 $S(a \times b)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$S(a) + S(b) = 6$ 이므로,

$(S(a), S(b)) = (2, 4), (3, 3), (4, 2)$ 이다.

(1) $(S(a), S(b)) = (2, 4)$ 일 때, $a = x$, $b = y^3$ 이거나 $b = y \times z$ 의 형태이므로,

$S(a \times b) = 8$ 이다. ($(S(a), S(b)) = (4, 2)$ 일 때도 같다.)

(2) $(S(a), S(b)) = (3, 3)$ 일 때, $a = x^2$, $b = y^2$ 의 형태이므로,
 $S(a \times b) = 9$ 이다.

$\therefore S(a \times b)$ 의 최솟값 = 8

40. 두 수의 합이 24 , 최대공약수가 3 , 최소공배수가 45 일 때, 두 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 수를 $3 \times a, 3 \times b$ 라 두면,
 $3 \times a + 3 \times b = 24 \rightarrow a + b = 8$,
 $3 \times a \times b = 45 \rightarrow a \times b = 15$,
 $a = 5, b = 3$ 이므로 두 수는 15, 9 이다.
 $\therefore (\text{두 수의 차}) = 15 - 9 = 6$

41. 세 정수 a, b, c 에 대하여 $a \times b \times c = -12$, $|a| = 4$, $a > b > 0 > c$ 일 때, 가능한 $a + b + c$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 6

해설

$|a| = 4, a > 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

$4 \times b \times c = -12$ 에서 $b \times c = -3$ 이다.

$b > 0 > c$ 이므로

$b = 1, c = -3$ 또는 $b = 3, c = -1$ 이다.

(i) $b = 1, c = -3$ 일 때,

$a + b + c = 4 + 1 + (-3) = 2$ 이다.

(ii) $b = 3, c = -1$ 일 때,

$a + b + c = 4 + 3 + (-1) = 6$ 이다.

42. x 에 관한 일차방정식 $\frac{4+x}{3} - \frac{a}{6} = x - 1 + \frac{a-2}{6}$ 의 해가 자연수일 때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $a = 6$

해설

주어진 식의 양변에 6을 곱하면

$$8 + 2x - a = 6x - 6 + a - 2$$

$$4x = 16 - 2a$$

$$x = 4 - \frac{a}{2}$$

x 는 자연수이므로

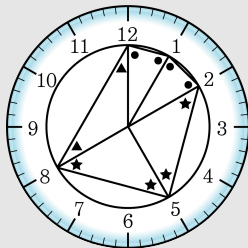
$$a = 2, 4, 6$$

43. 시계의 숫자 1, 2, 5, 8, 12 를 이어서 오각형을 만들 때, 오각형의 5 개의 내각 중 가장 큰 각과 가장 작은 각의 크기의 합을 구하여라.

▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 225°

해설



다음 그림과 같이 시계의 문자판의 중심에서 1 시, 2 시, 5 시, 8 시, 12 시에 보조선을 그으면, 원의 반지름의 길이는 모두 같으므로 5 개의 이등변삼각형이 만들어진다

1시간에 대한 중심각의 크기는 $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ 이므로

$$\bullet = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

$$\star = \frac{1}{2}(180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

$$\blacktriangle = \frac{1}{2}(180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$$

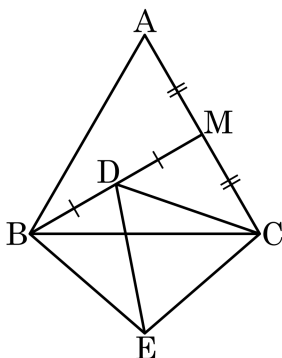
따라서, 내각의 크기는

$105^\circ, 150^\circ, 120^\circ, 90^\circ, 75^\circ$ 이므로

가장 큰 각과 가장 작은 각의 크기의 합은

$$150^\circ + 75^\circ = 225^\circ .$$

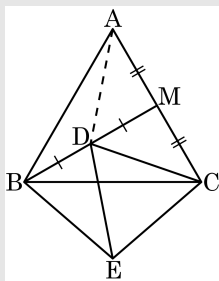
44. 다음 그림의 삼각형 ABC, CDE 는 정삼각형이고, 점 M 은 변 AC 의 중점, 점 D 는 선분 BM 의 중점이다. 이때 삼각형 ABC 의 넓이를 x , 사각형 BECD 의 넓이를 y 라 할 때, $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설



삼각형 ACD 와 삼각형 BCE 에서 $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\overline{CD} = \overline{CE}$
 $\angle ACD = \angle ACB - \angle DCB = \angle DCE - \angle DCB = \angle BCE$ 이므로
삼각형 ACD 와 삼각형 BCE 는 SAS 합동이다.

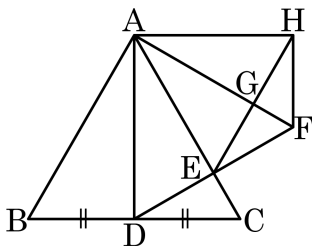
(사각형 BECD 의 넓이)

$$= \triangle DBC + \triangle BCE = \triangle DBC + \triangle ACD = \triangle ABC - \triangle ABD$$

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \triangle ABM = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{4} \triangle ABC$$

$$\therefore y = x - \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}x \therefore \frac{y}{x} = \frac{3}{4}$$

45. 다음 그림은 정삼각형 ABC의 한 변 BC 위에 중점 D를 정하고, $\overline{AD}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ADF를 그리고, $\overline{AC}$ 와 $\overline{DF}$ 의 교점을 E라 하고 $\overline{AE}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 AEH를 그린 것이다. 이때, 생기는 정삼각형의 넓이를 차례대로 $a\text{cm}^2, b\text{cm}^2, c\text{cm}^2$ 라 할 때, $\triangle AFH$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\frac{1}{2}b\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\overline{AD}$ 는 공통
 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (SSS 합동)이므로

$$\therefore \angle DAC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

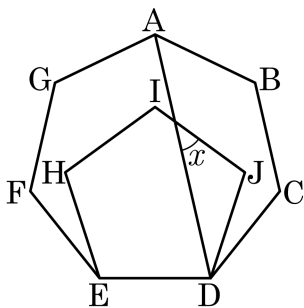
$\triangle ADE$ 와 $\triangle AFE$ 에서
 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\angle DAE = \angle FAE = 30^\circ$, $\overline{AE}$ 는 공통
 $\therefore \triangle ADE \equiv \triangle AFE$ (SAS 합동)

또한 $\triangle AEF$ 와 $\triangle AHF$ 에서
 $\overline{AE} = \overline{AH}$, $\angle FAE = \angle FAH = 30^\circ$, $\overline{AF}$ 는 공통
 $\therefore \triangle AEF \equiv \triangle AFH$ (SAS 합동)

따라서 $\triangle ADE \equiv \triangle AFE \equiv \triangle AFH$ (SAS 합동)

$$\begin{aligned} \therefore \triangle AFH &= \triangle ADE \\ &= \frac{1}{2} \times \triangle ADF \\ &= \frac{1}{2} \times b \\ &= \frac{1}{2}b(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

46. 다음 그림은 한 변의 길이가 서로 같은 정칠각형 ABCDEFG와 정오각형 DEHIJ가 변 DE를 공유하며 겹쳐져 있는 모습을 나타낸 것이다. $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▶ 정답 : $\frac{288}{7}^{\circ}$

해설

정칠각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^{\circ}(7-2)}{7} = \frac{900^{\circ}}{7}$$

정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^{\circ}(5-2)}{5} = 108^{\circ}$$

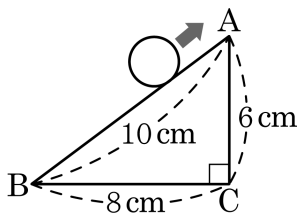
$$\angle ADJ = \angle ADC - \angle JDC$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} \times \left(360^{\circ} - \frac{900^{\circ}}{7} \times 2 \right) \right\} - \left(\frac{900^{\circ}}{7} - 108^{\circ} \right)$$

$$= \frac{216^{\circ}}{7}$$

$$\therefore \angle x = 180^{\circ} - \left(\frac{216^{\circ}}{7} + 108^{\circ} \right) = \frac{288^{\circ}}{7}$$

47. 다음그림과 같이 반지름의 길이가 2cm 인 원을 굴려서 직각삼각형을 한 바퀴 돌 때, 이 원이 지나간 부분의 넓이는?



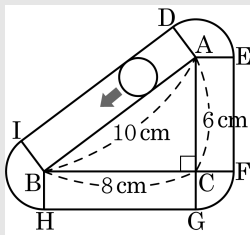
- ① $(24 + 8\pi)\text{cm}^2$ ② $(48 + 48\pi)\text{cm}^2$
 ③ $(64 + 24\pi)\text{cm}^2$ ④ $(96 + 16\pi)\text{cm}^2$
 ⑤ $(108 + 56\pi)\text{cm}^2$

해설

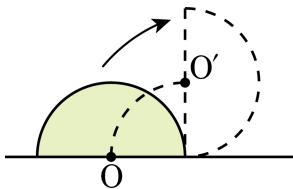
그림과 같이 원이 지나간 부분의 넓이는 직사각형의 3 개와 부채꼴 3 개의 넓이와 같다.

$\angle DAE + \angle FBG + \angle HCI = 360^\circ$ 이므로

구하는 넓이는 $10 \times 4 + 6 \times 4 + 8 \times 4 + \pi \times 4^2 = 96 + 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



48. 다음 그림과 같이 일직선 위의 반지름의 길이가 2cm 인 반원을 1 바퀴 굴렸을 때, 중심 O 가 움직이면서 그리는 선의 길이를 구하여라.



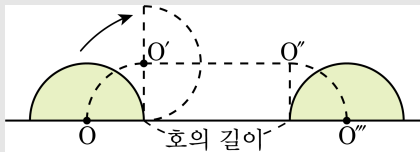
▶ 답 : cm

▶ 정답 : 4π cm

해설

중심 O 가 움직이면서 그리는 선은 $5.0\text{pt}\widehat{OO'}$, $\overline{O'O''}$, $5.0\text{pt}\widehat{O''O''''}$ 이므로 구하는 길이는 반원의 호의 길이의 2 배이다.

$$\therefore 2 \times \frac{1}{2} \times 2\pi \times 2 = 4\pi(\text{cm})$$



49. 모서리의 길이가 모두 같은 정오각형 2 개와 정삼각형 10 개로 이루어진 십이면체가 있다. 각 모서리를 삼등분한 점들을 이어서 만들어지는 사각뿔을 모두 잘라 내고 남은 도형의 꼭짓점의 개수 v 와 모서리의 개수 e 와 면의 개수 f 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 122

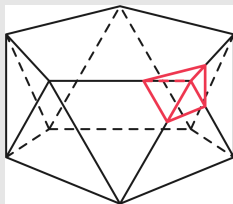
해설

십이면체의 꼭짓점의 개수는 10 개

십이면체의 모서리의 개수는 20 개

십이면체의 면의 개수는 12 개

십이면체의 삼등분점을 이어서 만들어지는 사각뿔은 다음 그림과 같으며, 이런 사각뿔은 각 꼭짓점마다 만들어지므로 총 10 개의 사각뿔이 잘리게 된다.



이런 사각뿔을 모두 잘라 내면 십이면체의 한 꼭짓점마다 꼭짓점은 4 개가 새로 생기고 1 개가 없어져서 총 3 개씩 늘어나고, 모서리는 4 개씩 늘어나고, 면은 1 개씩 늘어나므로

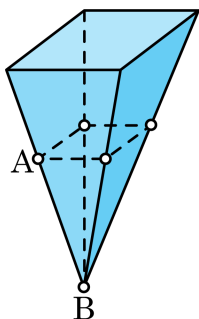
$$v = 10 + 3 \times 10 = 40$$

$$e = 20 + 4 \times 10 = 60$$

$$f = 12 + 1 \times 10 = 22$$

$$\therefore v + e + f = 122$$

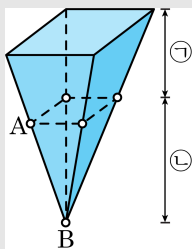
50. 다음과 같이 밑면의 넓이가 16cm^2 , 높이가 4cm 인 사각뿔 모양의 그릇의 중간 높이인 평면 A 부분에 각 꼭짓점마다 4 개의 구멍을 뚫고, 아래쪽 꼭짓점인 B 에 1 개의 구멍을 뚫었다. 각 구멍에서 1 초에 1cm^3 씩 일정한 속도로 물이 빠져나온다면, 이 그릇의 물이 완전히 빠질 때까지의 시간을 구하여라.



▶ 답 : 초

▷ 정답 : $\frac{96}{15}$ 초

해설



$$(\text{사각뿔 전체의 부피}) = \frac{1}{3} \times 16 \times 4 = \frac{64}{3}$$

$$(\text{㉔부분의 부피}) = \frac{1}{3} \times 4 \times 2 = \frac{8}{3}$$

(1) ㉓부분의 물이 빠질 때까지 걸리는 시간을 x 분이라 하면
(5개의 구멍에서 빠지는 물의 양) =
(㉓부분에 들어있는 물의 양)

$$\text{즉, } 1 \times 5 \times x = \frac{56}{3} \therefore x = \frac{56}{15}$$

(2) ㉔부분의 물이 빠질 때까지 걸리는 시간을 y 분이라 하면
(1개의 구멍에서 빠지는 물의 양) =
(㉔부분에 들어 있는 물의 양)

$$\text{즉, } 1 \times y = \frac{8}{3} \therefore y = \frac{8}{3}$$

따라서 이 사각뿔에서 물이 완전히 빠질 때까지 걸리는 시간은

$$x + y = \frac{56}{15} + \frac{8}{3} = \frac{96}{15} \text{ (초)}$$