

1. 20 이하의 자연수 중 약수의 개수가 2개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

구하고자 하는 수는 20 이하의 소수이다.
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19로 총 8개이다.

2. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.
- ② 소수는 모두 홀수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

- ② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.
- ④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

3. 40 을 소인수분해하면?

① 1×40

② 2×20

③ $2^2 \times 10$

④ $2^3 \times 5$

⑤ 8×5

해설

40 을 소인수분해하면 다음과 같다. $40 = 2^3 \times 5$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)40} \\ 2 \overline{)20} \\ 2 \overline{)10} \\ \underline{\quad} \\ 5 \end{array}$$

4. 다음 중 두 수가 서로소가 아닌 것은?

- ① 2, 7 ② 3, 8 ③ 4, 17 ④ 10, 15 ⑤ 11, 21

해설

④ 10 과 15 의 최대공약수는 5 이므로 두 수는 서로소가 아니다.

5. 28의 약수이면서 42의 약수도 되는 수를 모두 찾아 그 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

28 과 42 의 공약수를 구하면 된다.

$28 = 2^2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$ 이므로

28과 42 의 공약수는 1, 2, 7, 2×7 이고 합은 $1+2+7+14 = 24$ 이다.

6. 다음 두 수의 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

36, 48

① 2×3

② 2×3^2

③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^4 \times 3$

⑤ $2^4 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ \hline 3 \end{array}$$

$\therefore 36 = 2^2 \times 3^2$ $\therefore 48 = 2^4 \times 3$

따라서 최소공배수는 $2^4 \times 3^2$ 이다.

7. 다음 중 12의 배수이면서 동시에 15의 배수가 되는 수는?

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 60 ⑤ 100

해설

12와 15의 최소공배수인 60의 배수를 찾으면 된다.

9. 다음 중 어떤 수를 5로 나누었을 때의 나머지가 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 5$$

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 16의 약수의 개수는 5개이다.
- ② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.
- ③ 모든 자연수는 약수가 2개 이상이다.
- ④ 21은 3의 배수이다.
- ⑤ 6은 18의 약수이다.

해설

1은 약수가 자기 자신뿐이다.

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^3 = 27$

② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

12. $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$ 를 $2^x \times 3^y \times 5^z$ 라 할 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \text{ 이므로}$$

$$x = 4, y = 3, z = 2$$

$$\therefore x+y+z = 4+3+2 = 9$$

13. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

14. 두 수 $2^2 \times 3$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① 2×3

② 2×5

③ 3×5

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3^2

해설

$2^2 \times 3$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3 이다.

15. 가로, 세로의 길이가 각각 48m, 32m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14m ② 16m ③ 18m ④ 20m ⑤ 22m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $48 = x \times \square$, $32 = x \times \triangle$
 x 는 48과 32의 최대공약수이므로
 $48 = 2^4 \times 3$, $32 = 2^5$
 $\therefore x = 2^4 = 16$ (m)

16. 38 을 나누면 2 가 남고 45 를 나누면 3 이 부족한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$38 - 2 = 36$ 과 $45 + 3 = 48$ 의 최대공약수는 12 이다.

17. 두 수 $4 \times x$, $5 \times x$ 의 최소공배수가 80 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$4 \times x$, $5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times x = 80$
따라서 $x = 4$ 이다.

18. x 는 108의 소인수이고, y 는 147의 소인수일 때, x, y 의 값을 모두 구하면?

① $x = 2, y = 3$

② $x = 2, 3, y = 3$

③ $x = 2, 3, y = 3, 5$

④ $x = 2, 3, y = 3, 7$

⑤ $x = 3, 4, y = 3, 8$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $147 = 3 \times 7^2$ 이므로
 $x = 2, 3$, $y = 3, 7$ 이다.

19. 세 수 72, 84, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② 24

③ $2^2 \times 3$

④ 18

⑤ 2×3

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $2^2 \times 3^2$ 이므로 최대공약수는 $2^2 \times 3$

20. 두 수 $2^3 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수가 60 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로, $a = 1, b = 2$
 $\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

21. 54와 72의 공약수 중에서 3의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3의 배수인 약수는 4개이다.

4를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2+1) = 3$

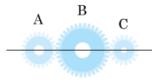
23. x 는 16, 32, 80의 공배수 중 500보다 작은 자연수일 때, x 값의 개수를 구하여라.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

16, 32, 80의 공배수는 160의 배수이다.
500보다 작은 160의 배수는 160, 320, 480으로 3개이다.

24. 톱니의 수가 각각 24, 36, 18 개인 톱니바퀴 A, B, C 가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 모두 다시 처음의 위치로 돌아오려면 C 는 최소한 몇 바퀴를 회전해야 하는지 구하여라.



▶ 답: 바퀴

▷ 정답: 4바퀴

해설

24, 36, 18 의 최소공배수는 72,
∴ C 바퀴의 회전수는 $72 \div 18 = 4$ (바퀴)이다.

25. 자연수 a 의 약수의 개수를 $N(a)$ 로 나타낼 때 $N(600) \times N(a) = 96$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하면?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \text{ 이므로 } N(600) = 4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$24 \times N(a) = 96 \quad \therefore N(a) = 4$$

약수의 개수가 4개인 가장 작은 자연수는

$$6 = 2 \times 3 \text{ 이다.}$$