

1. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 4a_3$, $a_2 + a_4 = 4$ 가 성립할 때, a_6 의 값은?

① 5

② 8

③ 11

④ 13

⑤ 16

해설

a_2, a_3, a_4 는 이 순서로 등차수열을 이루므로 $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = 2$

$\therefore a_5 = 4a_3 = 8$

이때, 공차를 d 라 하면 $a_5 = a_3 + 2d$ 이므로

$8 = 2 + 2d \quad \therefore d = 3$

$\therefore a_6 = a_5 + d = 8 + 3 = 11$

2. 첫째항이 1이고 공차가 자연수 d 인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $n \geq 3$ 일 때, $S_n = 94$ 를 만족하는 d 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$S_n = 94 \text{에서 } \frac{n\{2 + (n-1)d\}}{2} = 94$$

$$n\{2 + (n-1)d\} = 2 \cdot 94 = 2^2 \cdot 47$$

그런데 $n \geq 3$ 이므로 n 의 값이 될수 있는 것은 4, 47, 94, 188이다.

$$n = 4 \text{일때, } 2 + (4-1)d = 47 \quad \therefore d = 15$$

$$n = 47 \text{일때, } 2 + (47-1)d = 4 \quad \therefore d = \frac{2}{23}$$

$$n = 94 \text{일때, } 2 + (94-1)d = 2 \quad \therefore d = 0$$

$$n = 188 \text{일때, } 2 + (188-1)d = 1 \quad \therefore d = -\frac{1}{187}$$

이 중에서 d 가 자연수가 되는 것은 $n = 4$ 이므로 $d = 15$

3. 두 수 1과 64사이에 다섯 개의 수 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 를 넣어서 만든 수열이 등비수열을 이룰 때, a_3 의 값은?(단, $a_3 > 0$)

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

주어진 수열이 등비수열을 이루므로

1, a_3 , 64도 등비수열을 이룬다.

$$(a_3)^2 = 1 \cdot 64 \quad \therefore a_3 = 8$$

4. 제 4항이 6, 제 7항이 162인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합은?

- ① $\frac{1}{9}(3^{10} - 1)$ ② $\frac{1}{10}(3^{10} - 1)$ ③ $\frac{1}{9}(3^{10} + 1)$
④ $\frac{1}{10}(3^{10} + 1)$ ⑤ $\frac{1}{9}(3^{11} - 1)$

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$ar^3 = 6, ar^6 = 162$$

$$r^3 = 27$$

$$\therefore r = 3, a = \frac{2}{9}$$

$$S_n = \frac{\frac{2}{9} \cdot (3^{10} - 1)}{3 - 1} = \frac{1}{9}(3^{10} - 1)$$

5. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n^2 - n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_4 의 값은?

① 26

② 31

③ 36

④ 46

⑤ 51

해설

$$a_1 = 2, a_{n+1} = a_n^2 - n \text{ 이므로 } a_2 = a_1^2 - 1 = 3$$

$$a_3 = a_2^2 - 1 = 3^2 - 1 = 8$$

$$a_4 = a_3^2 - 1 = 8^2 - 1 = 63$$

6. 자연수 n 에 대한 명제 $P(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 참이 되기 위해서는 다음 두 조건을 만족해야 한다.

- (i) $P(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$ 이 참이다.
(ii) $P(k)$ 가 참이면 $P(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$ 도 참이다.

이때, (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 적은 것은?

- ① $0, k$

② $0, k + 1$

③ $0, k - 1$

④ $1, k$

⑤ $1, k + 1$

해설

명제 $P(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 참이 되기 위해서는 다음 두 조건을 만족해야 한다.

- (i) $P(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$ 이 참이다.
(ii) $P(k)$ 가 참이면 $P(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$ 도 참이다.

7. $\sqrt[4]{4 + \sqrt{15}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8}$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt[4]{4 + \sqrt{15}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \sqrt{\sqrt{\frac{8 + 2\sqrt{15}}{2}}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \frac{\sqrt{\sqrt{5} + \sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{2}}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \frac{\sqrt{5 - 3}}{\sqrt[4]{2}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt[4]{\frac{8}{2}} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt[4]{4} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

8. $\log_{10} 5 = a, \log_{10} 7 = b$ 라 할 때, 다음 중 $pa + qb + r$ 의 꼴로 나타낼 수 없는 것은? (단, p, q, r 은 유리수)
- ① $\log_{10} 20$

② $\log_{10} 3.5$

③ $\log_{10} 75$

④ $\log_{10} \sqrt{14}$

⑤ 1

해설

$\log_{10} 75 = \log_{10} 25 \times 3 = \log_{10} 5^2 + \log_{10} 3$
 $= 2 \cdot a + 0 \cdot b + \log_{10} 3$
 $\log_{10} 3$ 은 유리수가 아니므로
 $\log_{10} 75$ 는 $pa + qb + r$ (p, q, r 은 유리수)의 꼴로 나타낼 수 없다.

9. 1이 아닌 양수 p 와 세 양수 x, y, z 에 대하여 $\log_p x + 2\log_{p^2} y + 3\log_{p^3} z = -3$ 가 성립할 때, xyz 의 값은?

- ① $\frac{1}{p^3}$ ② $\frac{1}{2p}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $2p$ ⑤ p^2

해설

$$\begin{aligned} & \log_p x + 2\log_{p^2} y + 3\log_{p^3} z \\ &= \log_p x + \frac{2}{2}\log_p y + \frac{3}{3}\log_p z \\ &= \log_p xyz = -3 \\ &\therefore xyz = p^{-3} = \frac{1}{p^3} \end{aligned}$$

10. $\log(31.4 \times A) = 1.0471$ 일 때, 양수 A 의 값을 다음 상용로그표를 이용하여 구한 것은?

수	0	1	2	3	4	5
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955	.4969	.4983
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092	.5105	.5119
3.3	.5185	.5198	.5211	.5224	.5326	.5250
3.4	.5315	.5328	.5340	.5353	.5366	.5378
3.5	.5441	.5435	.5465	.5478	.5490	.5502

- ① 0.3020
- ② 0.355
- ③ 1.35

- ④ 2.30
- ⑤ 2.33

해설

$\log(31.4 \times A) = 1.0471$ 에서
 $\log 31.4 + \log A = 1.0471$
 $\log A = 1.0471 - \log 31.4$
 $= 1.0471 - (1 + \log 3.14)$
 $= 1.0471 - (1 + 0.4969)(\because \text{로그표에서 } \log 3.14 = 0.4969)$
 $= -0.4498$
 $= -1 + 0.5502$
그런데 주어진 로그표에서 $\log 3.55 = 0.5502$ 이므로 $A = 0.355$ 이다.

11. 직각삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 가 이 순서대로 공차가 3인 등차수열을 이룰 때, 이 직각삼각형의 넓이는?

① 52 ② 54 ③ 56 ④ 58 ⑤ 60

해설

직각삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 가 이 순서대로 공차가 3인 등차수열을 이루므로

$a = b - 3, c = b + 3$ 으로 놓을 수 있다.

즉, 세 변의 길이는 $b - 3, b, b + 3$ 이고 빗변의 길이가 $b + 3$

이므로 피타고라스의 정리를 이용하면

$$(b + 3)^2 = (b - 3)^2 + b^2$$

$$b(b - 12) = 0$$

$$\therefore b = 12 (\because b > 0)$$

이때, $a = b - 3 = 9$

따라서 주어진 직각삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 = 54$

12. $a_5 = 77$, $a_{10} = 42$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

① a_{16}

② a_{17}

③ a_{18}

④ a_{19}

⑤ a_{20}

해설

$$a_5 = a + 4d = 77$$

$$a_{10} = a + 9d = 42$$

$$5d = -35$$

$$d = -7$$

$$a_5 = a + 4 \cdot (-7) = 77 \quad \therefore a = 105$$

$$\therefore a_n = 105 + (n - 1) \times (-7)$$

$$= -7n + 112$$

$-7n + 112 < 0$ 인 정수 n 의 최솟값을 구하면

$$112 < 7n$$

$$16 < n$$

$$\therefore n = 17$$

13. 첫째항부터 제4항까지의 합이 38, 첫째항부터 제10항까지의 합이 185인 등차수열의 첫째항부터 제20항까지의 합은?

① 660 ② 670 ③ 680 ④ 690 ⑤ 600

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$S_4 = \frac{4(2a + 3d)}{2} = 38$$

$$\therefore 2a + 3d = 19 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2} = 185$$

$$\therefore 2a + 9d = 37 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 5$, $d = 3$

$$\therefore S_{20} = \frac{20 \{ 2 \times 5 + (20 - 1) \times 3 \}}{2} = 670$$

14. 두 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 각각 $n^2 + kn$, $2n^2 - 2n + 1$ 일 때, $a_{10} = b_{10}$ 을 만족하는 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$a_{10} = (10^2 + 10k) - (9^2 + 9k) = 19 + k$$

$$\begin{aligned} b_{10} &= (2 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10 + 1) - (2 \cdot 9^2 - 2 \cdot 9 + 1) \\ &= 181 - 145 = 36 \end{aligned}$$

$$a_{10} = b_{10} \text{ 에서 } 19 + k = 36$$

$$\therefore k = 17$$

15. 첫째 날에 100 원, 둘째 날에 110 원, 셋째 날에 120 원 ... 과 같이 매일 10 원씩 늘려 30 일간 저금통에 넣으면 적립한 총액은?

① 6450 ② 7350 ③ 7450 ④ 8250 ⑤ 8450

해설

$$a = 100, d = 10$$

$$S_{30} = \frac{30 \{2 \times 100 + (30 - 1) \cdot 10\}}{2} = 7350$$

16. 수열 $\{\log_2 a_n\}$ 이 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열을 이룰 때, 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열을 이룬다. 이때, $\frac{a_{10}}{a_9}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\log_2 a_n &= 2 + (n-1) \cdot 3 \\ &= 3n-1\end{aligned}$$

$$a_n = 2^{3n-1}$$

$\frac{a_{10}}{a_9}$ 는 공비이므로 8

17. 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여 $\frac{S_{3n}}{S_n} = 7$ 일 때, $\frac{S_{2n}}{S_n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

첫째항을 a_1 이라고 하면

$$\frac{S_{3n}}{S_n} = \frac{\frac{a_1(r^{3n}-1)}{r-1}}{\frac{a_1(r^n-1)}{r-1}} = 7, \quad \frac{r^{3n}-1}{r^n-1} = 7$$

$$\frac{(r^n-1)(r^{2n}+r^n+1)}{r^n-1} = 7, \quad r^{2n}+r^n+1 = 7$$

$$(r^n)^2 + r^n - 6 = 0, \quad (r^n+3)(r^n-2) = 0$$

$$\therefore r^n = 2 (\because r > 1)$$

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = \frac{\frac{a_1(r^{2n}-1)}{r-1}}{\frac{a_1(r^n-1)}{r-1}} = \frac{r^{2n}-1}{r^n-1}$$

$$\frac{(r^n-1)(r^n+1)}{r^n-1} = r^n+1 = 3$$

18. 매출액이 매년 일정한 비율로 증가하는 기업이 있다. 지난 10년간 매출액의 증가율이 69%일 때, 처음 5년간 매출액의 증가율은?

- ① 13% ② 15% ③ 20% ④ 24% ⑤ 30%

해설

매년 매출액의 증가비율을 a 라 하자

$(1 + a)^{10} = 1.69$ 일 때

$$(1 + a)^5 = \sqrt{1.69} = \sqrt{1.3^2} = 1.3 \text{이므로}$$

1.3배로 증가하였다.

따라서 증가율은 30%

19. 방정식 $x^3 - 1 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라고 할 때, $\sum_{k=1}^3 (\alpha^k + \beta^k)$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$ 에서 두 허근 α, β 는

$x^2 + x + 1 = 0$ 의 근이므로

$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = 1, \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = -1$

$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 2$

$\therefore \sum_{k=1}^3 (\alpha^k + \beta^k) = (\alpha + \beta) + (\alpha^2 + \beta^2) + (\alpha^3 + \beta^3)$

$= (-1) + (-1) + 2 = 0$

20. 수열 $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \dots$ 의 첫째항부터 제 50까지의 합은?

- ① $\frac{48}{49}$
- ② $\frac{50}{49}$
- ③ $\frac{49}{50}$
- ④ $\frac{51}{50}$
- ⑤ $\frac{50}{51}$

해설

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \dots = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots$$

따라서, 이 수열의 첫째항부터 제 50항까지의 합은

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{50} \frac{1}{k(k+1)} \\ &= \sum_{k=1}^{50} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\ &= \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{50} - \frac{1}{51} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{51} = \frac{50}{51} \end{aligned}$$

21. $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 3n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{24}$
- ② $\frac{1}{48}$
- ③ $\frac{5}{16}$
- ④ $\frac{5}{24}$
- ⑤ $\frac{5}{48}$

해설

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 + 3n - \{(n-1)^2 + 3(n-1)\} = 2n + 2 \ (n \geq 2) \\ a_1 &= 1 + 3 = 2 + 2 = 4 \circ \text{므로, } a_n = 2n + 2 \ (n \geq 1) \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}} &= \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{(2k+2)(2k+4)} \\ &= \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{12} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12} \right) = \frac{5}{24} \end{aligned}$$

22. $\sum_{k=1}^{10} \left\lceil \frac{100}{k} \right\rceil$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지않는 최대의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 291

해설

$$\sum_{k=1}^{10} \left\lceil \frac{100}{k} \right\rceil = 100 + 50 + 33 + 25 + 20 + 16 + 14 + 12 + 11 + 10 = 291$$

23. $a_n = 1, a_2 = 2 + 3, a_3 = 4 + 5 + 6, a_4 = 7 + 8 + 9 + 10, \dots$ 인 수열 $\{a_n\}$ 의 제10항의 값은?

- ① 515 ② 511 ③ 508 ④ 505 ⑤ 502

해설

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 2 + 3$$

$$a_3 = 4 + 5 + 6$$

$$a_4 = 7 + 8 + 9 + 10$$

$\vdots$

과 같은 수열 $\{a_n\}$ 은 연속된 자연수의 합으로 이루어진 수열로 a_9 까지의 연속된 수들의 개수의 합은

$$\sum_{k=1}^9 k = \frac{9 \times 10}{2} = 45$$

$$\begin{aligned} a_{10} &= 46 + 47 + 48 + \dots + 55 \\ &= \frac{10(46 + 55)}{2} \\ &= 505 \end{aligned}$$

24. $a_1 = 1$, $4a_na_{n+1} = a_n - a_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 일반항 a_n 을 구하면?

① $\frac{1}{n}$

② $\frac{1}{2n-1}$

③ $\frac{1}{3n-2}$

④ $\frac{1}{4n-3}$

⑤ $\frac{1}{5n-4}$

해설

$4a_na_{n+1} = a_n - a_{n+1}$ 의 양변을 a_na_{n+1} 로 나누면

$$4 = \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n}$$

따라서 수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 은 첫째항이 1, 공차가 4인 등차수열이므로

$$\frac{1}{a_n} = 1 + (n-1) \times 4 = 4n-3$$

$$\therefore a_n = \frac{1}{4n-3}$$

25. $a_1 = 110$ 인 수열 $\{a_n\}$ 은 다음을 만족한다.

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 a_n (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면

$$S_n = n^2 a_n \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$S_{n-1} = (n-1)^2 a_{n-1} \quad (n \geq 2) \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 에서 $S_n - S_{n-1} = a_n$ 이므로

$$a_n = n^2 a_n - (n-1)^2 a_{n-1}$$

$$a_{n+1} = \frac{n}{n+2} a_n \quad (n \geq 1)$$

$$\begin{aligned} \therefore a_n &= a_1 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{4} \times \frac{3}{5} \times \cdots \times \frac{n-2}{n} \times \frac{n-1}{n+1} \quad \therefore a_{10} = 110 \times \\ &= 110 \times \frac{2}{n(n+1)} \end{aligned}$$

$$\frac{2}{110} = 2$$

26. $\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}}$ 를 $2^{\frac{q}{p}}$ 로 나타낼 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로소인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}} &= \sqrt{4\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4} \times 2}} \\ &= \sqrt{4\sqrt[12]{2^5}} = \sqrt{2^2 \cdot \sqrt[12]{2^5}} \\ &= \sqrt[12]{2^{24} \times 2^5} = \sqrt[12]{2^{29}} = 2^{\frac{29}{12}}\end{aligned}$$

따라서 $p = 12, q = 29$ 이므로 $p + q = 41$

27. $P = \frac{9^3 \cdot 81^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}}{27^{-6} \cdot 9^2}$ 에 대하여 $\sqrt[4]{P}$ 의 값은?

- ① $3\sqrt[4]{9}$ ② $9\sqrt[4]{3}$ ③ $9\sqrt[4]{9}$ ④ $9\sqrt[4]{27}$ ⑤ 81

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{9^3 \cdot 81^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}}{27^{-6} \cdot 9^2} = \frac{(3^2)^3 \cdot (3^4)^{-3} \cdot 3^3}{(3^3)^{-6} \cdot (3^2)^2} \\ &= \frac{3^6 \cdot 3^{-12} \cdot 3^3}{3^{-18} \cdot 3^4} \\ &= \frac{3^{-3}}{3^{-14}} \\ &= 3^{-3-(-14)} = 3^{11} \\ \therefore \sqrt[4]{P} &= \sqrt[4]{3^{11}} = 9\sqrt[4]{3^3} = 9\sqrt[4]{27} \end{aligned}$$

28. $x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}} = 2$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$x^3 + x^{-3}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 198

해설

$$\begin{aligned}(x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}})^2 &= 2^2 \\ x - 2 + x^{-1} &= 4 \\ x + x^{-1} &= 6 \\ (x + x^{-1})^3 &= x^3 + 3(x + x^{-1}) + x^{-3} = 216 \\ x^3 + x^{-3} &= 216 - 18 = 198\end{aligned}$$

29. $\log_2 14$ 의 소수부분을 $a(0 \leq a < 1)$ 이라 할 때, 2^{a+2} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\log_2 14 = 1 + \log_2 7$$

$$\log_2 4 < \log_2 7 < \log_2 8$$

$$2 < \log_2 n < 3$$

$$\text{정수 부분 : } 1 + 2 = 3$$

$$\text{소수 부분 : } \log_2 14 - 3 = \log_2 \frac{14}{8} = a$$

$$a + 2 = a + \log_2 4$$

$$= \log_2 \frac{14}{8} \cdot 4 = \log_2 \frac{14}{2} = \log_2 7$$

$$2^{a+2} = 2^{\log_2 7} = 7$$

30. $\log_{10} 275$ 의 값을 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 11 = 1.041$ 을 이용하여 계산한 다음, 소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.44

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 275 &= \log_{10}^{25 \times 11} = 2 \log_{10}^5 + \log_{10}^{11} \\ &= 2(1 - \log_{10}^2) + \log_{10}^{11} \\ &= 2(1 - 0.301) + 1.041 \\ &= 2.439 \\ &\text{소수 셋째 자리에서 반올림하면 } 2.44\end{aligned}$$

31. $\log x$ 의 정수 부분은 3이고, $\log x$, $\log \sqrt[3]{x}$ 의 소수 부분의 합은 1이라고 한다. $\log \sqrt{x}$ 의 정수 부분을 n , 소수 부분을 α 라 할 때 $n+8\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\log x = 3 + \beta \quad (0 \leq \beta < 1)$$

$$\log \sqrt[3]{x} = \frac{1}{3} \log x = 1 + \frac{\beta}{3}$$

$$\therefore \beta + \frac{\beta}{3} = 1$$

$$\therefore \beta = \frac{3}{4}$$

$$\log \sqrt{x} = \frac{1}{2}(3 + \alpha) = \frac{3}{2} + \frac{\alpha}{2} = \frac{9}{4}$$

$$n = 2, \alpha = \frac{1}{4}$$

$$n + 8\alpha = 2 + 2 = 4$$

32. 각 항이 모두 양수로 이루어진 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{\log a_n\}$ 은 어떤 수열인가?

- ① 공차가 a 인 등차수열 ② 공차가 $\log r$ 인 등차수열
③ 공차가 $\log a$ 인 등차수열 ④ 공차가 r 인 등비수열
⑤ 공차가 $\log r$ 인 등비수열

해설

$\{a_n\}$ 은 등비수열이고 $a_n > 0$ 이므로 공비를 r 이라고 하면

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r > 0$$

이때 양변에 상용로그를 취하면 $\log \frac{a_{n+1}}{a_n} = \log r$

$$\therefore \log a_{n+1} - \log a_n = \log r$$

따라서 수열 $\{\log a_n\}$ 은 공차가 $\log r$ 인 등차수열이다.

33. 어느 도시의 최근 인구 증가율은 연평균 4%라고 한다. 이 도시의 인구가 이러한 추세로 증가한다면 10년 후의 이 도시의 인구는 현재의 k 배이다. 이때, $100k$ 의 값을 구하여라. (단, $\log 1.04 = 0.017, \log 1.48 = 0.17$ 로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 148

해설

일정한 비율로 증가하거나 감소한 후의 양을 지수의 식으로 나타낸다.

현재 이 도시의 인구의 수를 A 라 하면 10년 후의 이 도시의 인구의 수는 kA 이다.

$$A(1 + 0.04)^{10} = kA, 1.04^{10} = k$$

이 식의 양변에 상용로그를 취하면

$$\log 1.04^{10} = \log k$$

이 때, $10 \log 1.04 = 10 \times 0.017$ 이므로

$$\log k = 0.17 \quad \therefore k = 1.48$$

$$\therefore 100k = 148$$