

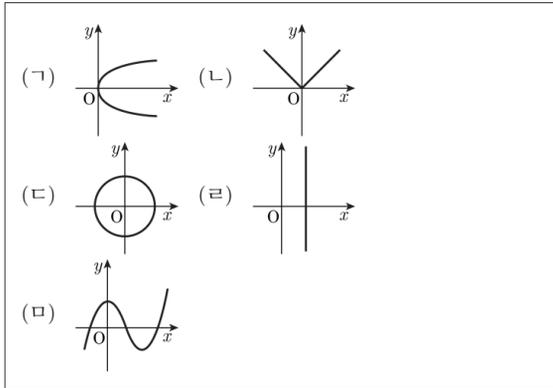
1. 다음 중 치역이 실수 전체의 집합인 것은 무엇인가?

- ① $y = 2x$ ② $y = -x^2$ ③ $y = x^2 - 2$
④ $y = -x^2 + 2x$ ⑤ $y = 3$

해설

② $y \leq 0$ ③ $y \geq -2$ ④ $y \leq 1$ ⑤ $y = 3$

2. 다음의 곡선 중 $f: x \rightarrow y$ 인 함수의 그래프가 되는 것을 모두 고르면?

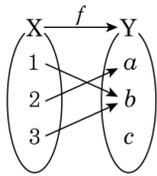


- ① (ㄴ), (ㄷ) ② (ㄴ), (ㄹ)
 ③ (ㄴ), (ㅁ) ④ (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)
 ⑤ (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ), (ㅁ)

해설

(ㄱ) $x > 0$ 인 x 에 대하여 y 가 두 개씩 대응하므로 함수의 그래프가 아니다.
 (ㄴ) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수의 그래프가 된다.
 (ㄷ) 정의역 안에 있는 x 에 대하여 y 가 하나 또는 두 개씩 대응하므로 함수가 아니다.
 (ㄹ) 어떤 x 에 대해서는 무수히 많은 y 가 대응하므로 함수가 아니다.
 (ㅁ) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수가 된다.

3. 아래 그림은 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다. f 의 정의역, 공역, 치역을 순서대로 나열한 것은?

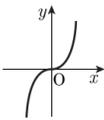


- ① $\{a, b, c\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}$ ② $\{a, b, c\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}$
③ $\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, \{a, b\}$ ④ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b\}$
⑤ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c\}$

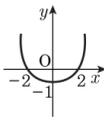


4. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

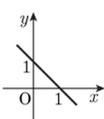
①



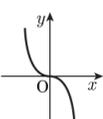
②



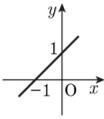
③



④



⑤



해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

5. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 X 로의 항등함수를 모두 고른 것은 무엇인가?

$$\begin{aligned} f(x) &= x, & g(x) &= |x| \\ h(x) &= x^3, & k(x) &= \frac{|x+1| - |x-1|}{2} \end{aligned}$$

- ① f ② f, h ③ f, g, h
④ f, h, k ⑤ g, h, k

해설

$f: f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.
 $g: g(-1) = 1$ 이므로 항등함수가 아니다.
 $h: h(-1) = -1, h(0) = 0, h(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.
 $k: k(-1) = -1, k(0) = 0, k(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.
따라서 항등함수인 것은 f, h, k 이다.

6. 세 함수 $f(x) = 5x - 3$, $g(x) = -2x^2$, $h(x) = |x + 5|$ 에 대하여 $(h \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

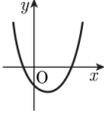
- ① 1 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

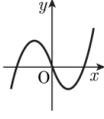
$$\begin{aligned}(g \circ f)(1) &= g(f(1)) = g(2) = -8 \text{ 이므로} \\(h \circ g \circ f)(1) &= (h \circ (g \circ f))(1) \\&= h((g \circ f)(1)) = h(-8) = |-8 + 5| \\&= 3\end{aligned}$$

7. 다음 그래프 중에서 실수전체 집합에서 역함수가 존재하는 함수의 그래프는?

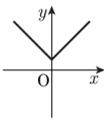
①



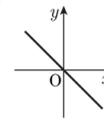
②



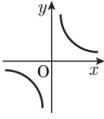
③



④



⑤



해설

역함수가 존재하려면 함수가 일대일 대응이어야 한다.
 일대일 대응이란 변수 x, y 가 서로 하나씩 대응되는 것으로 ④에 해당된다.
 ⑤번은 $x = 0$ 에 대응되는 y 가 없다.

8. 함수 $y = 2x - 2$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ② $y = \frac{1}{2}x + 1$ ③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x + 2$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

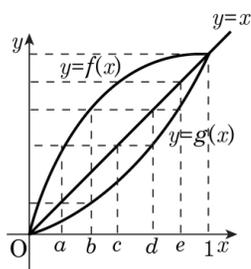
해설

$y = 2x - 2$ 를 x 에 대하여 풀면

$x = \frac{1}{2}y + 1$ 와 y 를 바꾸면 구하는 역함수는

$\therefore y = \frac{1}{2}x + 1$

9. 집합 $A = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $(f \circ g \circ f^{-1})(d)$ 의 값은 얼마인가?



- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

해설

$y = x$ 를 이용하여 함수값을 구한다.

$f^{-1}(d) = x$ 라 하면,

$f(x) = d \quad \therefore x = b$

$\therefore (f \circ g \circ f^{-1})(d)$

$= (f \circ g)(f^{-1}(d))$

$= (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = c$

10. 함수 $f(x) = |x - 2| + 1$ 에 대하여 $f(-1) - f(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(-1) &= |-1 - 2| + 1 = 4 \\ f(3) &= |3 - 2| + 1 = 2 \text{ 이므로} \\ \therefore f(-1) - f(3) &= 2 \end{aligned}$$

11. 유리식 $\frac{x^2-1}{x^4+x^2+1} + \frac{x-2}{x^2-x+1} - \frac{x+2}{x^2+x+1}$ 를 간단히 하면 $\frac{ax^2+bx+c}{x^4+x^2+1}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 abc 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2-1}{x^4+x^2+1} + \frac{x-2}{x^2-x+1} - \frac{x+2}{x^2+x+1} \\ &= \frac{x^2-1+(x-2)(x^2+x+1)}{x^4+x^2+1} \\ & \quad - \frac{(x+2)(x^2-x+1)}{x^4+x^2+1} \\ &= \frac{-x^2-5}{x^4+x^2+1} \end{aligned}$$

따라서, $a = -1, b = 0, c = -5$ 이므로 $abc = 0$

12. $\frac{2x^2+3x-5}{x^2+x-2}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2x+5}{x+2}$

② $\frac{2x-1}{x+1}$

③ $\frac{2x^2+5}{x-1}$

④ $\frac{2x-5}{x-1}$

⑤ $\frac{2x+5}{x+1}$

해설

$$\frac{2x^2+3x-5}{x^2+x-2} = \frac{(x-1)(2x+5)}{(x+2)(x-1)} = \frac{2x+5}{x+2}$$

13. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \neq 0$ 일 때, $\frac{x-y}{x+y}$ 의 값을 구하면?

㉠ $\frac{1}{5}$

㉡ $\frac{3}{2}$

㉢ 1

㉣ $\frac{1}{2}$

㉤ $\frac{1}{4}$

해설

$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k(k \neq 0)$ 라고 가정하면

$$x = 3k, y = 2k$$

$$\therefore \frac{x-y}{x+y} = \frac{3k-2k}{3k+2k} = \frac{1}{5}$$

14. 어떤 수 x 의 8배에 2를 더한 수의 4분의 1은?

- ① $2x + \frac{1}{2}$ ② $x + \frac{1}{2}$ ③ $2x + 2$
④ $2x + 4$ ⑤ $2x + 16$

해설

$$\frac{8x+2}{4} = 2x + \frac{1}{2}$$

15. 유리수 x, y 가 등식 $(2x-3) + (-y+3)\sqrt{2} = 1-2\sqrt{2}$ 를 만족할 때, xy 의 값은?

- ① 2 ② 5 ③ 7 ④ 10 ⑤ 25

해설

무리식의 상등에 의해 $2x-3=1$, $-y+3=-2$
 $\therefore x=2$, $y=5$
 $\therefore xy=10$

16. $f : X \rightarrow Y$, $x \rightarrow f(x)$ 라 한다. X 의 임의의 두 원소를 a, b 라 할 때, 다음 중에서 f 가 일대일 함수일 조건은?

- ① $a = b$ 이면 $f(a) = f(b)$ ② $f(a) = f(b)$ 이면 $a = b$
③ $f(a) \neq f(b)$ 이면 $a \neq b$ ④ $a \neq b$ 이면 $f(a) = f(b)$
⑤ $a = b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$

해설

일대일함수의 정의
「 $a \neq b$ 이면, $f(a) \neq f(b)$ 」의 대우

17. 다항식 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x)) = x$ 이고 $g(1) = 0$ 일 때, $g(-1)$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$g(x)$ 가 n 차 다항식이라 하면
 $g(g(x))$ 의 차수는 n^2 이다.
모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x)) = x$ 이므로
양변의 차수를 비교하면 $n^2 = 1$
 $\therefore n = 1$ ($\because n$ 은 자연수)
즉, $g(x)$ 는 일차다항식이므로
 $g(x) = ax + b$ 라 하면 $g(1) = 0$ 이므로
 $a + b = 0$, 즉 $b = -a$
 $\therefore g(x) = ax + b = ax - a$
 $g(g(x)) = g(ax - a) = a(ax - a) - a$
 $= a^2x - a^2 - a = x$
이 식은 x 에 대한 항등식이므로
 $a^2 = 1$, $-a^2 - a = 0$
 $\therefore a = -1$
즉, $g(x) = -x + 1$ 이므로 $g(-1) = 2$

18. 함수 $f(x) = mx + n$ 에 대하여 $f^{-1}(3) = 2$, $(f \circ f)(2) = 7$ 이 성립할 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값은 얼마인가?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$f^{-1}(3) = 2$ 이므로
역함수의 정의에 의해서
 $f(2) = 3$, $(f \circ f)(2) = 7$ 에서 $f(f(2)) = f(3) = 7$
 $2m + n = 3 \cdots \text{㉠}$
 $3m + n = 7 \cdots \text{㉡}$
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m = 4, n = -5$
 $\therefore m + n = -1$

19. 함수 $y = |x - 3| - 1$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

- ① 2, 1 ② 2, 0 ③ 2, -1
④ 1, -1 ⑤ 1, -2

해설

$0 \leq x \leq 4$ 에서

$$y = |x - 3| - 1$$

$$= \begin{cases} x - 4 & (3 \leq x \leq 4) \\ -x + 2 & (0 \leq x < 3) \end{cases}$$

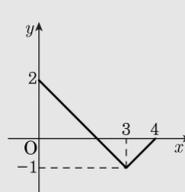
따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림과 같으므로

$x = 0$ 일 때

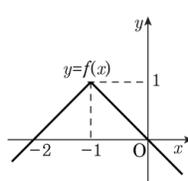
최댓값은 2 이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 -1 이다.



20. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 관계식을 구하면?



- ① $y = |x - 1| - 1$
- ② $y = |x + 1| - 1$
- ③ $y = |x - 1| + 1$
- ④ $y = -|x + 1| + 1$
- ⑤ $y = -|x + 1| - 1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = -|x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로 $y = -|x|$ 에 x 대신 $x + 1$, y 대신 $y - 1$ 을 대입하면 $y - 1 = -|x + 1|$
즉, $f(x) = -|x + 1| + 1$ 이므로 $y = -|x + 1| + 1$

21. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4} \end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a+b = -3$$

22. $\frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{x}$

② $\frac{2}{x}$

③ $\frac{6}{x(x+6)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{2}{x+2}$

해설

이항분리로 푼다.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{1}{x+6} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{6}{x(x+6)} \end{aligned}$$

23. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{98}{99}$ ② $\frac{100}{99}$ ③ $\frac{99}{100}$ ④ $\frac{101}{100}$ ⑤ $\frac{100}{101}$

해설

이항분리 이용

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} \end{aligned}$$

24. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$x : y = 4 : 3$$

$$3x = 4y$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}y$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{\frac{16}{9}y^2 + \frac{4}{3}y^2}{\frac{16}{9}y^2 - y^2} = \frac{28}{7} = 4$$

해설

$$x : y = 4 : 3 \Rightarrow x = 4k, y = 3k$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{16k^2 + 12k^2}{16k^2 - 9k^2} = \frac{28k^2}{7k^2} = 4$$

25. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + |-a| + |-b|$ 를 간단히 하면?

① $2a - 2b$

② $2a$

③ $-2b$

④ $2a + 2b$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & a > 0, b < 0 \text{이므로} \\ & |a| + |b| + |-a| + |-b| \\ & = a - b - (-a) + (-b) = 2a - 2b \end{aligned}$$

26. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})} \\ &= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

27. $x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$ 일 때,

$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{x - y} \\ &= \frac{x + y - 2\sqrt{xy} + x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y} = \frac{2(x + y)}{x - y} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2} \\ x - y = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{2(x + y)}{x - y} = \frac{2 \times 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

28. 함수 $y = \frac{2+x}{1-2x}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, a 의 값을 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{x+2}{-2x+1} \\ &= \frac{x+2}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{2} \\ \therefore a &= \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

29. 다음 보기에 주어진 함수의 그래프 중 평행이동하였을 때, 함수 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

$$\begin{aligned} \text{I. } y &= \frac{2x-5}{x-2} \\ \text{II. } y &= \frac{2}{x-1} \\ \text{III. } y &= \frac{3x+4}{x+1} \\ \text{IV. } y &= \frac{2x}{x-1} \end{aligned}$$

- ① I, II ② I, IV ③ II, IV
 ④ II, III ⑤ I, II, IV

해설

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

$$\text{이므로 } y = \frac{k}{x-p} + q$$

꼴로 정리 했을 때, $k=2$ 이면
 평행이동하여 그래프가 서로 겹칠 수 있다.

$$\text{I. } y = \frac{2(x-2)-1}{x-2} = 2 - \frac{1}{x-2}$$

$$\therefore k = -1$$

$$\text{II. } y = \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

$$\text{III. } y = \frac{3(x+1)+1}{x+1} = 3 + \frac{1}{x+1} \therefore k = 1$$

$$\text{IV. } y = \frac{2(x-1)+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

30. 함수 $y = \frac{ax+1}{x-1}$ 의 역함수가 그 자신이 되도록 a 의 값을 정하면?

- ① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

$$y = \frac{ax+1}{x-1} \text{ 에서 } y(x-1) = ax+1$$

$$yx - y = ax + 1, yx - ax = 1 + y$$

$$x(y-a) = 1+y, x = \frac{1+y}{y-a}$$

$$\therefore y^{-1} = \frac{x+1}{x-a}$$

역함수가 본래 함수와 같으므로

$$\frac{x+1}{x-a} = \frac{ax+1}{x-1}$$

$$\therefore a = 1$$

31. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축 방향으로 -2만큼
평행이동한 것이다.
 $\therefore m+n = -1-2 = -3$

32. 함수 $y = \sqrt{x-1} + 2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때 $g(3)$ 의 값은?

① 3

② 2

③ 0

④ $2 + \sqrt{2}$

⑤ 4

해설

$$y = \sqrt{x-1} + 2 \text{에서}$$

$$y - 2 = \sqrt{x-1} \text{ 이 식의 양변을 제곱하면}$$

$$y^2 - 4y + 4 = x - 1$$

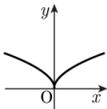
$$x = y^2 - 4y + 4 + 1$$

$$\text{따라서 } g(x) = x^2 - 4x + 5 \text{ (} x \geq 2 \text{)이므로}$$

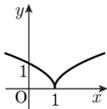
$$g(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 5 = 9 - 12 + 5 = 2$$

33. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?

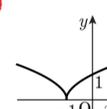
①



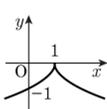
②



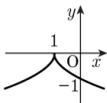
③



④



⑤



해설

$x \geq -1$ 이면 $y = \sqrt{x+1}$
 $x < -1$ 이면 $y = \sqrt{-x-1}$ 이므로
 3번이 정답임.

34. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 $f(x) = x^3 - 2x + 1$, $g(x+1) = f(x+2)$ 로 정의될 때, $g(0)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$g(x+1) = f(x+2)$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$g(0) = f(1)$$

$$f(1) = 1 - 2 + 1 = 0$$

$$\therefore g(0) = 0$$

35. 두 함수 $f(x) = 2x - 5$, $g(x) = -6x + 2$ 에 대하여 $(k \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족하는 함수 $k(x)$ 를 구하면?

① $-3x + 17$

② $-3x - 13$

③ $-3x + 13$

④ $-3x$

⑤ $-5x + 10$

해설

$$(k \circ f)(x) = g(x)$$

$$(k \circ f \circ f^{-1})(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$k(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$f(x) = 2x - 5$$

$$\therefore y = 2x - 5$$

$$\frac{y+5}{2} = x, x = \frac{y}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore (g \circ f^{-1})(x) = -6\left(\frac{x}{2} + \frac{5}{2}\right) + 2 = -3x - 13$$

36. 분수식 $\frac{x}{x+1} + \frac{2x-1}{x-1} - \frac{3x^2+4x+2}{x^2+x}$ 를 간단히 하면?

① $-\frac{x-2}{x(x-1)}$

② $\frac{x+2}{x(x+1)}$

③ $\frac{x-2}{x(x+1)}$

④ $\frac{x+2}{x(x-1)}$

⑤ $\frac{x-2}{x(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{x}{x+1} &= 1 - \frac{1}{x+1}, \\ \frac{2x-1}{x-1} &= 2 + \frac{1}{x-1}, \\ \frac{3x^2+4x+2}{x^2+x} &= 3 + \frac{x+2}{x^2+x} \quad \text{이므로} \\ (\text{준식}) &= \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) + \left(2 + \frac{1}{x-1}\right) \\ &\quad - \left(3 + \frac{x+2}{x^2+x}\right) \\ &= -\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{x+2}{x(x+1)} \\ &= \frac{-x(x-1) + x(x+1) - (x-1)(x+2)}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{-x^2 + x + x^2 + x - x^2 - x + 2}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{-x^2 + x + 2}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{-(x^2 - x - 2)}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{-(x-2)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} \\ &= -\frac{x-2}{x(x-1)} \end{aligned}$$

37. 모든 양의 유리수는 다음과 같이 유한 개의 양의 정수 $x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 을 이용하여 분자가 1인 분수의 꼴로 나타낼수 있다.

$$x_0 + \frac{1}{x_1 + \frac{1}{x_2 + \frac{1}{x_3 + \frac{1}{\dots + \frac{1}{x_{n-1} + \frac{1}{x_n}}}}}}$$

이를테면, $\frac{3}{4}$ 은 $\frac{3}{4} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}$ 와 같이 나타낼 수 있다. 다음 □안에

들어갈 숫자들을 모두 더한 것은?

$$\frac{17}{7} = 2 + \frac{3}{7} = 2 + \frac{1}{\square + \frac{1}{\square}}$$

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\frac{17}{7} = 2 + \frac{3}{7} = 2 + \frac{1}{\frac{7}{3}} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}$$

$$\therefore 2 + 3 = 5$$

38. $a^3 + b^3 = 7, a + b = 1$ 일 때, $\frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2}$ 의 값은?

- ① -3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

해설

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \Rightarrow ab = -2$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2} = \frac{a^3 + b^3}{(ab)^2} = \frac{7}{(-2)^2} = \frac{7}{4}$$

39. $x + y = \frac{y+z}{2} = \frac{z+x}{5}$ 일 때, $\frac{7(x^2 + y^2 - z^2)}{xy - yz + zx}$ 의 값은?

- ① -3 ② -4 ③ -5 ④ -6 ⑤ -7

해설

$$x + y = \frac{y+z}{2} = \frac{z+x}{5} = k$$

$$x + y = k \cdots \text{①}$$

$$y + z = 2k \cdots \text{②}$$

$$z + x = 5k \cdots \text{③}$$

세식을 더해 정리하면 $x + y + z = 4k \cdots \text{④}$

④에서 ①, ②, ③을 각각 빼면

$$x = 2k, y = -k, z = 3k$$

$$\therefore \frac{7(x^2 + y^2 - z^2)}{xy - yz + zx} = \frac{7(4k^2 + k^2 - 9k^2)}{-2k^2 + 3k^2 + 6k^2} = -4$$

40. $\sqrt{4 + \sqrt{12}}$ 의 소수 부분을 p 라고 할 때, $2\left(p - \frac{1}{p}\right)$ 의 값은?

① $\sqrt{3}$

② 3

③ $3 - \sqrt{3}$

④ $\sqrt{3} - 3$

⑤ $2 - \sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} &= \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} \\ &= \sqrt{3} + 1\end{aligned}$$

$$\therefore p = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow 2\left(p - \frac{1}{p}\right)$$

$$= 2\left(\sqrt{3} - 1 - \frac{1}{\sqrt{3} - 1}\right)$$

$$= 2\left(\sqrt{3} - 1 - \frac{\sqrt{3} + 1}{2}\right)$$

$$= \sqrt{3} - 3$$

41. 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b = \sqrt{7\sqrt{5}-\sqrt{3}}$, $a-b = \sqrt{7\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ 가 성립할 때, a^2+ab+b^2 의 값을 구하면?

- ① $4\sqrt{5}+3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{5}+2\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{5}+\sqrt{3}$
④ $5\sqrt{5}+\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{5}+2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} a^2+b^2 &= \frac{1}{2}\{(a+b)^2+(a-b)^2\} \\ &= \frac{1}{2}(7\sqrt{5}-\sqrt{3}+7\sqrt{3}-\sqrt{5}) \\ &= 3\sqrt{5}+3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ab &= \frac{1}{4}\{(a+b)^2-(a-b)^2\} \\ &= \frac{1}{4}(7\sqrt{5}-\sqrt{3}-7\sqrt{3}+\sqrt{5}) \\ &= 2\sqrt{5}-2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\therefore a^2+ab+b^2 = 5\sqrt{5}+\sqrt{3}$$

42. 분수함수 $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}}$ 에 대하여 $f(x) + g(x) = 1$ 을 만족하는

$g(x)$ 는?

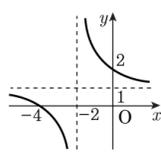
- ① $x+2$ ② $x+1$ ③ $\frac{1}{x+2}$ ④ $\frac{1}{x+1}$ ⑤ $\frac{1}{x}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}} \\ &= \frac{1}{\frac{1+x+1}{1+x}} \\ &= \frac{x+1}{x+2} \\ &= 1 - \frac{1}{x+2} \\ \therefore g(x) &= 1 - f(x) \\ &= 1 - \left(1 - \frac{1}{x+2}\right) \\ &= \frac{1}{x+2} \end{aligned}$$

43. 함수 $y = \frac{c-x}{ax+b}$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -4
 ④ -7 ⑤ 0



해설

점근선이 $x = -2, y = 1$ 이므로

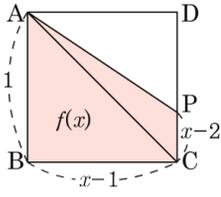
$$y = \frac{k}{x+2} + 1 \dots \dots \textcircled{1}$$

①이 (0, 2) 를 지나므로 대입하면 $k = 2$

$$y = \frac{2}{x+2} + 1 = \frac{-x-4}{-x-2}$$

$$\therefore a = -1, b = -2, c = -4$$

44. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형의 변 $ABCD$ 위를 움직이는 동점 P 가 있다. 점 P 는 A 점에서 출발, 일정한 속력으로 점 B 를 돌아 다시 점 A 로 돌아온다. 점 P 가 움직인 거리를 x , 선분 AP 가 지나간 부분의 넓이를 $f(x)$ 라 할 때, 다음 중 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



- ① ②
- ③ ④
- ⑤

해설

x 의 크기에 따른 넓이의 변화를 살펴보면

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x < 1) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (1 \leq x < 2) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (2 \leq x < 3) \\ 1 & (3 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

한편, 각 구간의 경계점에서 함수는 연속이므로 ②가 옳다.

45. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 에 대하여 $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = 6x-1$ 이다. $f\left(\frac{4-x}{3}\right) = ax+b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① -36 ② -20 ③ -4 ④ 20 ⑤ 36

해설

$f\left(\frac{x+1}{2}\right) = 6x-1$ 에서 $\frac{x+1}{2} = t$ 라고 하면 $x = 2t-1$ 이므로

$$f(t) = 6(2t-1) - 1 = 12t - 7 \quad \dots\dots\textcircled{1}$$

①에 t 대신에 $\frac{4-x}{3}$ 를 대입하면

$$f\left(\frac{4-x}{3}\right) = 12\left(\frac{4-x}{3}\right) - 7 = 16 - 4x - 7 = -4x + 9$$

$$\therefore ab = (-4) \cdot 9 = -36$$

46. 함수 $f_n(x)$ 가 $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$, $f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

으로 정의될 때, $f_{28}\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{24}$ ③ $\frac{1}{30}$ ④ $\frac{1}{32}$ ⑤ $\frac{1}{40}$

해설

$$f_1(x) = \frac{x}{x+1} \text{ 이고}$$

$$f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x) \text{ 이므로}$$

$$f_2(x) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{x}{2x+1}$$

$$f_3(x) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{2x+1+x}{2x+1}} = \frac{x}{3x+1}$$

⋮

$$f_{28}(x) = \frac{x}{28x+1}$$

$$\therefore f_{28}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{15} = \frac{1}{30}$$

47. 양의 실수에서 정의된 두 함수 $f(x) = x^2 + 2x$, $h(x) = \frac{100x + 200}{f(x)}$

에 대하여 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $(h \circ g)(8)$ 의 값은?

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$$\begin{aligned} g(8) = k \text{ 라고 하면 } f(k) = 8 \text{ 이다.} \\ \Rightarrow k^2 + 2k = 8 \\ \Rightarrow k = -4, 2 \Rightarrow k = 2 (\because k > 0) \\ \therefore (h \circ g)(8) = h(g(8)) = h(2) \\ = \frac{100 \times 2 + 200}{f(2)} = 50 \end{aligned}$$

49. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점 P의 좌표를 구하면?

① (1, -2)

② (-3, -1)

③ (1, 1)

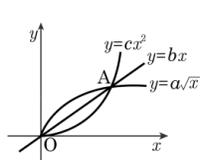
④ (-2, -2)

⑤ (1, 1), (-2, -2)

해설

$f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 의 교점의 x 좌표는
 $f(x) = x$ 의 해와 같다. $\sqrt{x+3} - 1 = x$ 에서
 $x^2 + x - 2 = 0$
 $x = 1, -2$
 $x = 1$ ($\because x \geq -1$)
 $\therefore P = (1, 1)$

50. 양의 상수 a, b, c 에 대하여 세 함수 $y = a\sqrt{x}$, $y = bx$, $y = cx^2$ 의 그래프가 그림과 같이 원점 O 와 다른 점 A 에서 동시에 만날 때, a, b, c 의 관계로 옳은 것은?



- ① $a^3 = b^2c$ ② $a^3 = bc^2$ ③ $b^3 = a^2c$
 ④ $b^3 = ac^2$ ⑤ $c^3 = a^2b$

해설

곡선 $y = cx^2$ 과 $y = bx$ 의 교점의 x 좌표 (단, $x \neq 0$)는 $cx^2 = bx$

$$\therefore x = \frac{b}{c}$$

곡선 $y = a\sqrt{x}$ 와 $y = bx$ 의 교점의 x 좌표 (단, $x \neq 0$)는

$$a\sqrt{x} = bx \therefore x = \frac{a^2}{b^2}$$

두 점이 일치하므로 $\frac{b}{c} = \frac{a^2}{b^2}$

$$\therefore b^3 = a^2c$$