

1. 다음 중 치역이 실수 전체의 집합인 것은 무엇인가?

① $y = 2x$

② $y = -x^2$

③ $y = x^2 - 2$

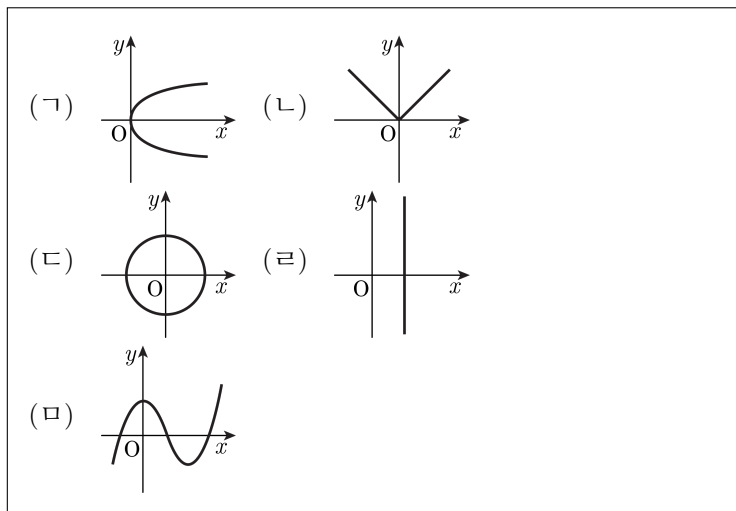
④ $y = -x^2 + 2x$

⑤ $y = 3$

해설

② $y \leq 0$ ③ $y \geq -2$ ④ $y \leq 1$ ⑤ $y = 3$

2. 다음의 곡선 중 $f: x \rightarrow y$ 인 함수의 그래프가 되는 것을 모두 고르면?



① (ㄴ), (ㄷ)

② (ㄴ), (ㄹ)

③ (ㄴ), (ㅁ)

④ (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)

⑤ (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ), (ㅁ)

해설

(ㄱ) $x > 0$ 인 x 에 대하여 y 가 두 개씩 대응하므로 함수의 그래프가 아니다.

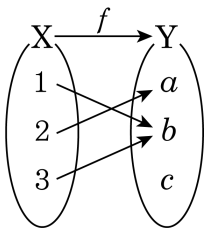
(ㄴ) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수의 그래프가 된다.

(ㄷ) 정의역 안에 있는 x 에 대하여 y 가 하나 또는 두 개씩 대응하므로 함수가 아니다.

(ㄹ) 어떤 x 에 대해서는 무수히 많은 y 가 대응하므로 함수가 아니다.

(ㅁ) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수가 된다.

3. 아래 그림은 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다. f 의 정의역, 공역, 치역을 순서대로 나열한 것은?

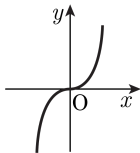


- ① $\{a, b, c\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}$ ② $\{a, b, c\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}$
③ $\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, \{a, b\}$ ④ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b\}$
⑤ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c\}$

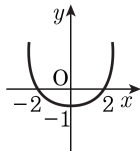
해설

4. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

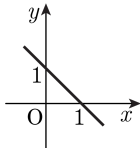
①



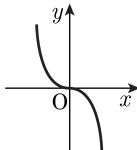
②



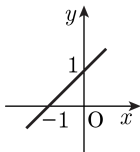
③



④



⑤



해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

5. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 X 로의 항등함수를 모두 고른 것은 무엇인가?

$$f(x) = x, \quad g(x) = |x|$$
$$h(x) = x^3, \quad k(x) = \frac{|x+1| - |x-1|}{2}$$

① f

② f, h

③ f, g, h

④ f, h, k

⑤ g, h, k

해설

$f : f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1$ 이므로
항등함수이다.

$g : g(-1) = 1$ 이므로 항등함수가 아니다.

$h : h(-1) = -1, h(0) = 0, h(1) = 1$ 이므로
항등함수이다.

$k : k(-1) = -1, k(0) = 0, k(1) = 1$ 이므로
항등함수이다.

따라서 항등함수인 것은 f, h, k 이다.

6. 세 함수 $f(x) = 5x - 3$, $g(x) = -2x^2$, $h(x) = |x + 5|$ 에 대하여 $(h \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(2) = -8 \text{ 이므로}$$

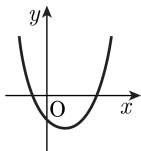
$$(h \circ g \circ f)(1) = (h \circ (g \circ f))(1)$$

$$= h((g \circ f)(1)) = h(-8) = |-8 + 5|$$

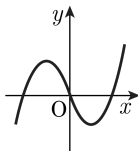
$$= 3$$

7. 다음 그래프 중에서 실수전체 집합에서 역함수가 존재하는 함수의 그래프는?

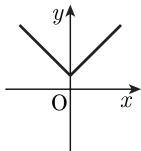
①



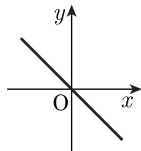
②



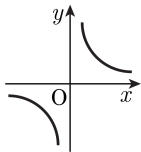
③



④



⑤



해설

역함수가 존재하려면 함수가 일대일 대응이어야 한다.

일대일 대응이란 변수 x, y 가 서로 하나씩 대응되는 것으로 ④에 해당된다.

⑤ 변은 $x = 0$ 에 대응되는 y 가 없다.

8. 함수 $y = 2x - 2$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

② $y = \frac{1}{2}x + 1$

③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

④ $y = \frac{1}{2}x + 2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

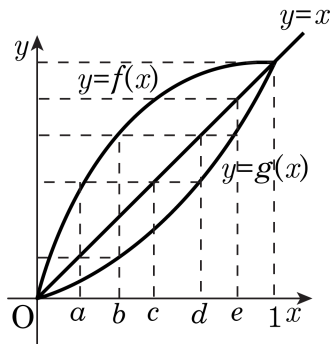
해설

$y = 2x - 2$ 를 x 에 대하여 풀면

$x = \frac{1}{2}y + 1$ x 와 y 를 바꾸면 구하는 역함수는

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 1$$

9. 집합 $A = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $(f \circ g \circ f^{-1})(d)$ 의 값은 얼마인가?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$y = x$ 를 이용하여 함수값을 구한다.

$f^{-1}(d) = x$ 라 하면,

$f(x) = d \quad \therefore x = b$

$\therefore (f \circ g \circ f^{-1})(d)$

$= (f \circ g)(f^{-1}(d))$

$= (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = c$

10. 함수 $f(x) = ||x - 2| + 1|$ 에 대하여 $f(-1) - f(3)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(-1) = ||-1 - 2| + 1| = 4$$

$$f(3) = ||3 - 2| + 1| = 2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f(-1) - f(3) = 2$$

11. 유리식 $\frac{x^2 - 1}{x^4 + x^2 + 1} + \frac{x - 2}{x^2 - x + 1} - \frac{x + 2}{x^2 + x + 1}$ 를 간단히 하면

$\frac{ax^2 + bx + c}{x^4 + x^2 + 1}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 abc 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 1}{x^4 + x^2 + 1} + \frac{x - 2}{x^2 - x + 1} - \frac{x + 2}{x^2 + x + 1} \\ &= \frac{x^2 - 1 + (x - 2)(x^2 + x + 1)}{x^4 + x^2 + 1} \\ & \quad - \frac{(x + 2)(x^2 - x + 1)}{x^4 + x^2 + 1} \\ &= \frac{-x^2 - 5}{x^4 + x^2 + 1} \end{aligned}$$

따라서, $a = -1, b = 0, c = -5$ 이므로 $abc = 0$

12. $\frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 + x - 2}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2x + 5}{x + 2}$

② $\frac{2x - 1}{x + 1}$

③ $\frac{2x^2 + 5}{x - 1}$

④ $\frac{2x - 5}{x - 1}$

⑤ $\frac{2x + 5}{x + 1}$

해설

$$\frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 + x - 2} = \frac{(x - 1)(2x + 5)}{(x + 2)(x - 1)} = \frac{2x + 5}{x + 2}$$

13. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \neq 0$ 일 때, $\frac{x-y}{x+y}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{3}{2}$

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k (k \neq 0) \text{ 라고 가정하면}$$

$$x = 3k, y = 2k$$

$$\therefore \frac{x-y}{x+y} = \frac{3k-2k}{3k+2k} = \frac{1}{5}$$

14. 어떤 수 x 의 8배에 2를 더한 수의 4분의 1은?

① $2x + \frac{1}{2}$

② $x + \frac{1}{2}$

③ $2x + 2$

④ $2x + 4$

⑤ $2x + 16$

해설

$$\frac{8x + 2}{4} = 2x + \frac{1}{2}$$

15. 유리수 x, y 가 등식 $(2x-3) + (-y+3)\sqrt{2} = 1 - 2\sqrt{2}$ 를 만족할 때, xy 의 값은?

① 2

② 5

③ 7

④ 10

⑤ 25

해설

무리식의 상등에 의해 $2x-3=1$, $-y+3=-2$

$\therefore x=2$, $y=5$

$\therefore xy=10$

16. $f : X \rightarrow Y$, $x \rightarrow f(x)$ 라 한다. X 의 임의의 두 원소를 a, b 라 할 때, 다음 중에서 f 가 일대일 함수일 조건은?

① $a = b$ 이면 $f(a) = f(b)$

② $f(a) = f(b)$ 이면 $a = b$

③ $f(a) \neq f(b)$ 이면 $a \neq b$

④ $a \neq b$ 이면 $f(a) = f(b)$

⑤ $a = b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$

해설

일대일함수의 정의

「 $a \neq b$ 이면, $f(a) \neq f(b)$ 」의 대우

17. 다항식 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x)) = x$ 이고 $g(1) = 0$ 일 때, $g(-1)$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$g(x)$ 가 n 차 다항식이라 하면

$g(g(x))$ 의 차수는 n^2 이다.

모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x)) = x$ 이므로

양변의 차수를 비교하면 $n^2 = 1$

$\therefore n = 1$ ($\because n$ 은 자연수)

즉, $g(x)$ 는 일차다항식이므로

$g(x) = ax + b$ 라 하면 $g(1) = 0$ 이므로

$a + b = 0$, 즉 $b = -a$

$\therefore g(x) = ax + b = ax - a$

$g(g(x)) = g(ax - a) = a(ax - a) - a$

$= a^2x - a^2 - a = x$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로

$a^2 = 1$, $-a^2 - a = 0$

$\therefore a = -1$

즉, $g(x) = -x + 1$ 이므로 $g(-1) = 2$

18. 함수 $f(x) = mx + n$ 에 대하여 $f^{-1}(3) = 2$, $(f \circ f)(2) = 7$ 이 성립할 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값은 얼마인가?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$f^{-1}(3) = 2$ 이므로

역함수의 정의에 의해서

$f(2) = 3$, $(f \circ f)(2) = 7$ 에서 $f(f(2)) = f(3) = 7$

$$2m + n = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3m + n = 7 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m = 4, n = -5$

$$\therefore m + n = -1$$

19. 함수 $y = |x - 3| - 1$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1

② 2, 0

③ 2, -1

④ 1, -1

⑤ 1, -2

해설

$0 \leq x \leq 4$ 에서

$$y = |x - 3| - 1$$

$$= \begin{cases} x - 4 & (3 \leq x \leq 4) \\ -x + 2 & (0 \leq x < 3) \end{cases}$$

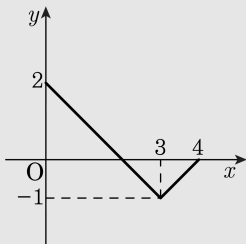
따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림과 같으므로

$x = 0$ 일 때

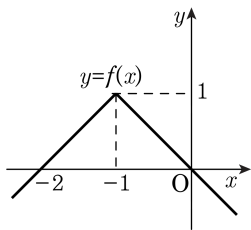
최댓값은 2 이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 -1 이다.



20. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 관계식을 구하면?



- ① $y = |x - 1| - 1$
- ② $y = |x + 1| - 1$
- ③ $y = |x - 1| + 1$
- ④ $y = -|x + 1| + 1$
- ⑤ $y = -|x + 1| - 1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = -|x|$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
 $y = -|x|$ 에 x 대신 $x + 1$,
 y 대신 $y - 1$ 을 대입하면 $y - 1 = -|x + 1|$
즉, $f(x) = -|x + 1| + 1$ 이므로 $y = -|x + 1| + 1$

21. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a+b = -3$$

22. $\frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{x}$

② $\frac{2}{x}$

③ $\frac{6}{x(x+6)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{2}{x+2}$

해설

이항분리로 푼다.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{6}{x(x+6)} \end{aligned}$$

23. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{98}{99}$

② $\frac{100}{99}$

③ $\frac{99}{100}$

④ $\frac{101}{100}$

⑤ $\frac{100}{101}$

해설

이항분리 이용

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} \end{aligned}$$

24. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x : y = 4 : 3$$

$$3x = 4y$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}y$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{\frac{16}{9}y^2 + \frac{4}{3}y^2}{\frac{16}{9}y^2 - y^2} = \frac{28}{7} = 4$$

해설

$$x : y = 4 : 3 \Rightarrow x = 4k, y = 3k$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{16k^2 + 12k^2}{16k^2 - 9k^2} = \frac{28k^2}{7k^2} = 4$$

25. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + |-a| + |-b|$ 를 간단히 하면?

① $2a - 2b$

② $2a$

③ $-2b$

④ $2a + 2b$

⑤ 0

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로

$$|a| + |b| + |-a| + |-b|$$

$$= a - b - (-a) + (-b) = 2a - 2b$$

26. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})} \\ &= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

27. $x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$ 일 때,

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \text{의 값은?}$$

① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{x - y} \\ &= \frac{x + y - 2\sqrt{xy} + x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y} = \frac{2(x + y)}{x - y} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2} \\ x - y = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{2(x + y)}{x - y} = \frac{2 \times 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

28. 함수 $y = \frac{2+x}{1-2x}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ 0

④ 1

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{x+2}{-2x+1} \\ &= \frac{x+2}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{2} \\ \therefore a &= \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

29. 다음 보기에 주어진 함수의 그래프 중 평행이동하였을 때, 함수 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

$$\text{I. } y = \frac{2x-5}{x-2}$$

$$\text{II. } y = \frac{x-1}{3x+4}$$

$$\text{III. } y = \frac{x+1}{2x}$$

$$\text{IV. } y = \frac{2x}{x-1}$$

① I, II

② I, IV

③ II, IV

④ II, III

⑤ I, II, IV

해설

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

$$\text{이므로 } y = \frac{k}{x-p} + q$$

꼴로 정리 했을 때, $k = 2$ 이면

평행이동하여 그래프가 서로 겹칠 수 있다.

$$\text{I. } y = \frac{2(x-2)-1}{x-2} = 2 - \frac{1}{x-2}$$

$$\therefore k = -1$$

$$\text{II. } y = \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

$$\text{III. } y = \frac{3(x+1)+1}{x+1} = 3 + \frac{1}{x+1} \therefore k = 1$$

$$\text{IV. } y = \frac{2(x-1)+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

30. 함수 $y = \frac{ax+1}{x-1}$ 의 역함수가 그 자신이 되도록 a 의 값을 정하면?

① -1

② 1

③ -2

④ 2

⑤ 0

해설

$$y = \frac{ax+1}{x-1} \text{ 에서 } y(x-1) = ax+1$$

$$yx - y = ax + 1, yx - ax = 1 + y$$

$$x(y-a) = 1+y, x = \frac{1+y}{y-a}$$

$$\therefore y^{-1} = \frac{x+1}{x-a}$$

역함수가 본래 함수와 같으므로

$$\frac{x+1}{x-a} = \frac{ax+1}{x-1}$$

$$\therefore a = 1$$

31. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -1

④ 0

⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축 방향으로 -2만큼
평행이동한 것이다.

$$\therefore m+n = -1-2 = -3$$

32. 함수 $y = \sqrt{x-1} + 2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때 $g(3)$ 의 값은?

① 3

② 2

③ 0

④ $2 + \sqrt{2}$

⑤ 4

해설

$$y = \sqrt{x-1} + 2 \text{ 에서}$$

$$y - 2 = \sqrt{x-1} \text{ 이 식의 양변을 제곱하면}$$

$$y^2 - 4y + 4 = x - 1$$

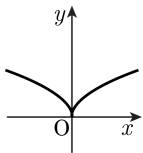
$$x = y^2 - 4y + 4 + 1$$

$$\text{따라서 } g(x) = x^2 - 4x + 5 \quad (x \geq 2) \text{ 이므로}$$

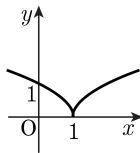
$$g(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 5 = 9 - 12 + 5 = 2$$

33. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?

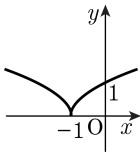
①



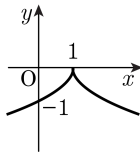
②



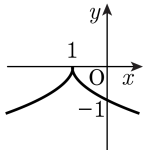
③



④



⑤



해설

$x \geq -1$ 이면 $y = \sqrt{x+1}$

$x < -1$ 이면 $y = \sqrt{-x-1}$ 이므로

3번이 정답임.

34. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 $f(x) = x^3 - 2x + 1$, $g(x+1) = f(x+2)$ 로 정의될 때, $g(0)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$g(x+1) = f(x+2)$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$g(0) = f(1)$$

$$f(1) = 1 - 2 + 1 = 0$$

$$\therefore g(0) = 0$$

35. 두 함수 $f(x) = 2x - 5$, $g(x) = -6x + 2$ 에 대하여 $(k \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족하는 함수 $k(x)$ 를 구하면?

① $-3x + 17$

② $-3x - 13$

③ $-3x + 13$

④ $-3x$

⑤ $-5x + 10$

해설

$$(k \circ f)(x) = g(x)$$

$$(k \circ f \circ f^{-1})(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$k(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$f(x) = 2x - 5$$

$$\therefore y = 2x - 5$$

$$\frac{y+5}{2} = x, x = \frac{y}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore (g \circ f^{-1})(x) = -6 \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{2} \right) + 2 = -3x - 13$$

36. 분수식 $\frac{x}{x+1} + \frac{2x-1}{x-1} - \frac{3x^2+4x+2}{x^2+x}$ 를 간단히 하면?

① $-\frac{x-2}{x(x-1)}$

② $\frac{x+2}{x(x+1)}$

③ $\frac{x-2}{x(x+1)}$

④ $\frac{x+2}{x(x-1)}$

⑤ $\frac{x-2}{x(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{x+1} &= 1 - \frac{1}{x+1}, \\
 \frac{2x-1}{x-1} &= 2 + \frac{1}{x-1}, \\
 \frac{3x^2+4x+2}{x^2+x} &= 3 + \frac{x+2}{x^2+x} \quad \text{이므로} \\
 (\text{준식}) &= \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) + \left(2 + \frac{1}{x-1}\right) \\
 &\quad - \left(3 + \frac{x+2}{x^2+x}\right) \\
 &= -\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{x+2}{x(x+1)} \\
 &= \frac{-x(x-1) + x(x+1) - (x-1)(x+2)}{x(x+1)(x-1)} \\
 &= \frac{-x^2 + x + x^2 + x - x^2 - x + 2}{x(x+1)(x-1)} \\
 &= \frac{-x^2 + x + 2}{x(x-1)(x+1)} \\
 &= \frac{-(x^2 - x - 2)}{x(x-1)(x+1)} \\
 &= \frac{-(x-2)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} \\
 &= -\frac{x-2}{x(x-1)}
 \end{aligned}$$

37. 모든 양의 유리수는 다음과 같이 유한 개의 양의 정수 $x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 을 이용하여 분자가 1인 분수의 꼴로 나타낼 수 있다.

$$x_0 + \frac{1}{x_1 + \frac{1}{x_2 + \frac{1}{x_3 + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{x_{n-1} + \frac{1}{x_n}}}}}}}$$

이를테면, $\frac{3}{4}$ 은 $\frac{3}{4} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}$ 와 같이 나타낼 수 있다. 다음 □안에

들어갈 숫자들을 모두 더한 것은?

$$\frac{17}{7} = 2 + \frac{3}{7} = 2 + \frac{1}{\square + \frac{1}{\square}}$$

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\frac{17}{7} = 2 + \frac{3}{7} = 2 + \frac{1}{\frac{7}{3}} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}$$

$$\therefore 2 + 3 = 5$$

38. $a^3 + b^3 = 7, a + b = 1$ 일 때, $\frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2}$ 의 값은?

- ① -3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

해설

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \Rightarrow ab = -2$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2} = \frac{a^3 + b^3}{(ab)^2} = \frac{7}{(-2)^2} = \frac{7}{4}$$

39. $x + y = \frac{y+z}{2} = \frac{z+x}{5}$ 일 때, $\frac{7(x^2 + y^2 - z^2)}{xy - yz + zx}$ 의 값은?

① -3

② -4

③ -5

④ -6

⑤ -7

해설

$$x + y = \frac{y+z}{2} = \frac{z+x}{5} = k$$

$$x + y = k \cdots ①$$

$$y + z = 2k \cdots ②$$

$$z + x = 5k \cdots ③$$

$$\text{세식을 더해 정리하면 } x + y + z = 4k \cdots ④$$

④에서 ①, ②, ③을 각각 빼면

$$x = 2k, y = -k, z = 3k$$

$$\therefore \frac{7(x^2 + y^2 - z^2)}{xy - yz + zx} = \frac{7(4k^2 + k^2 - 9k^2)}{-2k^2 + 3k^2 + 6k^2} = -4$$

40. $\sqrt{4 + \sqrt{12}}$ 의 소수 부분을 p 라고 할 때, $2\left(p - \frac{1}{p}\right)$ 의 값은?

① $\sqrt{3}$

② 3

③ $3 - \sqrt{3}$

④ $\sqrt{3} - 3$

⑤ $2 - \sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} &= \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} \\ &= \sqrt{3} + 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore P &= \sqrt{3} - 1 \Rightarrow 2\left(P - \frac{1}{P}\right) \\ &= 2\left(\sqrt{3} - 1 - \frac{1}{\sqrt{3} - 1}\right) \\ &= 2\left(\sqrt{3} - 1 - \frac{\sqrt{3} + 1}{2}\right) \\ &= \sqrt{3} - 3\end{aligned}$$

41. 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b = \sqrt{7\sqrt{5}-\sqrt{3}}$, $a-b = \sqrt{7\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ 가 성립할 때, a^2+ab+b^2 의 값을 구하면?

① $4\sqrt{5}+3\sqrt{3}$

② $4\sqrt{5}+2\sqrt{3}$

③ $4\sqrt{5}+\sqrt{3}$

④ $5\sqrt{5}+\sqrt{3}$

⑤ $5\sqrt{5}+2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}a^2+b^2 &= \frac{1}{2}\{(a+b)^2+(a-b)^2\} \\&= \frac{1}{2}(7\sqrt{5}-\sqrt{3}+7\sqrt{3}-\sqrt{5}) \\&= 3\sqrt{5}+3\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}ab &= \frac{1}{4}\{(a+b)^2-(a-b)^2\} \\&= \frac{1}{4}(7\sqrt{5}-\sqrt{3}-7\sqrt{3}+\sqrt{5}) \\&= 2\sqrt{5}-2\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\therefore a^2+ab+b^2 = 5\sqrt{5}+\sqrt{3}$$

42. 분수함수 $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}}$ 에 대하여 $f(x) + g(x) = 1$ 을 만족하는

$g(x)$ 는?

① $x+2$

② $x+1$

③ $\frac{1}{x+2}$

④ $\frac{1}{x+1}$

⑤ $\frac{1}{x}$

해설

$$f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1+x+1}{1+x}}$$

$$= \frac{x+1}{x+2}$$

$$= 1 - \frac{1}{x+2}$$

$$\therefore g(x) = 1 - f(x)$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{1}{x+2}\right)$$

$$= \frac{1}{x+2}$$

43. 함수 $y = \frac{c-x}{ax+b}$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

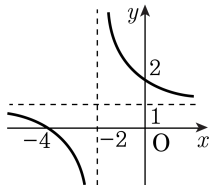
① -1

② -2

③ -4

④ -7

⑤ 0



해설

점근선이 $x = -2$, $y = 1$ 이므로

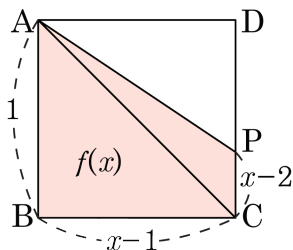
$$y = \frac{k}{x+2} + 1 \dots\dots ①$$

①이 (0, 2)를 지나므로 대입하면 $k = 2$

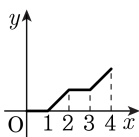
$$y = \frac{2}{x+2} + 1 = \frac{-x-4}{-x-2}$$

$$\therefore a = -1, b = -2, c = -4$$

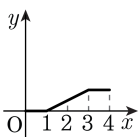
44. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형의 변 $ABCD$ 위를 움직이는 동점 P 가 있다. 점 P 는 A 점에서 출발, 일정한 속력으로 점 B 를 돌아 다시 점 A 로 돌아온다. 점 P 가 움직인 거리를 x , 선분 AP 가 지나간 부분의 넓이를 $f(x)$ 라 할 때, 다음 중 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



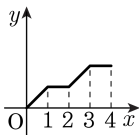
①



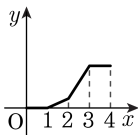
②



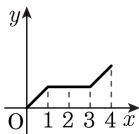
③



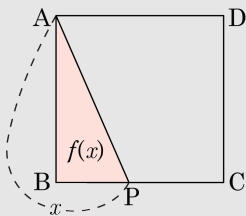
④



⑤



해설



x 의 크기에 따른 넓이의 변화를 살펴보면

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x \leq 1) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (1 \leq x \leq 2) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (2 \leq x \leq 3) \\ 1 & (3 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

한편, 각 구간의 경계점에서

함수는 연속이므로 ②가 옳다.

45. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 에 대하여 $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = 6x - 1$

이다. $f\left(\frac{4-x}{3}\right) = ax + b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

㉠ -36

㉡ -20

㉢ -4

㉣ 20

㉤ 36

해설

$f\left(\frac{x+1}{2}\right) = 6x - 1$ 에서 $\frac{x+1}{2} = t$ 라고 하면 $x = 2t - 1$ 이므로

$$f(t) = 6(2t - 1) - 1 = 12t - 7 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

㉠ 에 t 대신에 $\frac{4-x}{3}$ 를 대입하면

$$f\left(\frac{4-x}{3}\right) = 12\left(\frac{4-x}{3}\right) - 7 = 16 - 4x - 7 = -4x + 9$$

$$\therefore ab = (-4) \cdot 9 = -36$$

46. 함수 $f_n(x)$ 가 $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$, $f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의될 때, $f_{28}\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

① $\frac{1}{20}$

② $\frac{1}{24}$

③ $\frac{1}{30}$

④ $\frac{1}{32}$

⑤ $\frac{1}{40}$

해설

$$f_1(x) = \frac{x}{x+1} \text{ 이고}$$

$$f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x) \text{ 이므로}$$

$$f_2(x) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{x}{2x+1}$$

$$f_3(x) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{2x+1+x}{2x+1}} = \frac{x}{3x+1}$$

$\vdots$

$$f_{28}(x) = \frac{x}{28x+1}$$

$$\therefore f_{28}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{15} = \frac{1}{30}$$

47. 양의 실수에서 정의된 두 함수 $f(x) = x^2 + 2x$, $h(x) = \frac{100x + 200}{f(x)}$

에 대하여 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $(h \circ g)(8)$ 의 값은?

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

해설

$g(8) = k$ 라고 하면 $f(k) = 8$ 이다.

$$\Rightarrow k^2 + 2k = 8$$

$$\Rightarrow k = -4, 2 \Rightarrow k = 2 (\because k > 0)$$

$$\therefore (h \circ g)(8) = h(g(8)) = h(2)$$

$$= \frac{100 \times 2 + 200}{f(2)} = 50$$

48. $A = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$, $B = \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{x}}}$, $C = \frac{3}{3 + \frac{3}{3 + \frac{3}{x}}}$ 에 대하여 $x = \frac{2}{5}$

일 때의 A, B, C 의 대소 관계를 순서대로 옳게 나타낸 것은?

① $A > B > C$

② $A \geq B = C$

③ $A < B < C$

④ $A \leq B = C$

⑤ $A = B = C$

해설

$$A = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{2}{5}}} = \frac{1}{1 + \frac{5}{2}}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{5}{2}} = \frac{1}{\frac{7}{2}} = \frac{2}{7}$$

$$B = \frac{2}{2 + \frac{2}{x}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{\frac{2}{5}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + 5}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{7}} = \frac{7}{8}$$

$$C = \frac{3}{3 + \frac{3}{x}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{3}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{3}{\frac{2}{5}}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{15}{2}}} = \frac{21}{23}$$

$$\therefore A = \frac{2}{7}, B = \frac{7}{8}, C = \frac{21}{23}$$

$$\therefore A < B < C$$

49. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점 P의 좌표를 구하면?

① $(1, -2)$

② $(-3, -1)$

③ $(1, 1)$

④ $(-2, -2)$

⑤ $(1, 1), (-2, -2)$

해설

$f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 의 교점의 x 좌표는

$f(x) = x$ 의 해와 같다. $\sqrt{x+3} - 1 = x$ 에서

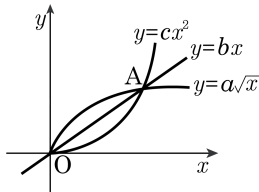
$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = 1, -2$$

$$x = 1 (\because x \geq -1)$$

$$\therefore P = (1, 1)$$

50. 양의 상수 a, b, c 에 대하여 세 함수 $y = a\sqrt{x}$, $y = bx$, $y = cx^2$ 의 그래프가 그림과 같이 원점 O 와 다른 점 A 에서 동시에 만날 때, a, b, c 의 관계로 옳은 것은?



① $a^3 = b^2c$

② $a^3 = bc^2$

③ $b^3 = a^2c$

④ $b^3 = ac^2$

⑤ $c^3 = a^2b$

해설

곡선 $y = cx^2$ 과 $y = bx$ 의 교점의 x 좌표 (단, $x \neq 0$)는 $cx^2 = bx$

$$\therefore x = \frac{b}{c}$$

곡선 $y = a\sqrt{x}$ 와 $y = bx$ 의 교점의 x 좌표 (단, $x \neq 0$)는

$$a\sqrt{x} = bx \therefore x = \frac{a^2}{b^2}$$

두 점이 일치하므로 $\frac{b}{c} = \frac{a^2}{b^2}$

$$\therefore b^3 = a^2c$$