

1. 두 점 (8, 5), (3, - 7) 사이의 거리를 구하면?

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

$$\sqrt{(3-8)^2 + (-7-5)^2} = \sqrt{169} = 13$$

2. 두 점 A(1, -3), B(3, 7)에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 3으로 내분하는 점 P(a, b)와 2 : 3으로 외분하는 점 Q(c, d)에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① $-\frac{134}{5}$ ② $-\frac{116}{5}$ ③ $\frac{134}{5}$ ④ $\frac{116}{5}$ ⑤ 20

해설

$$P(a, b) = \left(\frac{2 \times 3 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 7 + 3 \times (-3)}{2 + 3} \right)$$

$$= \left(\frac{9}{5}, 1 \right)$$

$$Q(c, d) = \left(\frac{2 \times 3 - 3 \times 1}{2 - 3}, \frac{2 \times 7 - 3 \times (-3)}{2 - 3} \right)$$

$$= (-3, -23)$$

$$\therefore a + b + c + d = \frac{9}{5} + 1 - 3 - 23$$

$$= -\frac{116}{5}$$

3. 세 점 A(2, a), B(3, 4), C(b , -2)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심의 좌표가 (1, 2)일 때, $a - b$ 는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

세 점 A(2, a), B(3, 4), C(b , -2)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (1, 2)이므로,

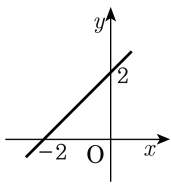
$$\frac{2+3+b}{3} = 1 \text{에서 } b = -2$$

$$\frac{a+4-2}{3} = 2 \text{에서 } a = 4$$

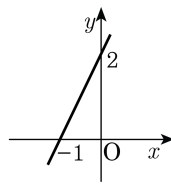
$$\therefore a - b = 6$$

4. 다음 중 직선 $y = 2(x + 1)$ 을 나타내는 그래프는?

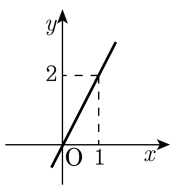
①



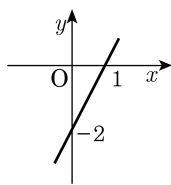
②



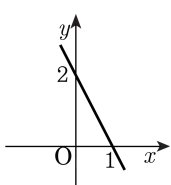
③



④



⑤



해설

$y = 2(x + 1) = 2x + 2$ 이므로, 기울기가 2 이고,
 y 절편이 2 인 그래프는 ②번이다.

5. x 축의 양의 방향과 60° 의 각을 이루고, 점 $(2, 3)$ 을 지나는 직선의 y 절편은?

① $3 - 2\sqrt{3}$

② $3 + 2\sqrt{3}$

③ $-3 - 2\sqrt{3}$

④ $-3 + 3\sqrt{3}$

⑤ $3 - 3\sqrt{3}$

해설

x 축과 60° 의 각을 이루므로

기울기는 $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

$$\therefore y - 3 = \sqrt{3}(x - 2)$$

$$\therefore y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} + 3$$

6. 방정식 $x-3y+6=0$ 이 나타나는 직선의 기울기와 y 절편을 차례대로 구하면?

① $\frac{1}{3}, -2$

② $\frac{1}{3}, 2$

③ $-\frac{1}{3}, 2$

④ $3, -2$

⑤ $-3, 2$

해설

$x-3y+6=0$ 을 y 에 대하여 풀면

$$3y = x + 6, y = \frac{1}{3}x + 2$$

$\therefore$ 기울기 : $\frac{1}{3}$, y 절편 : 2

7. 두 점 $(1, -2)$, $(3, 6)$ 을 지나는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 4

③ 7

④ 10

⑤ 13

해설

두 점 $(1, -2)$, $(3, 6)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y + 2 = \frac{6 + 2}{3 - 1}(x - 1)$$

$$y + 2 = 4(x - 1)$$

$$\therefore y = 4x - 6$$

$$\text{즉, } a = 4, b = -6$$

$$\therefore a - b = 4 - (-6) = 10$$

8. 두 점 A(-1, 5), B(3, -3)을 지나는 직선의 x 절편은 ()이고, y 절편은 ()이다. 위의 ()안에 알맞는 값을 모두 더하면?

- ㉠ $\frac{9}{2}$ ㉡ 4 ㉢ $\frac{7}{2}$ ㉣ 3 ㉤ $\frac{5}{2}$

해설

두 점 A(-1, 5), B(3, -3)을 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{-3-5}{3-(-1)}(x+1)+5 = -2x+3$$

따라서, 직선 $y = -2x+3$ 의 x 절편과 y 절편을 각각 구하면,

$$y=0 \text{ 일 때 } x = \frac{3}{2},$$

$$x=0 \text{ 일 때 } y = 3$$

따라서, ()안에 알맞는 값을 모두 더하면

$$\therefore \frac{3}{2}+3 = \frac{9}{2}$$

9. 점 $(2, -4)$ 를 지나고 직선 $x - 2y - 4 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $y = 2x - 1$

② $y = -2x + 1$

③ $y = -x + 2$

④ $y = x - 2$

⑤ $y = -2x$

해설

$$2y = x - 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 2$$

따라서 구하는 직선의 방정식의

기울기는 -2 이고 점 $(2, -4)$ 를 지나므로

$$y + 4 = -2(x - 2), y = -2x$$

10. 세 직선 $l : y = -2x + 3, m : 4x - 2y + 1 = 0, n : x - 2y + 3 = 0$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것은?

보기

☐ ㉠ $l // m$ ☐ ㉡ $m \perp n$ ☐ ㉢ $l \perp n$

- ☐ ① ㉠
- ☐ ② ㉡
- ☒ ③ ㉢
- ☐ ④ ㉠, ㉡
- ☐ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$l : y = -2x + 3, m : 4x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + \frac{1}{2}$
 $n : x - 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 에서
두 직선 l 과 n 의 기울기의 곱이
 $(-2) \times \frac{1}{2} = -1$ 이므로
 l 과 n 은 서로 수직이다.
즉, $l \perp n$ 한편, 기울기가 같은 직선은
없으므로 서로 평행한 직선은 없다.
따라서 옳은 것은 ㉢뿐이다

11. 점 $(4, 3)$ 과 직선 $5x - 12y + 3 = 0$ 사이의 거리를 d_1 , 점 $(4, 3)$ 과 직선 $12x + 5y - 50 = 0$ 사이의 거리를 d_2 라고 할 때, d_1 과 d_2 사이의 관계는?

- ① $d_1 = d_2$ ② $d_1 = d_2 + 1$ ③ $d_1 + 1 = d_2$
④ $d_1 = d_2 + 2$ ⑤ $d_1 + 2 = d_2$

해설

$$d_1 = \frac{|5 \cdot 4 - 12 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{|-13|}{\sqrt{169}} = 1$$

$$d_2 = \frac{|12 \cdot 4 + 5 \cdot 3 - 50|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{|13|}{\sqrt{169}} = 1$$

따라서 $d_1 = d_2$

12. 두 점 $A(-3, -2)$, $B(1, 1)$ 로부터 같은 거리에 있는 점 P 의 자취의 방정식을 구하면?

① $x + 2y + 3 = 0$

② $2x + y + 3 = 0$

③ $4x - 6y + 15 = 0$

④ $4x + 6y + 7 = 0$

⑤ $8x + 6y + 11 = 0$

해설

$P(x, y)$ 라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$

즉, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = (x - 1)^2 + (y - 1)^2$$

$$\therefore 8x + 6y + 11 = 0$$

13. 두 원 $(x-2)^2 + y^2 = 10$, $x^2 + y^2 + y - 5 = 0$ 의 공통현을 포함하는 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$(x-2)^2 + y^2 = 10$ 에서
 $x^2 + y^2 - 4x - 6 = 0$ 이므로
두 원의 공통현을 포함하는 직선의 방정식은
 $x^2 + y^2 - 4x - 6 - (x^2 + y^2 + y - 5) = 0$
 $4x + y + 1 = 0, y = -4x - 1$
 $\therefore a = -4, b = -1$
 $\therefore a + b = -4 + (-1) = -5$

14. 점 $A(1, -2)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 점의 좌표는?

① $(2, -1)$

② $(1, 3)$

③ $(1, 2)$

④ $(1, -1)$

⑤ $(0, -2)$

해설

$A(1, -2)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이동한 점은 $(-2, 1)$ 이다.
이 점을 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축 의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면
 $(0, -2)$ 가 된다.

15. 다음 보기 중 부등식 $(x + y)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$ 이 나타내는 영역에 속하지 않는 점의 개수는?

- ㉠ $(-3, 3)$
- ㉡ $(-2, -2)$
- ㉢ $(1, 1)$
- ㉣ $(\sqrt{3}, 1)$
- ㉤ $(3, -2)$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

각 점을 부등식에 대입해서 부등식이 성립하지 않는 점의 개수를 찾으면 된다.

㉠ $(-3, 3)$ 을 $(x + y)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$ 에 대입하면, $(-3 + 3) \{(-3)^2 + 3^2 - 4\} = 0 \leq 0$

부등식이 성립하므로 점 $(-3, 3)$ 은

주어진 부등식이 나타내는 영역에 속한다.

㉡ $\{-2 + (-2)\} \{(-2)^2 + (-2)^2 - 4\} = -16 \leq 0$

따라서 나타내는 그 영역에 속한다.

㉢ $(1 + 1) (1^2 + 1^2 - 4) = -4 \leq 0$

따라서 점 $(1, 1)$ 은

주어진 부등식이 나타내는 영역에 속한다.

㉣ $(\sqrt{3} + 1) \{(\sqrt{3})^2 + 1^2 - 4\} = 0 \leq 0$

따라서 점 $(\sqrt{3}, 1)$ 은

주어진 부등식이 나타내는 영역에 속한다.

㉤ $\{3 + (-2)\} \{3^2 + (-2)^2 - 4\} = 9 > 0$

따라서 점 $(3, -2)$ 는

부등식이 성립하지 않으므로 속하지 않는다.

16. 수직선 위의 두 점 $A(a), B(b)(a > b)$ 사이의 거리 $\overline{AB}$ 는 5이고 점 $C(a + b)$ 의 좌표를 -1 이라 할 때, 점 $D(a - b)$ 의 좌표는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$a > b$ 일때, $A(a), B(b)$ 사이의 거리는 $a - b$ 이므로, $a - b = 5$
따라서 $D(a - b)$ 의 좌표는 5

17. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{1}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{1} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

18. 두 점 A(-1, 2), B(3, 4)에 대하여 점 P가 x축 위를 움직일 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

① $2\sqrt{13}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 B'(3, -4)

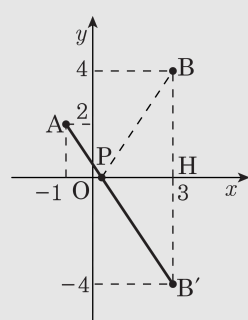
$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P}$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소거리는 $\overline{AP} + \overline{B'P}$ 의 최소 거리와 같고

세 점 A, P, B'이 직선 위에 있을 때

가장 짧은 $\overline{AB'}$ 이 최소거리이다.

$$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{13}$$



19. 세 점 A(-2, 9), B(3, -1), C(5, a)가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -6

② -5

③ 2

④ 9

⑤ 13

해설

일직선 위에 있으려면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 기울기가 같다.

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{9 - (-1)}{-2 - 3} = -2$ 이고

$\overline{BC}$ 의 기울기는 $\frac{a - (-1)}{5 - 3}$ 이다.

$\therefore a = -5$

20. 원점을 지나고, 점 (2, 1)에서의 거리가 1인 직선의 방정식은? (단, x 축은 제외)

① $y = \frac{2}{3}x$

② $y = -\frac{2}{3}x$

③ $y = \frac{1}{3}x$

④ $y = -\frac{4}{3}x$

⑤ $y = \frac{4}{3}x$

해설

원점을 지나는 직선을

$y = kx (k \neq 0)$ 이라 하면,

(2, 1)에서의 거리가 1 이므로

$$\frac{|2k - 1|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 1, |2k - 1| = \sqrt{k^2 + 1}, k(3k - 4) = 0$$

$$k = \frac{4}{3} (\because k \neq 0)$$

$$\therefore y = \frac{4}{3}x$$

21. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ 과 중심이 같고 점 $(2, 3)$ 을 지나는 원의 넓이는?

① 12π ② 14π ③ 16π ④ 18π ⑤ 20π

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$ 을 변형하면

$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 3$ 이므로

원의 중심의 좌표는 $(-2, 1)$

따라서, 중심이 $(-2, 1)$ 이고

반지름의 길이가 r 인 원의 방정식은

$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = r^2$ 이고,

이 원이 점 $(2, 3)$ 을 지나므로

$r = \sqrt{(2 + 2)^2 + (3 - 1)^2} = 2\sqrt{5}$

따라서, 이 원의 넓이는 $\pi r^2 = 20\pi$

22. 두 점 A(-5, 1), B(3, 7) 을 지름의 양끝으로 하는 원의 중심을 (a, b) , 반지름의 길이를 r 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값은?

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

A(-5, 1) B(3, 7) 이 지름의 양끝이므로
 $\overline{AB}$ 의 중점은 중심의 좌표와 같다.

중점

$$M = \left(\frac{-5+3}{2}, \frac{1+7}{2} \right) = (-1, 4) = (a, b)$$

반지름

$$r = \sqrt{(-5+1)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore a + b + r = -1 + 4 + 5 = 8$$

23. 세 점 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(1, 1)$ 을 지나는 원의 방정식이 $(x-a)^2+(y-b)^2 = r^2$ (단, $r > 0$) 라고 할 때, $a+b+r$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

구하는 원의 방정식을
 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓는다.
세 점 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(1, 1)$ 은
 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$
위의 점이므로 등식이 성립한다.
따라서 세 점을 대입한 식을 연립시키면
구하는 원의 방정식은 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 이다.
 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 을 정리하면
 $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ 이다.
따라서 $a = 1$, $b = 0$, $r = 1$ 이므로
 $a + b + r = 2$ 이다.

24. 이차방정식 $x^2 + y^2 + 2ax - 4ay + 6a^2 - a - 6 = 0$ 이 원의 방정식이 될 때 다음 중 a 가 가질 수 없는 정수 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x + a)^2 + (y - 2a)^2 = -(a^2 - a - 6)$
이것이 원을 나타내려면 $-(a^2 - a - 6) > 0$
즉 $a^2 - a - 6 < 0$
 $\therefore -2 < a < 3$

25. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$ 이 점 $(-3, 4)$ 를 지나고, x 축에 접하도록 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$
이 점 $(-3, 4)$ 를 지나므로
 $9 + 16 + 6 - 16a + b = 0$
 $\therefore 16a - b = 31 \dots\dots\textcircled{\small{\text{A}}}$
 $x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$ 은
 $(x - 1)^2 + (y - 2a)^2 = 4a^2 - b + 1$ 이고
원이 x 축에 접하므로
 $2a = \sqrt{4a^2 - b + 1}, 4a^2 = 4a^2 - b + 1$
 $\therefore b = 1 \dots\dots\textcircled{\small{\text{B}}}$
 $\textcircled{\small{\text{A}}}$ 을 $\textcircled{\small{\text{B}}}$ 에 대입하면 $16a - 1 = 31$
 $\therefore a = 2 \qquad \therefore a + b = 2 + 1 = 3$

26. 서로 다른 두 점에서 만나는 두 원 O, O'이 있다. 이 두 원의 반지름을 각각 r, r' 이라 하고 두 원의 중심 간의 거리를 d 라 할 때, 이 두 원의 성질을 옳게 나타낸 것은?

- ① $d > r + r'$
- ② $d < |r - r'|$
- ③ 공통외접선은 1개이다.
- ④ 공통내접선은 2개이다.
- ⑤ 두 원의 공통현은 1개이다.

해설

- ① $d < r + r'$
- ② $d > |r - r'|$
- ③ 공통외접선은 2개이다.
- ④ 공통내접선은 없다.

27. 다음 방정식으로 표시되는 그래프는 m 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다.

그 점의 좌표가 (a,b) 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a < 0, b < 0$)

$(x^2 + y^2 + 2x + 3y - 1)m + (x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3) = 0$

- ① -1
- ② -2
- ③ -3
- ④ -4
- ⑤ -5

해설

m 의 값에 관계없이 다음 두 원의 교점을 지난다.

$x^2 + y^2 + 2x + 3y - 1 = 0$,

$x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3 = 0$

연립하여 풀면 $(x,y) = (-3,-2), (1,-2)$

그러므로 $(a,b) = (-3,-2)$

28. 원 $x^2 + y^2 = 10$ 위의 점 $(1, -3)$ 에서 원에 그은 접선의 x 절편은?

- ① -10 ② $-\frac{10}{3}$ ③ -1 ④ 10 ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

점 $(1, -3)$ 에서 그은 접선의 방정식은

$$1x - 3y = 10$$

x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 좌표이므로 $x = 10$

29. $x^2 + y^2 = 9$ 에 접하고 기울기가 2 인 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = x \pm \sqrt{5}$ ② $y = 2x \pm 3\sqrt{5}$ ③ $y = 4x \pm 2\sqrt{5}$
④ $y = 5x \pm 5\sqrt{5}$ ⑤ $y = x \pm 2\sqrt{5}$

해설

구하는 접선의 방정식은

$$y = 2x \pm 3\sqrt{1+2^2} \leftarrow m=2, r=3$$

$$\therefore y = 2x \pm 3\sqrt{5}$$

30. 방정식 $x^2 + y^2 - 7y = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x^2 + y^2 + x - x + 2 = 0$

② $x^2 + y^2 - 2x - 3y + 5 = 0$

③ $x^2 + y^2 - 8x - 3y + 6 = 0$

④ $2x^2 + y^2 - 9x + 4y + 3 = 0$

⑤ $4x^2 + y^2 + 2x - y + 9 = 0$

해설

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 - 7(y+2) = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x - 3y + 6 = 0$$

31. 부등식 $1 \leq x^2 + y^2 \leq 5$ 를 만족하는 정수의 쌍 (x, y) 의 개수는?

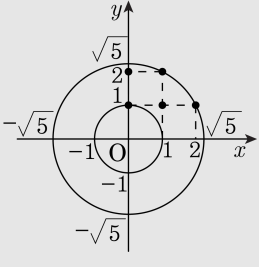
- ① 11 개 ② 12 개 ③ 16 개 ④ 20 개 ⑤ 24 개

해설

경계를 포함하여 반지름 1 인 원의 외
부와

반지름 $\sqrt{5}$ 인원의 내부 사이에 있는
격자점 (x, y) 좌표가 모두 정수인점)의
개수를 헤아려야 한다. 양 축에 대하
여 대칭이므로 x 축과 제 1 사분면에있
는 부분의 개수만 헤아려서 4 배 하면
된다.

점의 개수는 5 개이므로 구하는 격자점의 개수는 20 개

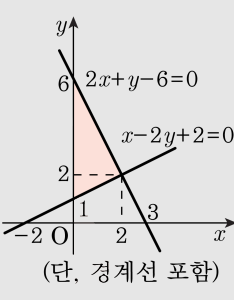


32. 세 부등식 $x \geq 0, x - 2y + 2 \leq 0, 2x + y - 6 \leq 0$ 을 동시에 만족하는 영역의 넓이는?

- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

해설

주어진 세 부등식을 동시에 만족하는 영역은 다음 그림의 색칠된 부분이다.
이 때, 두 직선 $x - 2y + 2 = 0, 2x + y - 6 = 0$ 의 교점은 점 $(2, 2)$ 이므로 어두운 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$

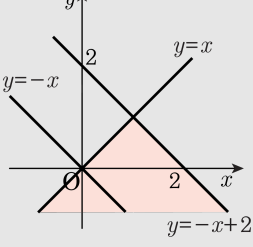


33. 좌표평면에서 연립부등식 $y < x$, $x + y < 2$, $y > ax$ 의 영역이 삼각형의 내부를 나타내도록 실수 a 의 값의 범위를 정하면?

- ① $-3 < a < -1$
- ② $-2 < a < 0$
- ③ $-1 < a < 1$
- ④ $0 < a < 2$
- ⑤ $1 < a < 3$

해설

연립부등식 $y < x$, $x + y < 2$ 의 영역은 다음 그림의 어두운 부분과 같다.



$y > ax$ 의 영역은 직선 $y = ax$ 의 위쪽 부분이므로 세 영역으로 둘러싸인 부분이 삼각형의 내부가 되려면 a 의 범위는 $-1 < a < 1$ 이 된다.

34. 세 점 A(2, 1), B(-4, 3), C(-1, -3)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 외심의 좌표를 (a, b) 라고 할때, $a + b$ 를 구하면?

- ① -2
- ② 3
- ③ 4
- ④ -1
- ⑤ -3

해설

외심은 외접원의 중심이므로 외심을 O라 하면

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이다.

$$\sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2} = \sqrt{(a+4)^2 + (b-3)^2} \text{에서 } 3a - b = -5 \cdots \textcircled{1}$$

$$\sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2} = \sqrt{(a+1)^2 + (b+3)^2} \text{에서 } 6a + 8b = -5 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면

$$a = -\frac{3}{2} \quad b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + b = -1$$

35. 평행사변형 ABCD에서 A(2, 3), B(-5, 4), C(-2, 5), D(a, b)라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$\overline{BA} \parallel \overline{CD}$ 이므로

점 B에서 점 A로의 이동을 생각할 때

x 축 방향으로 +7, y 축 방향으로 -1인 것을

점 C에서 점 D로의 이동에 적용시킬 수 있다

$\therefore D(a, b) = (-2 + 7, 5 - 1) = (5, 4)$

$\therefore a + b = 9$

36. 평행한 두 직선 $x + y - 1 = 0$ 과 $x + y + 3 = 0$ 사이의 거리는?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $2\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

두 직선은 평행하므로,

직선 $x + y - 1 = 0$ 위의 한 점 (1, 0) 에서

직선 $x + y + 3 = 0$ 에 이르는 거리를 구한다.

$$\therefore \frac{|1 + 0 + 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

37. 두 점 A(0, -1), B(0, 2) 에 이르는 거리의 비가 1 : 2 인 점 P(x, y) 가 나타내는 도형의 길이를 구하면?

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ 2π ④ 4π ⑤ 6π

해설

$$\begin{aligned}\overline{AP} : \overline{BP} &= 1 : 2 \\ \Rightarrow \overline{BP} &= 2\overline{AP} \\ \Rightarrow \overline{BP}^2 &= 4\overline{AP}^2 \\ \Rightarrow x^2 + (y-2)^2 &= 4\{x^2 + (y+1)^2\} \\ \Rightarrow x^2 + y^2 + 4y &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + (y+2)^2 &= 4 \\ \text{반지름이 2인 원이므로 도형의 길이는 } 4\pi\end{aligned}$$

38. 좌표평면 위에 원 $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$ 이 있다.
이 원 밖의 임의의 한 점에서 두 접선을 그었을 때, 두 접선이 직교하는 점들의 자취방정식의 자취의 길이는?

- ① π
- ② 5π
- ③ $\sqrt{10}\pi$
- ④ $2\sqrt{10}\pi$
- ⑤ 10π

해설

주어진 원은 중심이 $(-1, -2)$ 이고 반지름이 $\sqrt{5}$ 인 원이다.
원 밖의 한 점 $P(a, b)$ 에서 원에 그은 접선이 서로 수직이려면
원의 중심에서 P 까지의
거리가 $\sqrt{10}$ 이어야 한다.
따라서 두 접선이 직교하는 점들의 자취의 방정식은 $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 10$

39. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 - 6x + 6y = 7$ 의 공통현의 길이를 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

두 원의 교점을 P, Q 라 하고 $\overline{PQ}$ 의 중점을 H 라 하면
 $\triangle OPH$ 는 직각삼각형이고,

$\overline{OP}$ 의 길이는 원 $x^2 + y^2 = 1$ 의 반지름이므로 1 이다.

두 원의 공통현의 방정식은

$$(x^2 + y^2 - 1) - (x^2 + y^2 - 6x + 6y - 7) = 0,$$

$$\text{즉 } x - y + 1 = 0 \quad \dots\dots\textcircled{1}$$

원 $x^2 + y^2 = 1$ 의 중심 O(0, 0) 에서

직선 $\textcircled{1}$ 에 이르는 거리

$$\overline{OH} = \frac{|0 - 0 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

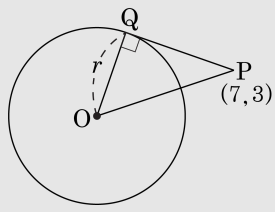
$$\begin{aligned} \therefore \overline{PH} &= \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{OH}^2} \\ &= \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{PQ} = 2\overline{PH} = \sqrt{2}$$

40. P(7, 3) 에서 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 15$ 에 그은 한 접선의 접점을 Q 라고 할 때, 선분 PQ 의 길이를 구하면?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 20

해설



$$\begin{aligned}\overline{PQ}^2 &= \overline{OP}^2 - \overline{OQ}^2 \\ &= (6^2 + 2^2) - 15 = 25 \\ \therefore \overline{PQ} &= 5\end{aligned}$$

41. 다음 중에서 점 $(2, 4)$ 를 지나고, 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하는 직선의 방정식을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x = 2$

㉡ $y = 4$

㉢ $3x + 4y + 10 = 0$

㉣ $3x - 4y + 10 = 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

접점의 좌표를 (x_1, y_1) 으로 놓으면

접선의 방정식은

$x_1x + y_1y = 4 \cdots \cdots \textcircled{1}$

㉠이 점 $(2, 4)$ 를 지나므로

$2x_1 + 4y_1 = 4, x_1 + 2y_1 = 2 \cdots \cdots \textcircled{2}$

또, 접점 (x_1, y_1) 은 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점이므로

$x_1^2 + y_1^2 = 4 \cdots \cdots \textcircled{3}$

㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$x_1 = 2, y_1 = 0$ 또는 $x_1 = -\frac{6}{5}, y_1 = \frac{8}{5}$

이것을 ㉠에 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$x = 2$ 또는 $3x - 4y + 10 = 0$

42. 원 $x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0$ 위의 점 P에서 직선 $3x - 4y - 24 = 0$ 까지의 거리의 최솟값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y - 4)^2 = 5^2$ 이므로

원의 중심은 (0, 4)이고, 반지름은 5이다.

그런데 중심 (0, 4)에서 직선 $3x - 4y - 24 = 0$ 까지의 거리를 d 라 하면

$$d = \frac{|3 \cdot 0 - 4 \cdot 4 - 24|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{40}{5} = 8$$

따라서 구하는 최소거리는

$$d - (\text{원의 반지름}) = 8 - 5 = 3$$

43. 두 실수 x, y 가 부등식 $(x-1)^2 + y^2 \leq 2$ 를 만족할 때, $x-2y$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① $-2\sqrt{10}$

② -2

③ 0

④ 2

⑤ $2\sqrt{10}$

해설

$x-2y=k$ 라 놓으면, 점과 직선사이의 거리공식에 의해

$$\frac{|1-k|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \sqrt{2} \text{ 일 때 } k \text{ 는 최댓값과 최솟값을 갖는다.}$$

$$\therefore k = 1 \pm \sqrt{10}$$

따라서 최댓값은 $\sqrt{10}+1$ 최솟값은 $1-\sqrt{10}$

최솟값과 최댓값의 합은 2

44. $\triangle ABC$ 의 무게중심이 $G(1, 4)$ 이고, 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점이 각각 $(-1, 6)$, (a, b) , $(3, 4)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle ABC$ 의 무게중심 G 는
세변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게
중심과 일치한다.

따라서 $\frac{-1+a+3}{3} = 1$, $\frac{6+b+4}{3} = 4$ 이므로

$a = 1$, $b = 2$ 이고, $\therefore a + b = 3$

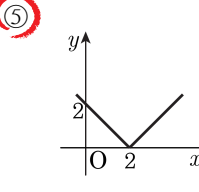
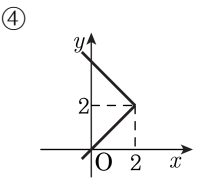
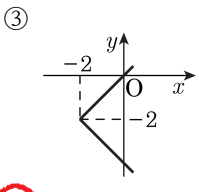
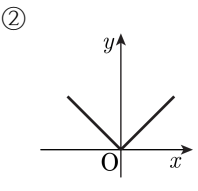
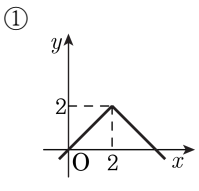
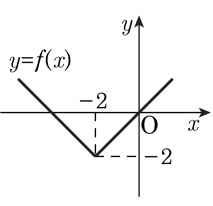
45. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ 인 원을 x 축 방향으로 a 만큼 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 하면, 처음 원과 외접한다고 할 때, a, b 사이의 관계식은?

- ① $a^2 + b^2 = 1$ ② $a^2 + b^2 = 4$ ③ $a^2 + b^2 = 9$
④ $a^2 + b^2 = 16$ ⑤ $a^2 + b^2 = 25$

해설

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4 \cdots \textcircled{A}$
원 $\textcircled{A}$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 $\{(x-a)-1\}^2 + \{(y-b)+2\}^2 = 4$
 $\{x-(a+1)\}^2 + \{y-(b-2)\}^2 = 4 \cdots \textcircled{B}$
원 $\textcircled{A}$ 과 원 $\textcircled{B}$ 이 외접하므로 중심거리 d 와 두 원 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 의 반지름의 길이의 합이 서로 같아야 한다.
 $\therefore d = \sqrt{(a+1-1)^2 + (b-2+2)^2}$
 $= \sqrt{a^2 + b^2} = 2 + 2 = 4$
 $\therefore a^2 + b^2 = 16$

46. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



해설

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를 y 축에 대칭시킨 후 y 축으로 2만큼 평행 이동 한 것이다.

47. 좌표평면 위의 두 점 A (5, 1), B (8, 5) 와 y 축 위의 점 C 를 꼭짓점으로 하는 △ABC 의 둘레의 길이의 최솟값이 $5 + \sqrt{a}$ 일 때, a 의 값은?

- ① 180 ② 185 ③ 190 ④ 195 ⑤ 200

해설

점 A (5, 1) 을 y 축에 대하여
대칭 이동한 점을 A' 이라 하면

A' (-5, 1)

또, 다음 그림에서 $\overline{AC} = \overline{A'C}$ 이므로

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

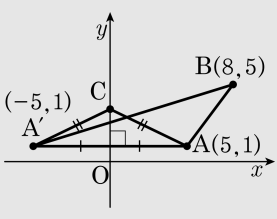
$$= \sqrt{(8-5)^2 + (5-1)^2} + \overline{BC} + \overline{A'C}$$

$$\geq 5 + \overline{A'B}$$

$$= 5 + \sqrt{\{8-(-5)\}^2 + (5-1)^2}$$

$$= 5 + \sqrt{185}$$

$$\therefore a = 185$$



48. 다음 세 식을 동시에 만족하는 정수의 순서쌍의 개수를 구하면?

$$A : \lfloor \sqrt{x^2 + y^2} \rfloor = 2, \lfloor x \rfloor \text{ 는 } x \text{ 를 넘지 않는 최대 정수}$$
$$B : x^2 = y^2$$
$$C : xy > 0 \text{이고 } x, y \text{는 정수}$$

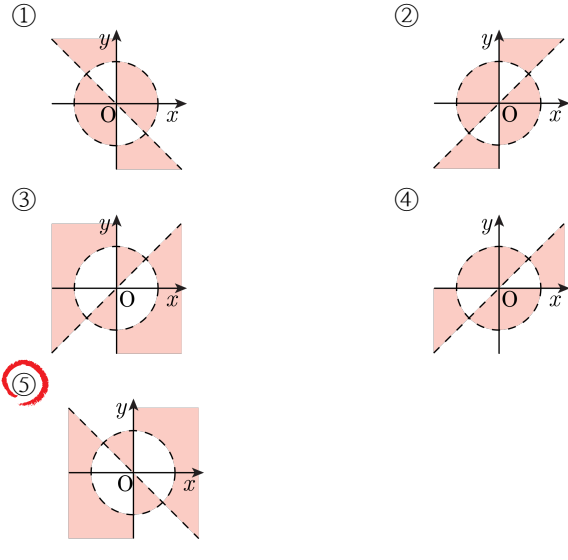
- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$A : 2 \leq \sqrt{x^2 + y^2} < 3$
 $\therefore 4 \leq x^2 + y^2 < 9$
 $B : x = y \text{ 또는 } x = -y$
 $C : 1, 3 \text{ 사분면의 격자점 } (x, y \text{ 좌표가 모두 정수인 점})$
그림에서와 같이 세 식을 동시에 만족하는 점은
 $(2, 2), (-2, -2)$ 의 2쌍

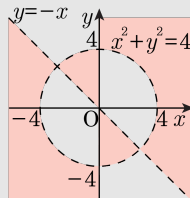
The diagram shows a Cartesian coordinate system with x and y axes ranging from -3 to 3. A dashed circle of radius 2 is centered at the origin (0,0). A solid circle of radius 3 is also centered at the origin. The region between these two circles is shaded gray, representing set A. Two lines, y = x and y = -x, are drawn through the origin. The regions where these lines intersect the shaded annulus are also shaded gray, representing set B. The first and third quadrants are shaded gray, representing set C. The intersection of all three sets, where the lines y = x and y = -x intersect the annulus in the first and third quadrants, are marked with black dots at the points (2, 2) and (-2, -2).

49. 부등식 $x(x+y)(x^2+y^2-4) > 0$ 를 만족하는 영역을 좌표평면 위에 나타내면? (단, 경계선 제외)



해설

$x = 0$, $x + y = 0$, $x^2 + y^2 = 4$ 의 그래프를 모두 그리고 각각의 영역의 경계선 위에 있지 않은 한 점 $(5, 0)$ 을 부등식에 대입하면 $5 \cdot (5 + 0) \cdot (5^2 + 0^2 + 4) > 0$ 으로 부등식을 만족한다. 따라서 그림과 같이 점 $(5, 0)$ 을 포함하는 영역과 이 영역과 인접하지 않은 영역이 부등식을 만족한다.



50. 연립부등식 $x \leq 0, y \geq 0, 4 \leq -x + 2y \leq 8$ 을 만족하는 점 $A(x, y)$ 에 대하여 원점 $O(0, 0)$ 과 점 A 를 이은 선분 $\overline{OA}$ 의 길이의 최댓값은?

- ① 2 ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ 4 ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ 8

해설

이때, 원점과 점 A 를 이은 선분 $\overline{OA}$ 의 길이가 최대일때는 점 A 가 $(-8, 0)$ 일 때 이다.
따라서 선분 $\overline{OA}$ 의 길이의 최댓값은 8 이다.

