1. 두 점 $(8, 5)$, $(3,\ -7)$ 사이의 거리를 구하면?

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

$\sqrt{(3-8)^2+(-7-5)^2}=\sqrt{169}=13$

2. 두 점 $\mathrm{A}(1,\ -3)$, $\mathrm{B}(3,\ 7)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}$를 $2:3$으로 내분하는 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$와 $2:3$으로 외분하는 점 $\mathrm{Q}(c,\ d)$에 대하여 $a+b+c+d$의 값은?

① $-\dfrac{134}{5}$ ② $-\dfrac{116}{5}$ ③ $\dfrac{134}{5}$ ④ $\dfrac{116}{5}$ ⑤ 20

해설

$$\mathrm{P}(a,\ b)=\left(\frac{2\times3+3\times1}{2+3},\ \frac{2\times7+3\times(-3)}{2+3}\right)$$

$$=\left(\frac{9}{5},\ 1\right)$$

$$\mathrm{Q}(c,\ d)=\left(\frac{2\times3-3\times1}{2-3},\ \frac{2\times7-3\times(-3)}{2-3}\right)$$

$$=(-3,\ -23)$$

$$\therefore\ a+b+c+d=\frac{9}{5}+1-3-23$$

$$=-\frac{116}{5}$$

3. 세 점 $A(2,\ a)$, $B(3,\ 4)$, $C(b,\ -2)$를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(1,\ 2)$일 때, $a-b$는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

세 점 $A(2,\ a)$, $B(3,\ 4)$, $C(b,\ -2)$를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표가 $(1,\ 2)$이므로,

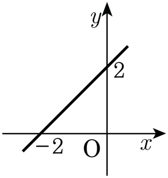
$\dfrac{2+3+b}{3}=1$에서 $b=-2$

$\dfrac{a+4-2}{3}=2$에서 $a=4$

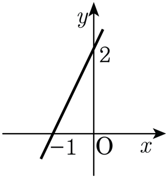
$\therefore\ a-b=6$

4. 다음 중 직선 $y = 2(x+1)$ 을 나타내는 그래프는?

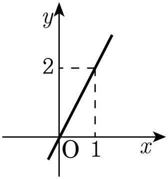
①



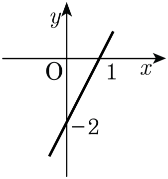
②



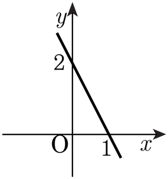
③



④



⑤



해설

$y = 2(x+1) = 2x + 2$ 이므로, 기울기가 2 이고,
y 절편이 2 인 그래프는 ②번이다.

5. x축의 양의 방향과 $60°$의 각을 이루고, 점 $(2,\ 3)$을 지나는 직선의 y 절편은?

① $3-2\sqrt{3}$ ② $3+2\sqrt{3}$ ③ $-3-2\sqrt{3}$

④ $-3+3\sqrt{3}$ ⑤ $3-3\sqrt{3}$

해설

x축과 $60°$의 각을 이루므로

기울기는 $\tan 60° = \sqrt{3}$

$\therefore y-3 = \sqrt{3}(x-2)$

$\therefore y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} + 3$

6. 방정식 $x-3y+6=0$ 이 나타나는 직선의 기울기와 y 절편을 차례대로 구하면?

① $\frac{1}{3}$, -2　② $\frac{1}{3}$, 2　③ $-\frac{1}{3}$, 2

④ 3, -2　⑤ -3, 2

해설

$x-3y+6=0$ 을 y 에 대하여 풀면

$3y=x+6$, $y=\frac{1}{3}x+2$

$\therefore$ 기울기 : $\frac{1}{3}$, y 절편 : 2

7. 두 점 $(1,\ -2)$, $(3,\ 6)$을 지나는 직선의 방정식을 $y = ax + b$라 할 때, $a - b$의 값은?

① 1　　② 4　　③ 7　　④ 10　　⑤ 13

해설

두 점 $(1, -2)$, $(3, 6)$을 지나는 직선의 방정식은

$$y + 2 = \frac{6+2}{3-1}(x-1)$$

$$y + 2 = 4(x-1)$$

$$\therefore y = 4x - 6$$

즉, $a = 4,\ b = -6$

$$\therefore a - b = 4 - (-6) = 10$$

8. 두 점 A(–1, 5), B(3, – 3)을 지나는 직선의 x절편은 (   )이고, y 절편은 (   )이다. 위의 (   )안에 알맞는 값을 모두 더하면?

① $\frac{9}{2}$ ② 4 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

두 점 A(–1, 5), B(3, –3)을 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{-3-5}{3-(-1)}(x+1)+5 = -2x+3$$

따라서, 직선 $y = -2x+3$ 의 x 절편과 y 절편을 각각 구하면,

$y = 0$ 일 때 $x = \frac{3}{2}$,

$x = 0$ 일 때 $y = 3$

따라서, (   )안에 알맞는 값을 모두 더하면

$$\therefore \frac{3}{2}+3 = \frac{9}{2}$$

9. 점 $(2,-4)$ 를 지나고 직선 $x-2y-4=0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $y=2x-1$　② $y=-2x+1$　③ $y=-x+2$

④ $y=x-2$　⑤ $y=-2x$

해설

$2y=x-4 \Rightarrow y=\frac{1}{2}x-2$

따라서 구하는 직선의 방정식의

기울기는 -2 이고 점 $(2,\ -4)$ 를 지나므로

$y+4=-2(x-2)$, $y=-2x$

10. 세 직선 $l : y = -2x+3, m : 4x-2y+1=0, n : x-2y+3=0$에 대하여 다음 보기 중 옳은 것은?

보기

ㄱ $l // m$　　ㄴ $m \perp n$　　ㄷ $l \perp n$

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄷ

④ ㄱ.ㄴ　　⑤ ㄱ.ㄴ.ㄷ

해설

$l : y = -2x+3,\ m : 4x-2y+1=0 \Leftrightarrow y = 2x + \frac{1}{2}$

$n : x-2y+3=0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$에서

두 직선 l과 n의 기울기의 곱이

$(-2) \times \frac{1}{2} = -1$이므로

l과 n은 서로 수직이다.

즉, $l \perp n$ 한편, 기울기가 같은 직선은

없으므로 서로 평행한 직선은 없다.

따라서 옳은 것은 ㄷ뿐이다

11. 점 $(4,\ 3)$과 직선 $5x-12y+3=0$ 사이의 거리를 d_1, 점 $(4,\ 3)$과 직선 $12x+5y-50=0$ 사이의 거리를 d_2라고 할 때, d_1과 d_2 사이의 관계는?

① $d_1=d_2$　② $d_1=d_2+1$　③ $d_1+1=d_2$

④ $d_1=d_2+2$　⑤ $d_1+2=d_2$

해설

$$d_1=\frac{|5\cdot4-12\cdot3+3|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=\frac{|-13|}{\sqrt{169}}=1$$

$$d_2=\frac{|12\cdot4+5\cdot3-50|}{\sqrt{12^2+5^2}}=\frac{|13|}{\sqrt{169}}=1$$

따라서 $d_1=d_2$

12. 두 점 $\mathrm{A}(-3,-2)$, $\mathrm{B}(1,1)$로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식을 구하면?

① $x+2y+3=0$

② $2x+y+3=0$

③ $4x-6y+15=0$

④ $4x+6y+7=0$

⑤ $8x+6y+11=0$

해설

$\mathrm{P}(x,\ y)$라 하면 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$

즉, $\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{BP}}^2$이므로

$(x+3)^2+(y+2)^2=(x-1)^2+(y-1)^2$

$\therefore\ 8x+6y+11=0$

13. 두 원 $(x-2)^2+y^2=10$, $x^2+y^2+y-5=0$ 의 공통현을 포함하는 직선의 방정식이 $y=ax+b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$(x-2)^2+y^2=10$ 에서

$x^2+y^2-4x-6=0$ 이므로

두 원의 공통현을 포함하는 직선의 방정식은

$x^2+y^2-4x-6-(x^2+y^2+y-5)=0$

$4x+y+1=0, y=-4x-1$

$\therefore a=-4, b=-1$

$\therefore a+b=-4+(-1)=-5$

14. 점 $\mathrm{A}(1, -2)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 점의 좌표는?

① $(2, -1)$ ② $(1,\ 3)$ ③ $(1,\ 2)$
④ $(1, -1)$ ⑤ $(0, -2)$

해설

$\mathrm{A}(1, -2)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이동한 점은 $(-2, 1)$ 이다.
이 점을 x 축의 방향으로 2 만큼,
y 축 의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면
$(0, -2)$가 된다.

15. 다음 보기 중 부등식 $(x+y)(x^2+y^2-4) \le 0$ 이 나타내는 영역에 속하지 <u>않는</u> 점의 개수는?

㉠ $(-3,\ 3)$	㉡ $(-2, -2)$	㉢ $(1,\ 1)$
㉣ $(\sqrt{3},\ 1)$	㉤ $(3, -2)$	

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

각 점을 부등식에 대입해서 부등식이 성립하지 않는 점의 개수를 찾으면 된다.

㉠ $(-3,\ 3)$ 을 $(x+y)(x^2+y^2-4) \le 0$ 에 대입하면, $(-3+3)\left\{(-3)^2+3^2-4\right\}=0 \le 0$

부등식이 성립하므로 점 $(-3, 3)$ 은
주어진 부등식이 나타내는 영역에 속한다.

㉡ $\left\{-2+(-2)\right\}\left\{(-2)^2+(-2)^2-4\right\}=-16 \le 0$

따라서 나타내는 그 영역에 속한다.

㉢ $(1+1)\left(1^2+1^2-4\right)=-4 \le 0$

따라서 점 $(1, 1)$ 은
주어진 부등식이 나타내는 영역에 속한다.

㉣ $(\sqrt{3}+1)\left\{(\sqrt{3})^2+1^2-4\right\}=0 \le 0$

따라서 점 $(\sqrt{3}, 1)$ 은
주어진 부등식이 나타내는 영역에 속한다.

㉤ $\left\{3+(-2)\right\}\left\{3^2+(-2)^2-4\right\}=9>0$

따라서 점 $(3, -2)$ 는
부등식이 성립하지 않으므로 속하지 않는다.

16. 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(a), \mathrm{B}(b)(a > b)$ 사이의 거리 $\overline{\mathrm{AB}}$는 5이고 점 $\mathrm{C}(a+b)$의 좌표를 -1이라 할 때, 점 $\mathrm{D}(a-b)$의 좌표는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$a > b$일때, $\mathrm{A}(a)$, $\mathrm{B}(b)$ 사이의 거리는 $a-b$이므로, $a-b=5$
따라서 $\mathrm{D}(a-b)$의 좌표는 5

17. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $\mathrm{A}(a, 3)$, $\mathrm{B}(-1, -5)$, $\mathrm{C}(3, 7)$ 인 $\triangle\mathrm{ABC}$가 $\angle\mathrm{A}$가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a의 값들의 합은?

① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\angle\mathrm{A}$가 직각이므로
피타고라스의 정리에 의해
$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{CA}}^2 = \overline{\mathrm{BC}}^2 \cdots$ ㉠
이때, 세 점 $\mathrm{A}(a, 3)$, $\mathrm{B}(-1, -5)$, $\mathrm{C}(3, 7)$에 대하여

$\overline{\mathrm{AB}}^2 = (-1-a)^2 + (-5-3)^2 = a^2 + 2a + 65$

$\overline{\mathrm{CA}}^2 = (a-3)^2 + (3-7)^2 = a^2 - 6a + 25$

$\overline{\mathrm{BC}}^2 = (3+1)^2 + (7+5)^2 = 160$ 이므로

㉠에 의해 $2a^2 - 4a + 90 = 160$

$\therefore\ a^2 - 2a - 35 = 0$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a의 값들의 합은 2이다.

18. 두 점 $A(-1,\ 2)$, $B(3,\ 4)$에 대하여 점 P가 x축 위를 움직일 때, $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은?

① $2\sqrt{13}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B′이라 하면 $B'(3,\ -4)$

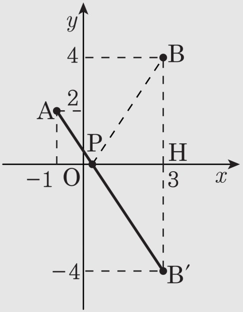
$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최소거리는 $\overline{AP}+\overline{B'P}$의 최소 거리와 같고

세 점 A, P, B′이 직선 위에 있을 때

가장 짧은 $\overline{AB'}$이 최소거리이다.

$\therefore\ \overline{AB'}=\sqrt{(3+1)^2+(-4-2)^2}=2\sqrt{13}$



19. 세 점 $\mathrm{A}(-2,9)$, $\mathrm{B}(3,-1)$, $\mathrm{C}(5,a)$가 일직선 위에 있을 때, 상수 a의 값은 얼마인가?

① -6 ② -5 ③ 2 ④ 9 ⑤ 13

해설

일직선 위에 있으려면 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$의 기울기가 같다.

$\overline{\mathrm{AB}}$ 의 기울기는 $\dfrac{9-(-1)}{-2-3}=-2$ 이고

$\overline{\mathrm{BC}}$ 의 기울기는 $\dfrac{a-(-1)}{5-3}$ 이다.

$\therefore \quad a=-5$

20. 원점을 지나고, 점 $(2,\ 1)$ 에서의 거리가 1 인 직선의 방정식은? (단, x 축은 제외)

① $y=\frac{2}{3}x$ ② $y=-\frac{2}{3}x$ ③ $y=\frac{1}{3}x$
④ $y=-\frac{4}{3}x$ ⑤ $y=\frac{4}{3}x$

해설

원점을 지나는 직선을
$y=kx(k \neq 0)$ 이라 하면,
$(2,\ 1)$ 에서의 거리가 1 이므로

$$\frac{|2k-1|}{\sqrt{k^2+1}}=1,\ |2k-1|=\sqrt{k^2+1},\ k(3k-4)=0$$

$$k=\frac{4}{3}\ (\because k \neq 0)$$

$$\therefore\ y=\frac{4}{3}x$$

21. 원 $x^2+y^2+4x-2y+2=0$과 중심이 같고 점 $(2,\ 3)$을 지나는 원의 넓이는?

① 12π ② 14π ③ 16π ④ 18π ⑤ 20π

해설

$x^2+y^2+4x-2y+2=0$을 변형하면
$(x+2)^2+(y-1)^2=3$이므로
원의 중심의 좌표는 $(-2,\ 1)$
따라서, 중심이 $(-2,\ 1)$이고
반지름의 길이가 r인 원의 방정식은
$(x+2)^2+(y-1)^2=r^2$이고,
이 원이 점 $(2,\ 3)$을 지나므로
$r=\sqrt{(2+2)^2+(3-1)^2}=2\sqrt{5}$
따라서, 이 원의 넓이는 $\pi r^2=20\pi$

22. 두 점 $A(-5,\ 1)$, $B(3,\ 7)$ 을 지름의 양끝으로 하는 원의 중심을 $(a,\ b)$, 반지름의 길이를 r 이라 할 때, $a+b+r$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$A(-5,\ 1)$ $B(3,\ 7)$ 이 지름의 양끝이므로
$\overline{AB}$ 의 중점은 중심의 좌표와 같다.
중점

$$M=\left(\frac{-5+3}{2},\ \frac{1+7}{2}\right)=(-1,\ 4)=(a,\ b)$$

반지름

$$r=\sqrt{(-5+1)^2+(1-4)^2}=\sqrt{25}=5$$

$$\therefore\ a+b+r=-1+4+5=8$$

23. 세 점 $(0,\ 0)$, $(2,\ 0)$, $(1,\ 1)$을 지나는 원의 방정식이 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ (단, $r>0$)라고 할 때, $a+b+r$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

구하는 원의 방정식을
$x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 으로 놓는다.
세 점 $(0,\ 0)$, $(2,\ 0)$, $(1,\ 1)$은
$x^2+y^2+Ax+By+C=0$
위의 점이므로 등식이 성립한다.
따라서 세 점을 대입한 식을 연립시키면
구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-2x=0$ 이다.
$x^2+y^2-2x=0$ 을 정리하면
$(x-1)^2+y^2=1$ 이다.
따라서 $a=1,\ b=0,\ r=1$ 이므로
$a+b+r=2$ 이다.

24. 이차방정식 $x^2+y^2+2ax-4ay+6a^2-a-6=0$ 이 원의 방정식이 될 때 다음 중 a 가 가질 수 없는 정수 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$(x+a)^2+(y-2a)^2=-(a^2-a-6)$
이것이 원을 나타내려면 $-(a^2-a-6)>0$
즉 $a^2-a-6<0$
$\therefore\ -2<a<3$

25. 원 $x^2+y^2-2x-4ay+b=0$ 이 점 $(-3,\ 4)$ 를 지나고, x 축에 접하도록 $a,\ b$ 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$x^2+y^2-2x-4ay+b=0$
이 점 $(-3, 4)$ 를 지나므로
$9+16+6-16a+b=0$
$\therefore\ 16a-b=31\ \cdots\cdots$ ㉠
$x^2+y^2-2x-4ay+b=0$ 은
$(x-1)^2+(y-2a)^2=4a^2-b+1$ 이고
원이 x 축에 접하므로
$2a=\sqrt{4a^2-b+1},\ 4a^2=4a^2-b+1$
$\therefore\ b=1\ \cdots\cdots$ ㉡
㉡을 ㉠에 대입하면 $16a-1=31$
$\therefore\ a=2$　　$\therefore\ a+b=2+1=3$

26. 서로 다른 두 점에서 만나는 두 원 O, O′ 이 있다. 이 두 원의 반지름을 각각 r, r' 이라 하고 두 원의 중심 간의 거리를 d 라 할 때, 이 두 원의 성질을 옳게 나타낸 것은?

① $d > r + r'$

② $d < |r - r'|$

③ 공통외접선은 1개이다.

④ 공통내접선은 2개이다.

⑤ 두 원의 공통현은 1개이다.

해설

① $d < r + r'$
② $d > |r - r'|$
③ 공통외접선은 2개이다.
④ 공통내접선은 없다.

27. 다음 방정식으로 표시되는 그래프는 m 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다.
그 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $a<0, b<0$)

$(x^2+y^2+2x+3y-1)m+(x^2+y^2+2x+2y-3)=0$

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

m 의 값에 관계없이 다음 두 원의 교점을 지난다.
$x^2+y^2+2x+3y-1=0$,
$x^2+y^2+2x+2y-3=0$
연립하여 풀면 $(x, y)=(-3, -2), (1, -2)$
그러므로 $(a, b)=(-3, -2)$

28. 원 $x^2 + y^2 = 10$ 위의 점 $(1, -3)$에서 원에 그은 접선의 x절편은?

① -10 ② $-\frac{10}{3}$ ③ -1 ④ 10 ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

점 $(1, -3)$에서 그은 접선의 방정식은

$1\,x - 3\,y = 10$

x절편은 $y = 0$일 때의 x좌표이므로 $x = 10$

29. $x^2 + y^2 = 9$ 에 접하고 기울기가 2 인 직선의 방정식을 구하면?

① $y = x \pm \sqrt{5}$ ② $y = 2x \pm 3\sqrt{5}$ ③ $y = 4x \pm 2\sqrt{5}$

④ $y = 5x \pm 5\sqrt{5}$ ⑤ $y = x \pm 2\sqrt{5}$

해설

구하는 접선의 방정식은

$y = 2x \pm 3\sqrt{1 + 2^2} \quad \leftarrow \quad m = 2, r = 3$

$\therefore y = 2x \pm 3\sqrt{5}$

30. 방정식 $x^2+y^2-7y=0$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x^2+y^2+x-x+2=0$

② $x^2+y^2-2x-3y+5=0$

③ $x^2+y^2-8x-3y+6=0$

④ $2x^2+y^2-9x+4y+3=0$

⑤ $4x^2+y^2+2x-y+9=0$

해설

$(x-4)^2+(y+2)^2-7(y+2)=0$

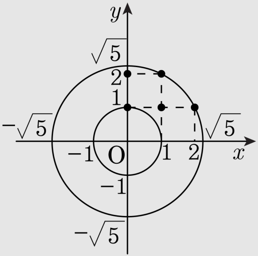
$\therefore x^2+y^2-8x-3y+6=0$

31. 부등식 $1 \le x^2 + y^2 \le 5$ 를 만족하는 정수의 쌍 $(x,\ y)$ 의 개수는?

① 11 개 ② 12 개 ③ 16 개 ④ 20 개 ⑤ 24 개

해설

경계를 포함하여 반지름 1 인 원의 외부와
반지름 $\sqrt{5}$ 인원의 내부 사이에 있는 격자점 ($x,\ y$ 좌표가 모두 정수인점) 의 개수를 헤아려야 한다. 양 축에 대하여 대칭이므로 x 축과 제 1 사분면에있는 부분의 개수만 헤아려서 4 배 하면 된다.



점의 개수는 5 개이므로 구하는 격자점의 개수는 20 개

32. 세 부등식 $x \geq 0, x-2y+2 \leq 0, 2x+y-6 \leq 0$을 동시에 만족하는 영역의 넓이는?

① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

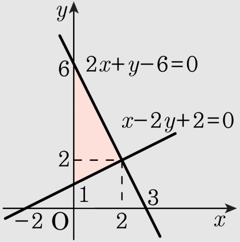
해설

주어진 세 부등식을 동시에 만족하는 영역은 다음 그림의 색칠된 부분이다.

이 때, 두 직선 $x-2y+2=0$, $2x+y-6=0$의 교점은

점 (2, 2)이므로 어두운 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 5\times 2=5$



(단, 경계선 포함)

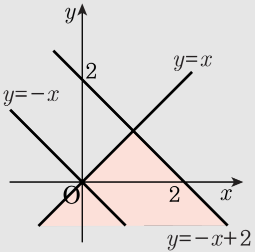
33. 좌표평면에서 연립부등식 $y < x$, $x+y < 2$, $y > ax$의 영역이 삼각형의 내부를 나타내도록 실수 a의 값의 범위를 정하면?

① $-3 < a < -1$　② $-2 < a < 0$　③ $-1 < a < 1$

④ $0 < a < 2$　⑤ $1 < a < 3$

해설

연립부등식 $y < x$, $x+y < 2$의 영역은 다음 그림의 어두운 부분과 같다.



$y > ax$의 영역은 직선 $y = ax$의 위쪽 부분이므로 세 영역으로 둘러싸인 부분이 삼각형의 내부가 되려면 a의 범위는 $-1 < a < 1$이 된다.

34. 세 점 $\mathrm{A}(2,1), \mathrm{B}(-4,3), \mathrm{C}(-1,-3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 외심의 좌표를 (a,b) 라고 할때, $a+b$를 구하면?

① -2　② 3　③ 4　④ -1　⑤ -3

해설

외심은 외접원의 중심이므로 외심을 O라 하면
$\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$ 이다.
$\sqrt{(a-2)^2+(b-1)^2} = \sqrt{(a+4)^2+(b-3)^3}$ 에서 $3a-b = -5 \cdots$ ㉠
$\sqrt{(a-2)^2+(b-1)^2} = \sqrt{(a+1)^2+(b+3)^3}$ 에서 $6a+8b = -5 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡를 연립하면
$a = -\frac{3}{2}$　$b = \frac{1}{2}$
$\therefore$ $a+b = -1$

35. 평행사변형 ABCD에서 $\mathrm{A}(2, 3)$, $\mathrm{B}(-5, 4)$, $\mathrm{C}(-2, 5)$, $\mathrm{D}(a, b)$라 할 때, $a+b$의 값은?

① 5　　② 7　　③ 9　　④ 11　　⑤ 13

해설

$\overline{\mathrm{BA}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로
점 B에서 점 A로의 이동을 생각할 때
x축 방향으로 $+7$, y축 방향으로 -1인 것을
점 C에서 점 D로의 이동에 적용시킬 수 있다

$\therefore\ \mathrm{D}(a,\ b) = (-2+7, 5-1) = (5, 4)$

$\therefore\ a+b = 9$

36. 평행한 두 직선 $x+y-1=0$과 $x+y+3=0$사이의 거리는?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

두 직선은 평행하므로,
직선 $x+y-1=0$ 위의 한 점 $(1,\ 0)$에서
직선 $x+y+3=0$ 에 이르는 거리를 구한다.

$$\therefore\ \frac{|1+0+3|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$$

37. 두 점 $A(0,\ -1)$, $B(0,\ 2)$ 에 이르는 거리의 비가 $1:2$ 인 점 $P(x,\ y)$ 가 나타내는 도형의 길이를 구하면?

① $\frac{\pi}{2}$　② π　③ 2π　④ 4π　⑤ 6π

해설

$\overline{AP}:\overline{BP}=1:2$

$\Rightarrow\ \overline{BP}=2\overline{AP}$

$\Rightarrow\ \overline{BP}^2=4\overline{AP}^2$

$\Rightarrow\ x^2+(y-2)^2=4\left\{x^2+(y+1)^2\right\}$

$\Rightarrow\ x^2+y^2+4y=0$

$\Rightarrow\ x^2+(y+2)^2=4$

반지름이 2 인 원이므로 도형의 길이는 4π

38. 좌표평면 위에 원 $(x+1)^2+(y+2)^2=5$ 이 있다.
이 원 밖의 임의의 한 점에서 두 접선을 그었을 때, 두 접선이 직교하는 점들의 자취방정식의 자취의 길이는?

① π ② 5π ③ $\sqrt{10}\pi$
④ $2\sqrt{10}\pi$ ⑤ 10π

해설

주어진 원은 중심이 $(-1,-2)$ 이고 반지름이 $\sqrt{5}$ 인 원이다.
원 밖의 한 점 $P(a,b)$ 에서 원에 그은 접선이 서로 수직이려면 원의 중심에서 P까지의
거리가 $\sqrt{10}$ 이어야 한다.
따라서 두 접선이 직교하는 접들의 자취의 방정식은 $(x+1)^2+(y+2)^2=10$

39. 두 원 $x^2+y^2=1$, $x^2+y^2-6x+6y=7$ 의 공통현의 길이를 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

두 원의 교점을 P, Q 라 하고 $\overline{PQ}$ 의 중점을 H 라 하면
$\triangle OPH$ 는 직각삼각형이고,
$\overline{OP}$ 의 길이는 원 $x^2+y^2=1$ 의 반지름이므로 1 이다.
두 원의 공통현의 방정식은
$(x^2+y^2-1)-(x^2+y^2-6x+6y-7)=0$,
즉 $x-y+1=0 \quad \cdots\cdots ㉠$
원 $x^2+y^2=1$ 의 중심 $O(0,\ 0)$ 에서
직선 ㉠에 이르는 거리

$$\overline{OH}=\frac{|0-0+1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

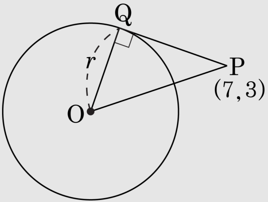
$$\therefore\ \overline{PH}=\sqrt{\overline{OP}^2-\overline{OH}^2}$$
$$=\sqrt{1^2-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore\ \overline{PQ}=2\overline{PH}=\sqrt{2}$$

40. P(7, 3) 에서 $(x-1)^2+(y-1)^2=15$ 에 그은 한 접선의 접점을 Q 라고 할 때, 선분 PQ 의 길이를 구하면?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 20

해설



$$\overline{PQ}^2=\overline{OP}^2-\overline{OQ}^2$$
$$=(6^2+2^2)-15=25$$
$$\therefore\ \overline{PQ}=5$$

41. 다음 중에서 점 $(2, 4)$ 를 지나고, 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하는 직선의 방정식을 <u>모두</u> 고른 것은?

보기

㉠ $x = 2$　　　ㄴ ㉡ $y = 4$

㉢ $3x + 4y + 10 = 0$　　　㉣ $3x - 4y + 10 = 0$

① ㉠　② ㉡　③ ㉠, ㉣　④ ㉡, ㉢　⑤ ㉢, ㉣

해설

접점의 좌표를 (x_1, y_1) 으로 놓으면
접선의 방정식은
$x_1x + y_1y = 4 \cdots\cdots$ ㉠
㉠이 점 $(2, 4)$ 를 지나므로
$2x_1 + 4y_1 = 4$, $x_1 + 2y_1 = 2 \cdots\cdots$ ㉡
또, 접점 (x_1, y_1) 은 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점이므로
$x_1^2 + y_1^2 = 4 \cdots\cdots$ ㉢
㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$x_1 = 2, y_1 = 0$ 또는 $x_1 = -\frac{6}{5}, y_1 = \frac{8}{5}$
이것을 ㉠에 대입하면 구하는 접선의 방정식은
$x = 2$ 또는 $3x - 4y + 10 = 0$

42. 원 $x^2+y^2-8y-9=0$ 위의 점 P에서 직선 $3x-4y-24=0$까지의 거리의 최솟값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x^2+y^2-8y-9=0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2+(y-4)^2=5^2$ 이므로
원의 중심은 $(0,\ 4)$ 이고, 반지름은 5이다.
그런데 중심 $(0,\ 4)$ 에서 직선 $3x-4y-24=0$까지의 거리를 d 라 하면

$$d=\frac{|3\cdot 0-4\cdot 4-24|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{40}{5}=8$$

따라서 구하는 최소거리는
$d-$(원의 반지름)$=8-5=3$

43. 두 실수 x, y 가 부등식 $(x-1)^2+y^2 \le 2$ 를 만족할 때, $x-2y$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① $-2\sqrt{10}$　② -2　③ 0

④ 2　⑤ $2\sqrt{10}$

해설

$x-2y=k$ 라 놓으면, 점과 직선사이의 거리공식에 의해

$\dfrac{|1-k|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \sqrt{2}$ 일 때 k는 최댓값과 최솟값을 갖는다.

$\therefore\ k = 1 \pm \sqrt{10}$

따라서 최댓값은 $\sqrt{10}+1$ 최솟값은 $1-\sqrt{10}$

최솟값과 최댓값의 합은 2

44. $\triangle ABC$ 의 무게중심이 G(1, 4) 이고, 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점이 각각 $(-1\ ,6\ )$, $(a\ ,b\ )$,$(3\ ,4\ )$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$\triangle ABC$ 의 무게중심 G 는
세변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게중심과 일치한다.

따라서 $\dfrac{-1+a+3}{3}=1$, $\dfrac{6+b+4}{3}=4$ 이므로

$a=1$, $b=2$ 이고, $\therefore\ a+b=3$

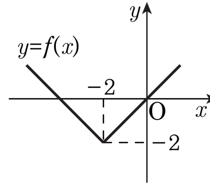
45. $(x-1)^2+(y+2)^2=4$인 원을 x축 방향으로 a만큼 y축 방향으로 b만큼 평행이동 하면, 처음 원과 외접한다고 할 때, a, b사이의 관계식은?

① $a^2+b^2=1$　② $a^2+b^2=4$　③ $a^2+b^2=9$
④ $a^2+b^2=16$　⑤ $a^2+b^2=25$

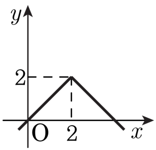
해설

$(x-1)^2+(y+2)^2=4 \ \cdots$ ㉠
원 ㉠을 x축의 방향으로 a만큼,
y 의 방향으로 b만큼 평행이동하면
$\{(x-a)-1\}^2+\{(y-b)+2\}^2=4$
$\{x-(a+1)\}^2+\{y-(b-2)\}^2=4 \ \cdots$ ㉡
원 ㉠과 원 ㉡이 외접하므로 중심거리 d와 두 원 ㉠, ㉡의 반지름의 길이의 합이 서로 같아야 한다.
$\therefore \ d=\sqrt{(a+1-1)^2+(b-2+2)^2}$
$=\sqrt{a^2+b^2}=2+2=4$
$\therefore \ a^2+b^2=16$

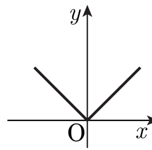
46. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



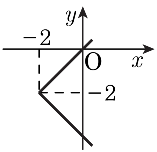
①



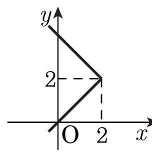
②



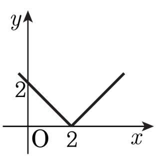
③



④



⑤



해설

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를 y 축에 대칭시킨 후 y 축으로 2 만큼 평행 이동 한 것이다.

47. 좌표평면 위의 두 점 $A(5,1)$, $B(8,5)$ 와 y 축 위의 점 C 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이의 최솟값이 $5+\sqrt{a}$ 일 때, a 의 값은?

① 180　② 185　③ 190　④ 195　⑤ 200

해설

점 $A(5,1)$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라하면 $A'(-5,1)$

또, 다음 그림에서 $\overline{AC}=\overline{A'C}$ 이므로

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

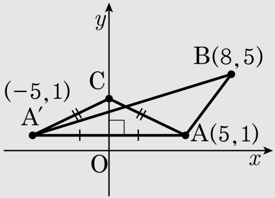
$=\sqrt{(8-5)^2+(5-1)^2}+\overline{BC}+\overline{A'C}$

$\geq 5+\overline{A'B}$

$=5+\sqrt{\{8-(-5)\}^2+(5-1)^2}$

$=5+\sqrt{185}$

$\therefore a=185$



48. 다음 세 식을 동시에 만족하는 정수의 순서쌍의 개수를 구하면?

> $A : [\sqrt{x^2+y^2}] = 2$, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수
> $B : x^2 = y^2$
> $C : xy > 0$이고 x, y는 정수

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

A : $2 \le \sqrt{x^2+y^2} < 3$

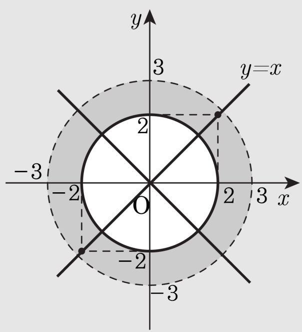
$\therefore 4 \le x^2 + y^2 < 9$

B : $x = y$ 또는 $x = -y$

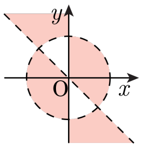
C : 1, 3 사분면의 격자점 (x, y 좌표가 모두 정수인 점)

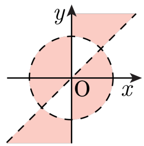
그림에서와 같이 세 식을 동시에 만족하는 점은

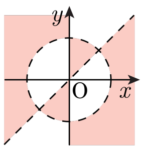
$(2,\ 2)$, $(-2, -2)$ 의 2쌍

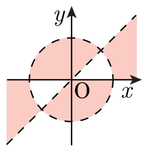


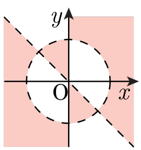
49. 부등식 $x(x+y)(x^2+y^2-4)>0$ 를 만족하는 영역을 좌표평면 위에 나타내면? (단, 경계선 제외)

①


②


③


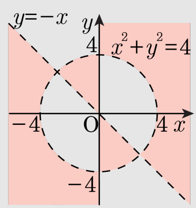
④


⑤


해설

$x=0$, $x+y=0$, $x^2+y^2=4$ 의 그래프를 모두 그리고 각각의 영역의 경계선 위에 있지 않은 한 점 $(5,\ 0)$ 을 부등식에 대입하면 $5\cdot(5+0)\cdot(5^2+0^2+4)>0$ 으로 부등식을 만족한다.

따라서 그림과 같이 점 $(5,\ 0)$ 을 포함하는 영역과 이 영역과 인접하지 않은 영역이 부등식을 만족한다.



50. 연립부등식 $x \le 0$, $y \ge 0$, $4 \le -x + 2y \le 8$ 을 만족하는 점 $\mathrm{A}(x, y)$ 에 대하여 원점 $\mathrm{O}(0, 0)$ 과 점 A 를 이은 선분 $\overline{\mathrm{OA}}$ 의 길이의 최댓값은?

① 2 ② $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ 4 ④ $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ 8

해설

이때, 원점과 점 A 를 이은 선분 $\overline{\mathrm{OA}}$ 의 길이가 최대일때는 점 A 가 $(-8, 0)$ 일 때 이다.
따라서 선분 $\overline{\mathrm{OA}}$ 의 길이의 최댓값은 8 이다.