

1. 실수 x 에 대하여 $|x-2|^2 - |3-x|^2 - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$ 을 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -5

② $2x-4$

③ $2x$

④ $2x-5$

⑤ 0

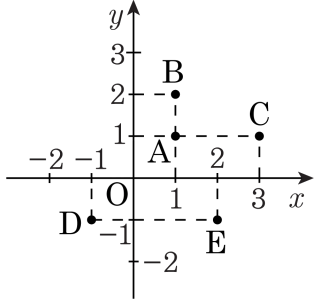
해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-2)^2 - (3-x)^2 - 3i + 4i \\ &= 2x-5+i\end{aligned}$$

$$\therefore a = 2x-5, b = 1$$

$$\therefore a+b = 2x-4$$

2. $z = a + bi$ 에서 실수 부분은 x 좌표, 허수 부분은 y 좌표라 하고, 좌표평면 위에 복소수를 순서쌍으로 표시한다고 하자. $\frac{1+2i}{i}$ 를 좌표평면에 표시하였을 때의 점을 고르면?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$\frac{1+2i}{i} = \frac{(1+2i)i}{i \cdot i} = \frac{i-2}{-1} = 2-i$ 이므로
좌표를 (실수부, 허수부) 라 하면 (2, -1) 이므로
주어진 좌표는 E 이다.

3. $\frac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\frac{3}{8} + \frac{13}{8}i$

④ $\frac{3}{8} - \frac{13}{8}i$

② $\frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$

⑤ $\frac{4}{9} + \frac{11}{9}i$

③ $\frac{3}{10} - \frac{11}{10}i$

해설

$$\frac{2+3i}{3-i} = \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = \frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$$

4. $x = 1 - \sqrt{3}i$ 일 때, $x^2 - 2x + 1$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x = 1 - \sqrt{3}i$ 에서
 $x - 1 = -\sqrt{3}i$ 의 양변을 제곱하면
 $(x - 1)^2 = (-\sqrt{3}i)^2$
 $x^2 - 2x = -4$ 이므로
 $x^2 - 2x + 1 = -4 + 1 = -3$

5. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은?
(단, m 은 상수)

① 3

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3, 1$

따라서, 다른 근은 -3

6. 이차방정식 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 이 중근을 가지도록 하는 상수 k 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

$$x^2 - 2x + (k + 2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (k + 2) = 0$$

$$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

7. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $k < -2$

② $-1 < k < 0$

③ $-1 < k < 4$

④ $k < 5$

⑤ $0 < k < 5$

해설

$x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = 9 - 2k + 1 > 0 \quad \therefore 2k < 10 \quad \therefore k < 5$$

8. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 은?

① -9

② -2

③ 0

④ 5

⑤ 13

해설

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 4 = 5$$

9. 이차함수 $y = -2 + 3x - x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① $-\frac{23}{4}$ ② $-\frac{16}{3}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

해설

$y = -(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{4}$ 이므로

$x = \frac{3}{2}$ 가 x 의 값의 범위 $-1 \leq x \leq 2$ 에 포함되므로

$x = \frac{3}{2}$ 에서 최솟값 $\frac{1}{4}$ 를 갖고,

$x = -1$ 에서 최댓값 -6 을 갖는다.

따라서 최솟값과 최댓값의 합은 $-\frac{23}{4}$ 이다.

10. 실수 a, b 에 대하여 $a > b$ 일 때, 다음 <보기> 중 항상 성립하는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $|a| > |b|$

㉡ $a^3 > b^3$

㉢ $a^2 > b^2$

㉣ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $a > 0 > b$ 인 경우에는 b 의 절댓값이 더 클 수도 있다.

㉢ ㉠과 같은 맥락에서 생각해 볼 수 있다.

㉣ 역시 $a > 0 > b$ 인 경우 역수를 취하여도 부등호 방향은 변하지 않는다.

11. $-1 < x \leq 2$, $1 < y \leq 3$ 일 때, $a < x - y < b$ 를 계산하여 $b - a$ 의 값을 구하면?

① -14

② 1

③ 3

④ 5

⑤ -5

해설

$-1 < x \leq 2$, $1 < y \leq 3$ 에서
 $x - y$ 의 가장 작은 값은 $-1 - 3 = -4$
가장 큰 값은 $2 - 1 = 1$
 $\therefore -4 < x - y < 1$ 이므로 $a = -4$, $b = 1$
 $b - a = 1 + 4 = 5$

12. 부등식 $ax + 1 \geq 2x + 5$ 의 해가 $x \geq 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

$ax + 1 \geq 2x + 5$ 에서 $(a - 2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가 $x \geq 2$ 이므로

$a - 2 > 0$

$x \geq \frac{4}{a - 2}$ 이므로 $\frac{4}{a - 2} = 2, a - 2 = 2$

$\therefore a = 4$

13. 부등식 $|x - 1| + |x + 2| < 9$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

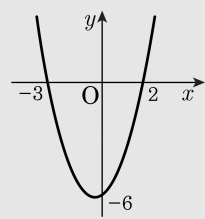
해설

(i) $x < -2$ 일 때
 $-(x - 1) - (x + 2) < 9$
 $-x + 1 - x - 2 < 9, x > -5$
 $\therefore -5 < x < 2$
(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때
 $-(x + 1) + x + 2 < 9, -x + 1 + x + 2 < 9$
 $0 \cdot x < 6$ 이므로 $-2 \leq x < 1$ 인 범위의 모든 x 는 주어진 부등식의 해가 된다.
 $\therefore -2 \leq x < 1$
(iii) $x \geq 1$ 일 때,
 $(x - 1) + (x + 2) < 9, x < 4$
 $\therefore 1 \leq x < 4$
(i), (ii), (iii)에서 해는 $-5 < x < 4$
따라서 정수는 8개

14. 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2 + x - 6 > 0$ 을 풀면?

- ① $x < -3$ 또는 $x > 2$ ② $x < -2$ 또는 $x > 3$
③ $x < -1$ 또는 $x > 4$ ④ $x < 0$ 또는 $x > 5$
⑤ $x < 1$ 또는 $x > 6$

해설



이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x + 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해는 $x < -3$ 또는 $x > 2$

15. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 \\ 2x^2 - 9x - 18 \leq 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해의 개수는?

- ① 7 개 ② 8 개 ③ 9 개 ④ 10 개 ⑤ 11 개

해설

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 > 0 & \cdots (가) \\ 2x^2 - 9x - 18 \leq 0 & \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x-1)^2 > 0$

$\therefore x \neq 1$ 인 모든 실수

(나)에서 $(2x+3)(x-6) \leq 0$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq 6$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-\frac{3}{2} \leq x \leq 6, x \neq 1$$

이 범위를 만족하는 정수는

-1, 0, 2, 3, 4, 5, 6 이다.

16. $i(x+2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$\begin{aligned} i(x+2i)^2 &= i(x^2 + 4ix - 4) = x^2i - 4x - 4i \\ &= -4x + (x^2 - 4)i \end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

17. $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2, -\sqrt{2}, 2i, -2i,$
 $3i, -3i, 1-i, 1+i$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$

의 꼴이 되어야 한다.

$\therefore 2i, -2i, 3i, -3i$ 4개,

$2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로

$(\text{실수})^2 \geq 0, (1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

18. $(1+i)^{10}$ 의 값은?

① $10-i$

② $4i$

③ $8i$

④ $16i$

⑤ $32i$

해설

$$\begin{aligned}(1+i)^{10} &= \{(1+i)^2\}^5 = (1+2i+i^2)^5 \\ &= (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i\end{aligned}$$

19. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -\sqrt{2}$

② $x = \sqrt{2}$

③ $x = 0$

④ $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

20. 이차함수 $y = x^2 + (k - 3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$

② $-1 < k < 8$

③ $0 < k < 9$

④ $1 < k < 9$

⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
 x 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k - 3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
 $D = (k - 3)^2 - 4k < 0$
 $k^2 - 10k + 9 < 0, (k - 1)(k - 9) < 0$
 $\therefore 1 < k < 9$

21. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

- ① $m < -1, m > 3$ ② $m < 1, m > 5$ ③ $-1 < m < 3$
④ $-1 < m < 5$ ⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면
 $x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$
 $m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$
 $\therefore m < 1, m > 5$

22. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14

② -12

③ -10

④ -8

⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x - 2)^2 + k + 4$ 이므로

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.

따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $y = -(x - 2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

23. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 의 근이 아닌 것은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

대입하여 성립하는 수들을 찾아내어 조립제법으로 인수분해를 하면

$$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$$

$$(x-1)(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) = 0$$

$$(x-1)(x-2)(x^2 + 4x + 3) = 0$$

$$(x-1)(x-2)(x+3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -3, -1, 1 \text{ 또는 } 2$$

24. 사차방정식 $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 치환하면
 $t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$
 $\therefore t = -5$ 또는 $t = 2$
 $\therefore x = \pm\sqrt{5}i$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$
따라서 모든 실근의 곱은
 $\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$

25. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

26. 다음 연립방정식을 만족하는 (x, y, z) 가 바르게 짝지어진 것은?

$$3x - y = y + z = 3x - z = 1$$

- ① $(1, 1, 1)$

② $(-1, 1, 2)$

③ $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
- ④ $\left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$

⑤ $\left(0, \frac{1}{2}, 1\right)$

해설

$$3x - y = 1, \ y + z = 1, \ 3x - z = 1$$

변변끼리 모두 더하면, $6x = 3, \ x = \frac{1}{2}$

각각 대입하면, $y = \frac{1}{2}, \ z = \frac{1}{2}$

$\therefore (x, y, z) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

27. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=6 \\ z+x=7 \end{cases}$ 을 풀면?

① $x=2, y=3, z=4$

② $x=2, y=3, z=-4$

③ $x=2, y=3, z=5$

④ $x=2, y=-3, z=4$

⑤ $x=3, y=2, z=4$

해설

주어진 식을 모두 더하면

$$2(x+y+z) = 18, \quad x+y+z = 9 \quad \cdots \textcircled{1}$$

다시 주어진 식에 $\textcircled{1}$ 을 각각 대입한다.

$$\Rightarrow \quad x=3, \quad y=2, \quad z=4$$

28. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 의 해를 순서쌍 (x, y) 으로 나타내면?

① $(2, 1)$

② $(\sqrt{2} + 1, \sqrt{2})$

③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

④ $(\sqrt{3}, 1)$

⑤ $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \cdots \textcircled{1} \\ x - y = 1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②을 $y = x - 1$ 로 변형하여

①에 대입하면

$$x^2 - (x - 1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2$$

$$2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$$

29. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

30. x 에 대한 부등식 $x+2 \leq ax+3$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x+2 \leq ax+3$ 에서 $(1-a)x \leq 1$ 이 부등식의 해가 모든 실수이고
우변이 양수이므로 x 의 계수는 0이어야 한다.

$$1-a=0$$

$$\therefore a=1$$

31. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

32. $x^2 - 2ax + 2a + 3 < 3$ 을 만족하는 x 가 없도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 1개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 9개

해설

$x^2 - 2ax + 2a + 3 < 0$ 의 해가 존재하지 않으려면

모든 실수 x 에 대하여

$x^2 - 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = a^2 - (2a + 3) \leq 0, (a - 3)(a + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

따라서, 구하는 정수 a 의 개수는

-1, 0, 1, 2, 3의 5개이다.

33. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx - a > 0$ 을 만족하는 한 자리의 자연수 x 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 9개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로 $a < 0$
해가 $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1) < 0$,
즉 $x^2 + x - 2 < 0$ 양변에 a 를 곱하면
 $ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이
 $ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로
 $b = a, c = -2a \cdots (가)$
(가)를 $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면
 $-2ax^2 - ax - a > 0, 2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$
이 때 방정식 $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식
 $D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로
 $2x^2 + x + 1 > 0$ 은
모든 실수 x 에 대하여 성립한다.
따라서 주어진 부등식을 만족하는
한자리의 자연수는 $1, 2, 3, \dots, 9$ 의 9개이다.

34. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 4x + ka - 2k + b = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 중근을 가지도록 실수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

중근을 가지려면 판별식은 0이다.

$$D' = 2^2 - (ka - 2k + b) = 0$$

$$\Rightarrow (2 - a)k + 4 - b = 0$$

모든 k 에 대하여 성립하려면

$$a = 2, b = 4$$

$$\therefore a + b = 6$$

35. 이차방정식 $x^2 + 4x + a = 0$ 의 한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 일 때, ab 의 값은?
(단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

- ① -14 ② -13 ③ -12 ④ -11 ⑤ -10

해설

한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 이면 다른 한 근은 $b - \sqrt{2}i$ 이다.

근과 계수와의 관계를 이용하면

$$2b = -4, \quad b^2 + 2 = a$$

$$\therefore a = 6, \quad b = -2, \quad ab = -12$$

36. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + 12$ 의 그래프와 직선 $y = 5x + b$ 가 두 점 P, Q에서 만난다. 선분 PQ의 중점의 좌표가 (3, 17)일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

두 점 P, Q의 x 좌표를 각각 α, β 라고 하면
 α, β 는 이차방정식 $2x^2 + ax + 12 = 5x + b$ 의 두 실근이다.
 $2x^2 + (a-5)x + 12-b = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha + \beta = -\frac{a-5}{2} \dots\dots \text{㉠}$
또, 선분 PQ의 중점의 x 좌표가 3이므로
 $\frac{\alpha + \beta}{2} = 3$ 에서 $\alpha + \beta = 6 \dots\dots \text{㉡}$
㉠, ㉡에서 $-\frac{a-5}{2} = 6$
 $\therefore a = -7$
또, 점 (3, 17)은 직선 $y = 5x + b$ 위의 점이므로 $17 = 5 \cdot 3 + b \therefore b = 2$
 $\therefore a + b = -7 + 2 = -5$

37. 방정식 $(x^2 + x + 2)^2 = x^2 + x + 4$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$(x^2 + x + 2)^2 = x^2 + x + 4$ 에서

$x^2 + x + 2 = A$ 라 하면

$A^2 = A + 2,$

$A^2 - A - 2 = 0, (A + 1)(A - 2) = 0$

$\therefore A = -1$ 또는 $A = 2$

(i) $x^2 + x + 2 = -1$ 일 때, $x^2 + x + 3 = 0$

(ii) $x^2 + x + 2 = 2$ 일 때, $x^2 + x = 0$

(i), (ii)에서 α, β 는 허근이므로 $x^2 + x + 3 = 0$ 의 근이 된다.

따라서, $\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = 3$ 이므로

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-1)^2 - 2 \times 3 = -5$

38. x 의 삼차방정식 $x^3 + px^2 + qx - 105 = 0$ 의 세 근이 모두 2보다 큰 정수일 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① 56 ② 21 ③ 10 ④ -10 ⑤ -21

해설

세 근을 α, β, γ 라 하면 근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta + \gamma = -p, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = q, \alpha\beta\gamma = 105$$

$$\text{마지막 식에서 } \alpha\beta\gamma = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$\therefore$ 세 근은 3, 5, 7 이다.

$$\therefore p = -(3 + 5 + 7) = -15,$$

$$q = 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + 7 \cdot 3 = 15 + 35 + 21 = 71$$

$$\therefore p + q = 56$$

39. 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 3 = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}i$ 일 때, 두 실수 a, b 의 곱 ab 는? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 10
- ② 5
- ③ 0
- ④ -10
- ⑤ -15

해설

계수가 실수이므로 주어진 방정식의 다른 허근은 $1 - \sqrt{2}i$ 이다.
이때, 또 다른 한 근을 α 라고 하면 삼차방정식의 근과 계수와의
관계에서
 $(1 - \sqrt{2}i)(1 + \sqrt{2}i)\alpha = 3 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $(1 - \sqrt{2}i) + (1 + \sqrt{2}i) + \alpha = -a \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $(1 - \sqrt{2}i)(1 + \sqrt{2}i) + (1 - \sqrt{2}i)\alpha + (1 + \sqrt{2}i)\alpha = b \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $3\alpha = 3$
 $\therefore \alpha = 1$
 $\textcircled{㉡}$ 에서 $2 + \alpha = -a$
 $\therefore a = -3$
 $\textcircled{㉢}$ 에서 $3 + 2\alpha = b$
 $\therefore b = 5$
따라서 $ab = -15$

40. 어떤 시험에서 다음과 같이 두 가지의 채점 기준 및 각 문항당 배점이 주어졌다고 한다. 철수의 점수는 채점 기준 (1)에 의하면 84점이고, 채점기준 (2)에 의하면 66점이다. 이 때, 무응답으로 남겨둔 문항수는?

	문항수	문항당 배점		
		정답	오답	무응답
채점기준(1)	30	5	-2	1
채점기준(2)	30	4	-1	0

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 18

해설

철수의 답안지에서 정답인 문항수를 x , 오답인 문항수를 y , 무응답인 문항수를 z 라 하자.

총 문항수가 30이므로 $x + y + z = 30$ ㉠

채점기준 (1)에 의한 점수는

$$5x - 2y + z = 84 \quad \text{.....㉡}$$

채점기준 (2)에 의한 점수는

$$4x - y = 66 \quad \text{.....㉢}$$

$$\text{㉡} - \text{㉠에서 } 4x - 3y = 54 \quad \text{.....㉣}$$

$$\text{㉢} - \text{㉣에서 } 2y = 12$$

$$\therefore y = 6$$

$$y = 6 \text{을 } \text{㉢에 대입하면 } x = 18$$

$$\text{이것을 } \text{㉠에 대입하면 } z = 6$$

따라서 무응답인 문항수는 6

41. 두 이차방정식 $ax^2 + 4x + 2 = 0$, $x^2 + ax + 1 = 0$ 이 오직 하나의 공통근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{5}{7}$

해설

공통근을 t 라 하면

$$at^2 + 4t + 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$t^2 + at + 1 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times 2 : (a-2)t^2 + (4-2a)t = 0$$

$$(a-2)t(t-2) = 0$$

이때, $a=2$ 이면 두 방정식은 서로 같으므로 $a \neq 2$

그런데 $t=0$ 이면 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 의 해가 존재하지 않으므로 $t=2$

따라서 $\textcircled{2}$ 에서 $2a+5=0$

$$\therefore a = -\frac{5}{2}$$

42. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수 $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m < 3$

② $-3 < m < 1$

③ $-1 < m < 3$

④ $m < -1$ 또는 $m > 1$

⑤ $m < -1$ 또는 $m > 3$

해설

$$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1 \text{ 에서}$$

$$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$$

이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차

방정식 $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0 \text{ 에서}$$

$$(m+1)(m-3) < 0$$

$$\therefore -1 < m < 3$$

43. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ x^2 \geq 2 - x \end{cases}$ 의 해와 부등식 $ax^2 + 2bx - (a + 2b) \geq 0$

의 해가 일치할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \cdots (가) \\ x^2 \geq 2 - x \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $x(x - 3) \leq 0 \quad \therefore 0 \leq x \leq 3$

(나)에서

$$x^2 + x - 2 \geq 0, \quad (x + 2)(x - 1) \geq 0$$

$\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 1$

따라서 (가)와 (나)의 공통 범위를 구하면

$$1 \leq x \leq 3$$

해가 $1 \leq x \leq 3$ 이고 이차항의 계수가

$a(a < 0)$ 인 부등식은

$$a(x - 1)(x - 3) \geq 0$$

$$ax^2 - 4ax + 3a \geq 0$$

$$\therefore -4a = 2b, \quad 3a = -(a + 2b)$$

$$-4a = 2b \text{에서} \quad b = -2a$$

$$\frac{b}{a} = \frac{-2a}{a} = -2$$

44. 복소수 $z = a + bi$ (a, b : 실수)에 대하여 $\langle z \rangle = b + ai$ 로 나타낸다.

$z = \frac{4+3i}{5}$ 일 때, $5z^5 \langle z \rangle^4$ 의 값을 구하면?

① $3 + 4i$

② $4 + 3i$

③ $5 + 4i$

④ $5 + 3i$

⑤ $4 + 5i$

해설

$$z \langle z \rangle = (a + bi)(b + ai) = (a^2 + b^2)i$$

$$z = \frac{4+3i}{5} \text{ 이므로}$$

$$z \langle z \rangle = \left\{ \left(\frac{4}{5} \right)^2 + \left(\frac{3}{5} \right)^2 \right\} i = i$$

$$\begin{aligned} \therefore 5z^5 \langle z \rangle^4 &= 5z(z \langle z \rangle)^4 \\ &= 5 \left(\frac{4+3i}{5} \right) (i)^4 \\ &= 4 + 3i \end{aligned}$$

45. $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 은 1 또는 -1 의 값을 갖고 $a_1 a_2 \dots a_{10} = 1$ 일 때, $\sqrt{a_1} \sqrt{a_2} \dots \sqrt{a_{10}}$ 의 값이 될 수 있는 수를 다음 <보기>에서 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

㉠ 1

㉡ -1

㉢ i

㉣ $-i$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$a_1 a_2 \dots a_{10} = 1$ 이면 $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 중에서 -1 이 되는 수는 짝수(0 포함)개 있다.

i) -1 이 $4k + 2$ ($k = 0, 1, 2$) 개 있을 때

$$\begin{aligned} & \sqrt{a_1} \sqrt{a_2} \dots \sqrt{a_{10}} \\ &= \sqrt{a_1 a_2 \dots a_{10}} i^{4k+2} = \sqrt{1} \cdot i^2 = -1 \end{aligned}$$

ii) -1 이 $4k$ ($k = 0, 1, 2$) 개 있을 때

$$\begin{aligned} & \sqrt{a_1} \sqrt{a_2} \dots \sqrt{a_{10}} \\ &= \sqrt{a_1 a_2 \dots a_{10}} i^{4k} \\ &= 1 \end{aligned}$$

i), ii) 에서 ㉠, ㉡ 만이 옳다.

46. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $(a+b)x^2 + 2cx + a - b$ 는 x 의 완전제곱식이다. 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 정삼각형 ② $a = b$ 인 이등변삼각형
③ $b = c$ 인 이등변삼각형 ④ a 가 빗변인 직각삼각형
⑤ c 가 빗변인 직각삼각형

해설

a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이므로

$$a > 0, \quad b > 0, \quad c > 0$$

따라서, $a + b > 0$ 이므로 준식은 이차식이다.

준식이 완전제곱식이 되려면

$$\frac{D}{4} = c^2 - (a+b)(a-b) = 0$$

정리하면, $c^2 - a^2 + b^2 = 0$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

따라서 a 가 빈번의 직각삼각형

47. 이차방정식 $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ 의 한 근을 $\frac{1}{(1+i)^2}$ 이라 할 때,
 $f(2x+3) = 0$ 의 두 근의 합은? (단, a, b, c 는 실수)

① -5

② -3

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\frac{1}{(1+i)^2} = \frac{1}{1+2i-1} = \frac{1}{2i} = -\frac{1}{2}i$$

$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ 의 한 근이 $-\frac{1}{2}i$ 이면

a, b, c 가 실수이므로 다른 한 근은 $\frac{1}{2}i$

$\therefore f(x) = 0$ 의 두 근의 합은 0

$f(2x+3) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자.

$$(2\alpha+3) + (2\beta+3) = 0$$

$$2(\alpha+\beta) = -6$$

$$\therefore \alpha+\beta = -3$$

48. x 에 관한 방정식 $\frac{x^2 - bx}{ax - c} = \frac{m - 1}{m + 1}$ 에서 두 근의 절대값은 같고 부호만 다를 때, m 의 값은? (단, $a \neq \pm b$)

- ① ab ② $\frac{a+b}{a-b}$ ③ $\frac{a-b}{a+b}$ ④ $a+b$ ⑤ $a-b$

해설

$$(m+1)(x^2 - bx) = (m-1)(ax - c)$$

$$mx^2 - bmx + x^2 - bx = amx - cm - ax + c$$

$(m+1)x^2 + (a-b-am-bm)x + cm - c = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면,

$$\alpha + \beta = 0$$

$$\therefore \frac{a-b-am-bm}{m+1} = 0, \quad am + bm = a - b$$

$$m(a+b) = a-b, \quad a \neq -b \text{ 이므로 } a+b \neq 0$$

$$\therefore m = \frac{a-b}{a+b}$$

49. $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a > 0$, $b^2 - 4ac > 0$ 일 때, y 의 최댓값, 최솟값에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① 최댓값, 최솟값이 없다. ② 최솟값이 양수이다.
③ 최솟값이 음수이다. ④ 최댓값이 양수이다.
⑤ 최댓값이 음수이다.

해설

아래로 볼록하고, x 축과 두 점에서 만나므로 최솟값은 음수이다.

50. 삼차방정식 $x^3 + (2a + 3)x^2 - (6a + 5)x + (4a + 1) = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값을 구하면?
- ① $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$ ② $a = -2, -2 \pm \sqrt{10}$
- ③ $a = 3, -3 \pm \sqrt{5}$ ④ $a = 1, 4 \pm \sqrt{10}$
- ⑤ $a = -1, -2 \pm 2\sqrt{2}$

해설

$f(x) = x^3 + (2a + 3)x^2 - (6a + 5)x + 4a + 1$ 이라 하면
 $f(1) = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $(x - 1)$ 을 인수로 갖는다.

1

1

2a+3

-6a-5

4a+1

1

2a+4

-4a-1

1

2a+4

-4a-1

0

조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면
 $(x - 1) \{ x^2 + 2(a + 2)x - 4a - 1 \} = 0$
(ii) $x^2 + 2(a + 2)x - 4a - 1 = 0$ 이 $x \neq 1$ 인 경우
 $D = 0$ 이므로, $a^2 + 8a + 5 = 0$
 $\therefore a = -4 \pm \sqrt{11}$
(ii) $x^2 + 2(a + 2)x - 4a - 1 = 0$ 이 $x = 1$ 을 근으로 갖는 경우
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 + 2(a + 2) - 4a - 1 = 0$
 $\therefore a = 2$
(i), (ii)에서 $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$