

1. 다음에서 이차함수인 것은?

① $y = -5x + 2$

② $y = x^2 - (x - 2)^2$

③ $y = 3 - 2x^2 + x(1 + x)$

④ $y = -\frac{1}{2}x^3 + 1$

⑤ $y = (x - 2)^2 - (x + 1)^2$

해설

③ $y = -x^2 + x + 3$

2. 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $f(0) = -3$

② $f(-1) = 6$

③ $f(1) = 0$

④ $f(2) = 5$

⑤ $f(-2) = -3$

해설

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 \times (-1) - 3 = -4$$

3. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은?

① $y = 4x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = \frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = 2x^2$

해설

위로 볼록하려면 (x^2 의 계수) < 0 이므로 $y = -3x^2$

4. 다음 이차함수의 그래프 중에서 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2$

② $y = -\frac{1}{2}x^2$

③ $y = 3x^2$

④ $y = -3x^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

$y = kx^2$ ($k < 0$) 의 꼴은 위로 볼록하고, k 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

5. 다음의 이차함수 중에서 그래프가 아래로 볼록한 것은?

① $y = -x^2$

② $y = 4x^2$

③ $y = -\frac{1}{4}x^2$

④ $y = -3x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

x^2 의 계수가 양수이면, 아래로 볼록하다

6. 이차함수 $y = -5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① 함수의 식은 $y = -5x^2 - 1$ 이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.

③ 위로 볼록한 그래프이다.

④ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

⑤ y 축에 대칭인 그래프이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼 평행이동하면 $y = ax^2 + q$ 이므로 $y = -5x^2 - 1$ 이다. 꼭짓점의 x 좌표는 0 이고 y 좌표는 q 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이고, y 축으로 평행이동해도 그래프의 축은 변하지 않으므로 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

7. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 $(1, k)$ 를 지난다고 한다. k 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 12

⑤ 27

해설

$$y = 3(x + 2)^2$$

$(1, k)$ 를 대입하면 $k = 27$ 이다.

8. 평행이동에 의하여 포물선 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어지는 것은?

① $y = \frac{1}{3}x^2 + 1$

② $y = -3x^2 - 2x + 1$

③ $y = 3x^2 + 1$

④ $y = x^2 + 1$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$

해설

완전히 포개어지려면 x^2 의 계수가 같아야 한다.

9. 이차함수 $y = -x^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표와 축으로 옳은 것은?

① $(0, 4), x = 4$

② $(0, -4), x = -4$

③ $(0, 4), x = 0$

④ $(4, 0), x = 4$

⑤ $(4, 0), x = 0$

해설

꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$ 이고, 축은 $x = 0$ 이다.

10. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① $x = -1, (1, 3)$

② $x = -1, (-1, 0)$

③ $x = 1, (-2, 3)$

④ $x = 1, (1, 3)$

⑤ $x = 1, (1, 0)$

해설

$$y = -2(x^2 - 2x + 1) + 2 + 1$$

$$y = -2(x - 1)^2 + 3$$

따라서 축의 방정식은 $x = 1$, 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.

11. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 7$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1사분면

② 제 2사분면

③ 제 3사분면

④ 제 4사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$-2 < 0, \quad -7 < 0$$

즉, 그래프가 위로 볼록하고, y 절편이 음수이기 때문에 제 1사분면을 지나지 않는다.

12. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 6$ 의 그래프를 구하여라.

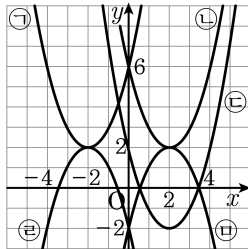
① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉤

⑤ ㉦



해설

$$\begin{aligned}
 \text{이차함수 } y &= x^2 - 4x + 6 \\
 &= (x^2 - 4x + 4) - 4 + 6 \\
 &= (x - 2)^2 + 2 \text{ 이므로}
 \end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표가 (2, 2) 이고, y 절편은 6 이므로 그래프는 ㉡이다.

13. $y = k(k+1)x^2 + 3x - 1$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k+1) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq 0$, $k \neq -1$ 이다.

14. 직선 $x = 2$ 를 축으로 하고 두 점 $(0, -2)$, $(-1, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식은?

① $y = (x - 2)^2 - 10$

② $y = (x - 2)^2 + 8$

③ $y = 2(x - 2)^2 - 10$

④ $y = 2(x + 1)^2 + 8$

⑤ $y = 2x^2 - 2$

해설

$y = a(x - 2)^2 + b = ax^2 - 4ax + (4a + b)$ 에 $(0, -2)$, $(-1, 8)$ 을 대입하면,

$$-2 = 4a + b, 8 = 9a + b$$

$$\therefore y = 2(x - 2)^2 - 10$$

15. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y = -x^2 + 1$

② $y = -10x^2 - \frac{1}{3}$

③ $y = -2(x - 1)^2$

④ $y = -\left(x - \frac{1}{5}\right)^2$

⑤ $y = 3x^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

16. 이차함수 $f(x) = 2x^2 - ax + 3$ 의 그래프가 점 $(3, 6)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(3) = 2 \times 3^2 - 3a + 3 = 6, \quad 21 - 3a = 6$$

$$\therefore a = 5$$

17. 다음 중 원점을 꼭짓점, y 축을 축으로 하고 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 포물선의 방정식은?

① $y = (x - 1)^2 + 3$

② $y = (x + 1)^2 + 3$

③ $y = x^2 + 2$

④ $y = x^2 + 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

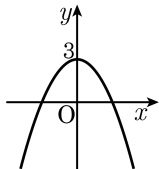
원점을 꼭짓점으로 하고 y 축을 축으로 하는 포물선의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로

$$3 = a \times (-1)^2, a = 3$$

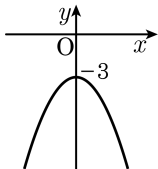
$$\therefore y = 3x^2$$

18. 다음 중 $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2$ 의 그래프는?

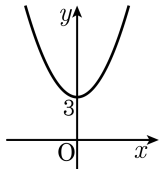
①



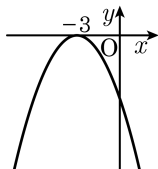
②



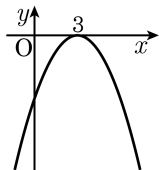
③



④



⑤



해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$ 이며, 위로 볼록한 포물선이다.

19. 이차함수 $y = (x - 1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선 식은?

① $y = (x - 1)^2 + 2$

② $y = (x + 1)^2 + 2$

③ $y = (x - 1)^2 - 2$

④ $y = -(x + 1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x - 1)^2 + 2$

해설

y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x - 1)^2 + 2$ 이다.

20. 다음 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 9$ 의 그래프는 제 몇사분면을 지나지 않는가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 9$ 의 그래프는

꼭짓점은 $(-2, -9)$ 이고, y 절편은 -7 인 아래로 볼록한 그래프
이므로 모든 사분면을 지난다.

21. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

22. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

④ $y = 2x^2 + 5x - 8$

⑤ $y = x^2 + 4x - 1$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

23. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 없는 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2(x - 1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

⑤ $y = -(2 - x)(2 + x) + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.

따라서 $a = -2$ 가 아닌 것은 ③, ⑤이다.

24. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$

② $x > 2$

③ $x < 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < -3$

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 12x + 16 \\&= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16 \\&= 2(x - 3)^2 - 2\end{aligned}$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

25. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 y 좌표는?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$y = \frac{1}{2}(0 - 4)^2 = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$$

26. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3$ 의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $a < 3$

③ $a > 3$

④ $a < 0$

⑤ $0 < a < 3$

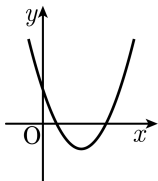
해설

$$y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3 = (x - a)^2 - a + 3, \text{ 꼭짓점의 좌표가 } (a, -a + 3)$$

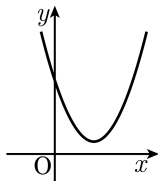
$\therefore a < 0, -a + 3 > 0$ 즉, $a < 0, a < 3$ 이므로 $a < 0$ 이다.

27. 다음 중 $a < 0, b > 0, c > 0$ 일 때, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?

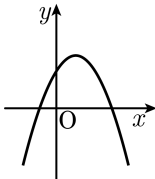
①



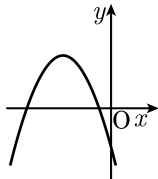
②



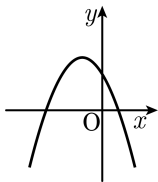
③



④



⑤

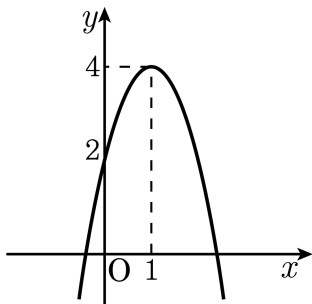


해설

$a < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선,

$ab < 0$ 이므로 대칭축이 y 축의 오른쪽에 있고, $c > 0$ 이므로 y 절편이 양수인 그래프

28. 함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값은?



① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

y 절편 $b = 2$

꼭짓점이 $(1, 4)$ 이므로,

$$y = -2(x-1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$$

$$\therefore a = 4$$

$$\text{따라서 } a + b = 6$$

29. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(2, 2)$ 를 지나고, 꼭짓점의 좌표가 $(1, 3)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -5

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(1, 3)$ 이므로 $y = a(x - 1)^2 + 3$

$(2, 2)$ 를 대입하면 $2 = a + 3$, $a = -1$

따라서 구하는 식은

$y = -(x - 1)^2 + 3 = -x^2 + 2x + 2$ 이므로

$b = 2, c = 2$

$\therefore a + b + c = 3$

30. 다음 그래프의 식을 구하면?

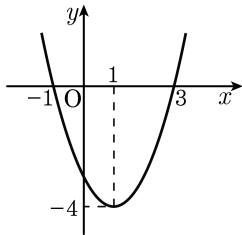
① $y = x^2 + 2x + 3$

② $y = x^2 + 2x - 3$

③ $y = x^2 - 2x - 3$

④ $y = x^2 - 2x + 3$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 3$

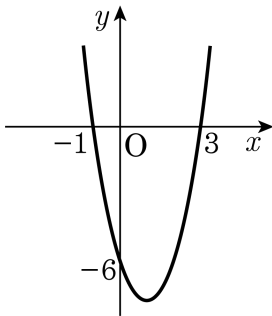


해설

꼭짓점이 $(1, -4)$ 이며 x 절편이 $-1, 3$ 이므로, $y = (x - 1)^2 - 4$

$$\therefore y = x^2 - 2x - 3$$

31. 다음 그림과 같은 포물선의 식은?



① $y = x^2 + 2x - 6$

② $y = 2x^2 + 4x - 6$

③ $y = x^2 - 2x - 6$

④ $y = 2x^2 - 4x - 6$

⑤ $y = x^2 + 4x - 6$

해설

그림에서 x 절편이 $-1, 3$ 이므로
구하는 식은 $y = a(x+1)(x-3)$

$(0, -6)$ 을 지나므로 $-6 = -3a$

$$\therefore a = 2$$

$$y = 2(x+1)(x-3) = 2x^2 - 4x - 6$$

$$\therefore y = 2x^2 - 4x - 6$$

32. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖는 것은?

① $y = x^2 + x - 1$

② $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 1$

③ $y = \frac{1}{5}x^2 + 4$

④ $y = -x^2 - 2x + 1$

⑤ $y = \frac{3}{4}(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수인 것을 찾는다.

33. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x + 1)^2 - 4$

② $y = (x - 2)^2 - 3$

③ $y = -2(x - 1)^2 + 3$

④ $y = -(x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(0, -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$$

34. y 가 x^2 에 비례하고, $x = 3$ 일 때, $y = 3$ 이다. y 와 x 의 관계식을 $y = ax^2$ 의 꼴로 나타낼 때, a 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

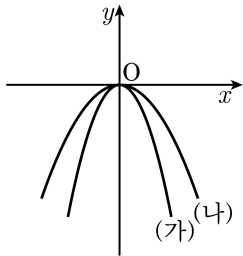
해설

$$y = ax^2$$

$$3 = 9a$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

35. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나) 의 식으로 맞지 않는 것은?



① $y = \frac{1}{2}ax^2$

② $y = \frac{3}{8}ax^2$

③ $y = \frac{1}{3}ax^2$

④ $y = \frac{3}{2}ax^2$

⑤ $y = \frac{3}{4}ax^2$

해설

$a < 0$ 이므로 $y = mx^2$ 이라고 하면 $a < m < 0$ 이어야 한다.

따라서 $y = \frac{3}{2}ax^2$ 은 (나) 의 식으로 맞지 않는다.

36. 함수 $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 함수의 y 의 값의 범위를 구하면?

① $y \leq 0$

② $y \geq 0$

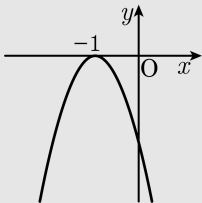
③ $y \leq -1$

④ $y \geq -1$

⑤ $y \geq 1$

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프를 그리면 다음과 같다.



37. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$

② $x < -4$

③ $x < 4$

④ $x > 4$

⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4 만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$

꼭짓점이 $(4, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이므로

$x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

38. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나게 되는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k > 2$

② $k < 2$

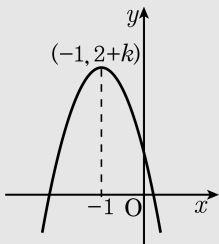
③ $k > 4$

④ $k < -2$

⑤ $k > -2$

해설

$y = -2x^2 - 4x + k = -2(x^2 + 2x) + k = -2(x + 1)^2 + 2 + k$
 다음 그림처럼 이 그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면 꼭짓점의 y 좌표가 0 보다 커야 한다.



$$2 + k > 0$$

$$\therefore k > -2$$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만날 때 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이 되어야 한다.

$$y = -2x^2 - 4x + k \text{ 에서 } D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k > 0, 8k > -16 \therefore k > -2$$

39. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

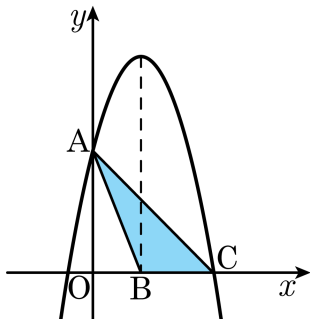
⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $(-1)^2 - 4 \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

40. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프이다. 점 C, A 는 각각 x 축, y 축과 만나는 점이고, 점 B 는 대칭축과 x 축이 만나는 점이라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① 6

② $\frac{15}{2}$

③ 8

④ $\frac{21}{2}$

⑤ 12

해설

y 절편이 5 이므로 $A(0, 5)$

$$y = -x^2 + 4x + 5 = -(x - 2)^2 + 9$$

축이 $x = 2$ 이므로 $B(2, 0)$

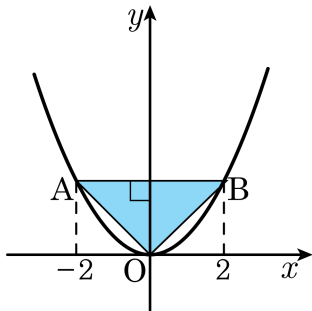
$$y = 0 \text{ 일 때 } x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x - 5)(x + 1) = 0 \text{ 이므로 } C(5, 0)$$

$\triangle ABC$ 의 밑변 $\overline{BC} = 3$, 높이 $\overline{AO} = 5$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = \frac{15}{2}$$

41. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle AOB$ 의 넓이는 얼마인가?



① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$\overline{AB} = 4$ 이고,

$x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

42. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를 x cm 만큼 늘이고, 세로 길이를 x cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 2.5

④ 3

⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

43. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다.
부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

① 18

② 20

③ 30

④ 32

⑤ 36

해설

반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24 - 2x$ 이다.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\&= x(12 - x) \\&= -x^2 + 12x \\&= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\&= -(x - 6)^2 + 36\end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 6$ 일 때,
부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.

44. 세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다.
㉡ y 절편은 3 이다.
㉢ x 절편은 두 개이다.
㉤ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다.
㉥ 왼쪽 위를 향한다.

① ㉠,㉡

② ㉡,㉢

③ ㉢,㉤

④ ㉢,㉤

⑤ ㉤,㉥

해설

세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나므로

$$-4 = c$$

$$-1 = a + b + c$$

$$8 = 4a + 2b + c$$

세 식을 연립하면, $a = 3$, $b = 0$, $c = -4$ 이다.

따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는

$y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 y 절편이 3 이고 왼쪽 위를 향하는 직선이다.

45. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3a - 4$ 의 최솟값은 -5 보다 크고, 그 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② $-\frac{3}{8}$

③ $\frac{3}{8}$

④ 3

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 8x + 3a - 4 \\&= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3a - 4 \\&= 2(x - 2)^2 - 12 + 3a\end{aligned}$$

$y = 2(x - 2)^2 - 12 + 3a$ 의 그래프가 점 $(2a, 8a + 5)$ 를 지나므로

$$8a + 5 = 2(2a - 2)^2 - 12 + 3a$$

$$8a^2 - 21a - 9 = 0, (8a + 3)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{8} \text{ 또는 } 3$$

그런데 최댓값 $-12 + 3a > -5$ 이므로

i) $a = -\frac{3}{8}$ 대입 :

$$-12 + 3 \times \left(-\frac{3}{8}\right) = -12 - \frac{9}{8} = -\frac{105}{8} < -5$$

ii) $a = 3$ 대입 : $-12 + 3 \times 3 = -12 + 9 = -3 > -5$

따라서 $a = 3$ 이다.

46. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = \left(-\frac{1}{2}\right) + (-2) + 1 = -\frac{3}{2}$$

47. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

① $-\frac{7}{8}$

② -1

③ $\frac{1}{8}$

④ 1

⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

48. $x + y = 10$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= x^2 + (10 - x)^2 \\&= x^2 + x^2 - 20x + 100 \\&= 2x^2 - 20x + 100 \\&= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100 \\&= 2(x - 5)^2 + 50\end{aligned}$$

따라서 $x = 5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

49. 아래 그림과 같이 40 m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.

넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



① 6m

② 8m

③ 10m

④ 12m

⑤ 14m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,

$$y = x(40 - 2x)$$

$$= -2x^2 + 40x$$

$$= -2(x - 10)^2 + 200$$

$x = 10$ 일 때, 최대값은 200 이다.

50. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

① 5 초 후

② 7 초 후

③ 8 초 후

④ 10 초 후

⑤ 알 수 없다

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25)$$

$$= -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가된다.