1. 다음 다항식이 완전제곱식이 되도록 빈칸에 알맞은 수를 써넣어라.

$$x^2+\frac{1}{2}x+\square$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

x^2+px+q 일 때, p 의 $\frac{1}{2}$ 의 제곱은 q 와 같다. $q=\left(\frac{1}{2}p\right)^2$

따라서 $\frac{1}{2}$ 의 절반의 제곱은 $\frac{1}{16}$ 이다.

2. $4x^2+Axy+9y^2=(Bx+Cy)^2$ 일 때, 이를 만족하는 세 자연수 $A,\ B,\ C$ 의 합을 구하면?

① 14　② 15　③ 16　④ 17　⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}(Bx+Cy)^2 &= B^2x^2+2BCxy+C^2y^2\\ &= 4x^2+Axy+9y^2\end{aligned}$$

$B=2,\ C=3,\ A=12$

$A+B+C=12+2+3=17$

3. $(x+4)(x-4)-6x=(x+a)(x+b)$ 일 때, a, b 의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}(x+4)(x-4)-6x &= x^2-6x-16\\ &= (x+2)(x-8)\\ &= (x+a)(x+b)\end{aligned}$$

a와 b의 차는 $2-(-8)=10$ 이다.

4. $6x^2 - 17x - A$ 가 $x - 3$ 을 인수로 가질 때, 다른 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $6x + 1$

해설

다른 인수를 $ax + b$ 라 하면

$(ax + b)(x - 3) = ax^2 + (b - 3a)x - 3b$

$= 6x^2 - 17x - A$ 에서

$a = 6$

$b - 3a = -17,\ b = 1$

따라서 다른 인수는 $6x + 1$

5. 두 이차식 x^2-3x-4 와 $2x^2-11x+12$ 의 공통인 인수는?

① $x-1$　　② $x-4$　　③ $x+1$
④ $2x-3$　　⑤ $2x+3$

해설
$x^2-3x-4=(x-4)(x+1)$
$2x^2-11x+12=(2x-3)(x-4)$

6. $6x^2+5x-a=(2x+b)(3x+7)$ 가 성립할 때, $a-b$ 의 값은?

① -24 ② -18 ③ -10 ④ 18 ⑤ 24

해설

$6x^2+5x-a=(2x+b)(3x+7)$

$=6x^2+14x+3bx+7b$

$=6x^2+(14+3b)x+7b$

$14+3b=5,\ 7b=-a,\ b=-3, a=21$

$\therefore a-b=21-(-3)=24$

7. x에 관한 이차식 x^2+ax+4 의 한 인수가 $x+1$ 일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

다른 인수를 $x+A$ 라 하면,

$$\begin{aligned}(x+1)(x+A) &= x^2+(A+1)x+A \\ &= x^2+ax+4\end{aligned}$$

$A=4$

$\therefore\ a=1+A=1+4=5$

8. $x^3 + x^2 - 9x - 9$ 를 인수분해 하였더니
$(x+a)(x+b)(x+c)$ 가 되었다. 이때 $a+b+c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x(x^2-9)+(x^2-9) = (x^2-9)(x+1)$$
$$= (x+3)(x-3)(x+1)$$

따라서 $a=3,\ b=-3,\ c=1$ 이므로
$a+b+c=1$ 이다.

9. 두 식 $a^2b + ab - a - 1$, $a^2 - ab + a - b$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + 1$

해설

$$\begin{aligned} a^2b + ab - a - 1 &= ab(a+1) - (a+1) \\ &= (a+1)(ab-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - ab + a - b &= a(a-b) + (a-b) \\ &= (a-b)(a+1) \end{aligned}$$

10. $y < x < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$ 을 간단히 하면?

① 0　② $2x - 2y$　③ $2x$
④ $2y$　⑤ $-2y$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2} &= |x-y| + |x+y| \\ &= x - y - (x+y) = -2y\end{aligned}$$

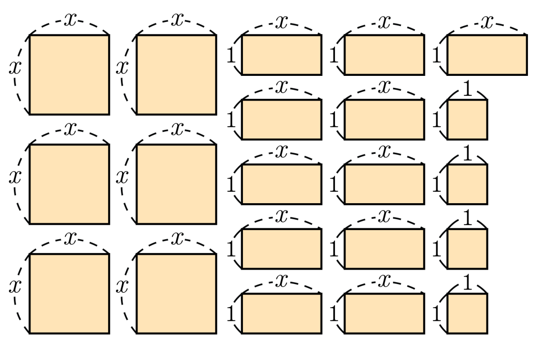
11. 어떤 이차식을 지연이는 x 의 계수를 잘못 보고 $2(x+2)(x-9)$ 로 인수 분해하였고, 동현이는 상수항을 잘못 보고 $2(x-1)(x-2)$ 로 인수 분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수 분해한 것이 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, abc 의 값은?

① 5　② 12　③ -36　④ 36　⑤ -18

해설

지연이는 $2x^2-14x-36$ 에서 상수항 -36 을 맞게 보았고,
동현이는 $2x^2-6x+4$ 에서 x 의 계수 -6 을 맞게 보았다.
따라서 $2x^2-6x-36=2(x-6)(x+3)$
$\therefore a=2,\ b=6,\ c=-3$
$\therefore abc=-36$

12. 다음에 주어진 도형을 이용하여 식을 세워 직사각형의 넓이로 나타내었을 때 직사각형의 가로 또는 세로의 길이가 될 수 있는 것을 모두 고르면?

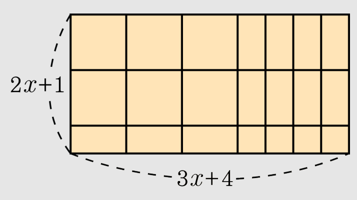


① $x+4$　　② $2x+1$　　③ $2x+3$

④ $3x+2$　　⑤ $3x+4$

해설

$6x^2+11x+4=(2x+1)(3x+4)$ 이므로 직사각형의 가로와 세로의 길이는 $3x+4$ 와 $2x+1$ 이다.



13. 다음 중 $(x^2+4x)^2+3(x^2+4x)-4$ 를 인수분해 했을 때, 인수를 찾으면?

① x^2+4x ② $x-2$ ③ $(x+2)^2$
④ x^2+4x+1 ⑤ x^2+4x+3

해설

$x^2+4x=t$로 치환하면

$$\begin{aligned} t^2+3t-4 &= (t-1)(t+4) \\ &= (x^2+4x-1)(x^2+4x+4) \\ &= (x^2+4x-1)(x+2)^2 \end{aligned}$$

14. 다음 식을 인수분해하면?

$$(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)-40$$

① $(x+3)^2(x^2+4)$

② $(x-3)^2(x^2+4)$

③ $(x+3)(x-3)(x^2+4)$

④ $(x+3)(x-3)(x+2)(x-2)$

⑤ $(x+2)(x-2)(x^2+3)$

해설

$$\begin{aligned}(x^2-4)(x^2-1)-40 &= x^4-5x^2-36\\ &= (x^2-9)(x^2+4)\\ &= (x+3)(x-3)(x^2+4)\end{aligned}$$

15. $x^2 - 4xy + 4y^2 - z^2$ 을 인수분해하는데 사용된 인수분해 공식을 모두 고르면? (단, $a > 0, b > 0$)

① $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

② $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

③ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

④ $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

⑤ $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$

해설

$x^2 - 4xy + 4y^2 - z^2$

$= (x-2y)^2 - z^2 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

$= (x-2y+z)(x-2y-z) \Rightarrow a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

16. x^4-10x^2+9의 인수가 아닌 것은?

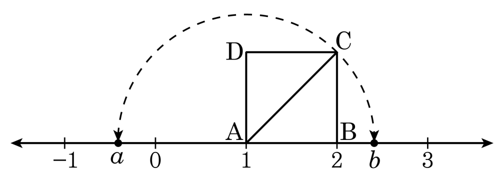
① $x-1$ ② $x+3$ ③ x^2-1

④ $x+9$ ⑤ x^4-10x^2+9

해설

$(x^2-1)(x^2-9)=(x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$

17. 한 변의 길이가 1 인 정사각형 ABCD 가 있다. 이 정사각형의 대각선 AC 의 길이는 $\sqrt{2}$ 이고, 점 A 를 중심으로 하고 대각선 AC 를 반지름으로 하는 반원을 그려 수직선과 만나는 점을 각각 $\mathrm{P}(a)$, $\mathrm{Q}(b)$ 라 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하면?

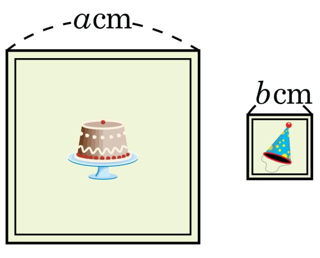


① $\sqrt{2}$　② $1 - \sqrt{2}$　③ $-4\sqrt{2}$
④ $-2\sqrt{2}$　⑤ $-\sqrt{2}$

해설

$\mathrm{P}(a) = 1 - \sqrt{2}$
$\mathrm{Q}(b) = 1 + \sqrt{2}$
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
$= (1 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2}) = -4\sqrt{2}$

18. 한 변의 길이가 각각 $a\,\mathrm{cm}$, $b\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 합이 $80\,\mathrm{cm}$ 이고 넓이의 차가 $100\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 차를 구하면?



① $5\,\mathrm{cm}$ ② $20\,\mathrm{cm}$ ③ $40\,\mathrm{cm}$ ④ $60\,\mathrm{cm}$ ⑤ $80\,\mathrm{cm}$

해설

$4(a+b)=80$ 이므로 $a+b=20$

$a^2-b^2=100$ 이므로 $(a+b)(a-b)=100$

$a-b=5$

$\therefore 4(a-b)=4\times5=20$

19. $(x+y+4)(x-y+4)-16x$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-y+4)$

② $(x+y-4)^2$

③ $(x-y-2)(x+y+8)$

④ $(x+y-4)(x-y-4)$

⑤ $(-x-y+4)(x-y+4)$

해설

$x+4=t$ 라 하면

$(t+y)(t-y)-16x$

$=t^2-y^2-16x$

$=(x+4)^2-16x-y^2$

$=(x^2+8x+16-16x)-y^2$

$=(x^2-8x+16)-y^2$

$=(x-4)^2-y^2$

$=(x+y-4)(x-y-4)$

20. $2(x+2)^2+(x+2)(3x-1)-(3x-1)^2=-(ax+b)(cx+d)$ 일 때, $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$x+2=A,\ 3x-1=B$로 치환하면

$2A^2+AB-B^2=(2A-B)(A+B)$

$=(2x+4-3x+1)(x+2+3x-1)$

$=-(x-5)(4x+1)$

$\therefore ab+cd=1\times(-5)+4\times1=-1$

21. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

① $ab+b-a-1=(a+1)(1-b)$

② $2-a-2b+ab=(1-b)(2+a)$

③ $x^2-y^2+2x+2y=(x-y)(x-y+2)$

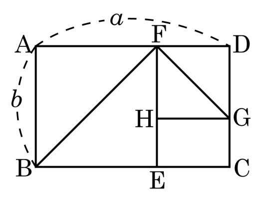
④ $x^3+x^2+x+1=(x^2+1)(x+1)$

⑤ $x(y-1)-2(y-1)=(x-2)(y-1)$

해설

①$(a+1)(b-1)$
②$(1-b)(2-a)$
③$(x+y)(x-y+2)$

22. 다음 그림에서 □ABEF 와 □FHGD 가 정사각형일 때, 사각형 HECG 의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 후 인수분해하면 $(a-b)(ta+sb)$ 이다. $t+s$ 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $t+s=1$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로
$\overline{\mathrm{HE}} = b-(a-b) = 2b-a, \overline{\mathrm{EC}} = a-b$
남은 사각형의 넓이는 $(2b-a)(a-b)$ 이다.
따라서 $t=-1,\ s=2$ 이므로 $t+s=1$ 이다.

23. 양수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $A=a+b+ab$, $B=b+c+bc$, $C=c+a+ca$ 이고, $A+B+C=33$, $A-B+C=-1$, $A+B-C=11$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=8$

해설

$$\begin{cases} A+B+C=33 & \cdots ㉠ \\ A-B+C=-1 & \cdots ㉡ \\ A+B-C=11 & \cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠ $-$ ㉡ 에서 $2B=34$
㉠ $-$ ㉢ 에서 $2C=22$
㉡ $+$ ㉢ 에서 $2A=10$
$\therefore\ A=5,\ B=17,\ C=11$ 이므로
$5=a+b+ab$ 에서 $(a+1)(b+1)=6$
$17=b+c+bc$ 에서 $(b+1)(c+1)=18$
$11=c+a+ca$ 에서 $(c+1)(a+1)=12$
세 식을 모두 곱하면
$\{(a+1)(b+1)(c+1)\}^2=6\times18\times12$
$\therefore\ (a+1)(b+1)(c+1)=36$
$c+1=6,\ c=5$
$a+1=2,\ a=1$
$b+1=3,\ b=2$
$\therefore\ a+b+c=8$

24. $15 \times 7.6^2 - 7.4^2 \times 15$ 의 값은?

① 55 ② 45 ③ 35 ④ 15 ⑤ 10

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= 15 \times (7.6^2 - 7.4^2) \\
&= 15 \times (7.6 + 7.4) \times (7.6 - 7.4) \\
&= 15 \times 15 \times 0.2 \\
&= 45
\end{aligned}
$$

25. $x = \dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$, $y = \dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $x^4 - x^2 - y^4 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-20\sqrt{2}$

해설

$x = \dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$, $y = \dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ 에서

$x = \sqrt{2}-1$, $y = \sqrt{2}+1$

$$\begin{aligned}
\therefore\ & x^4 - x^2 - y^4 + y^2 \\
&= x^4 - y^4 - (x^2 - y^2) \\
&= (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) - (x^2 - y^2) \\
&= (x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - 1) \\
&= \left\{(\sqrt{2}-1)^2 - (\sqrt{2}+1)^2\right\} \\
&\quad \left\{(\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2 - 1\right\} \\
&= (-4\sqrt{2}) \times 5 \\
&= -20\sqrt{2}
\end{aligned}$$