

1. 다음에서 순환소수를 나타내는 방법이 옳지 않은 것은?

① $0.555\cdots = 0.\dot{5}\dot{5}$

② $1.030303\cdots = 1.\dot{0}\dot{3}$

③ $0.0060606\cdots = 0.00\dot{6}$

④ $8.020202\cdots = 8.\dot{0}\dot{2}$

⑤ $7.23434\cdots = 7.2\dot{3}\dot{4}$

해설

① $0.555\cdots = 0.\dot{5}$

2. 다음 중 순환소수의 표현이 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.123123\cdots = 0.\dot{1}2\dot{3}$

② $23.2626\cdots = 2\dot{3}.2\dot{6}$

③ $3.14151415\cdots = 3.\dot{1}41\dot{5}$

④ $0.2343434\cdots = 0.2\dot{3}\dot{4}$

⑤ $3.3571571\cdots = 3.3\dot{5}\dot{7}\dot{1}$

해설

② $23.2626\cdots = 23.\dot{2}\dot{6}$

③ $3.14151415\cdots = 3.\dot{1}41\dot{5}$

⑤ $3.3571571\cdots = 3.3\dot{5}\dot{7}\dot{1}$

따라서 옳은 것은 ①, ④ 이다.

3. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾은 것은?

$$\textcircled{㉠} \frac{13}{20}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{42}{75}$$

$$\textcircled{㉢} \frac{51}{180}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{21}{2^2 \times 5 \times 7}$$

$$\textcircled{㉥} \frac{27}{2^2 \times 3^2}$$

$$\textcircled{㉦} \frac{6}{50}$$

① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉡, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉤, ㉥, ㉦

해설

㉢ $\frac{51}{180} = \frac{3 \times 17}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{17}{2^2 \times 3 \times 5}$ 이므로 무한소수로 나타내
어 진다.

4. A 가 $\frac{11}{30}, \frac{12}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, B 는 무한소수일 때, A 와 B 의 공통적인 수의 갯수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분모가 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로, 분자에서 3의 배수를 찾으면 된다.

따라서, 유한소수는 $\frac{12}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, 무한소수는 $\frac{11}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}$ 으로 3개다.

5. $x = 0.\dot{1}$ 일 때, $\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{x} - 1}}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$(\text{준식}) = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1-x}{x}}} = \frac{1}{\frac{1}{1-x}} = \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - 1$$

$$x = 0.\dot{1} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{x} - 1 = 9 - 1 = 8$$

6. $0.\dot{4}x - 0.0\dot{1}x = 0.0\dot{3}$ 을 계산하여 $x = \frac{1}{b}$ 로 나타낼 때, b 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$0.\dot{4}x - 0.0\dot{1}x = 0.0\dot{3}$$

$$\frac{4}{9}x - \frac{1}{90}x = \frac{3}{90}$$

$$\frac{40}{90}x - \frac{1}{90}x = \frac{3}{90}$$

$$\frac{39}{90}x = \frac{3}{90}$$

$$x = \frac{3}{90} \times \frac{90}{39} = \frac{1}{13}$$

$$\therefore b = 13$$

7. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 모든 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ 모든 유리수는 순환소수로만 나타낼 수 있다.
- ㉢ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.
- ㉣ 모든 유한소수는 유리수이다.
- ㉤ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉡ 유리수는 유한소수와 순환소수로 나누어진다.
- ㉢ 기약분수를 소수로 고치면 유한소수이거나 순환소수가 된다.
- ㉤ 0은 제외한다.

8. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.
- ② 무한소수는 순환소수이다.
- ③ 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있는 기약분수는 모두 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 유한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

해설

- ① $0.\dot{1} + 0.\dot{8} = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$ 인 경우가 있으므로 거짓.
- ② 무한소수에는 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.
- ⑤ 모든 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.

9. $\frac{1378}{a}$ 를 순환소수로 나타내면 $0.2\dot{7}5\dot{8}$ 이다. a 의 값은?

① 4991

② 4992

③ 4993

④ 4994

⑤ 4995

해설

$$0.2\dot{7}5\dot{8} = \frac{2756}{9990} = \frac{1378}{4995} = \frac{1378}{a}$$

$$\therefore a = 4995$$

10. $\frac{4567}{9900} = 0.\dot{a}b\dot{c}d$ 에서 a, b, c, d 는 $0, 1, 2, \dots, 9$ 어느 한 수를 나타낸다.
이때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{4567}{9900} = 0.46\dot{1}\dot{3}$$

$$a = 4, b = 6, c = 1, d = 3$$

$$\therefore a + b + c + d = 14$$

11. $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = 1.\dot{4}\dot{5}$ 일 때, x 를 순환소수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $0.\dot{4}\dot{5}$

해설

$1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x}$ 이므로 위의 식의 분모를 정리하면

$$1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}} = 1 - \frac{x}{x+1} = \frac{1}{x+1} \text{ 이다.}$$

$$(\text{준식}) = \frac{1}{\frac{1}{x+1}} = x+1 = 1.\dot{4}\dot{5}$$

$$\therefore x = 1.\dot{4}\dot{5} - 1 = 0.\dot{4}\dot{5}$$

12. $x = \frac{5}{13}$ 일 때, $10^6x - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 384615

해설

$$x = \frac{5}{13} = 0.384615384615\cdots \text{이고}$$

$$10^6x = 384615.384615\cdots \text{이므로}$$

$$10^6x - x = 384615 \text{이다.}$$

13. 부등식 $3.\dot{9} < x < \frac{43}{7}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 합하면?

① 9

② 11

③ 13

④ 18

⑤ 20

해설

$\frac{36}{9} < x < \frac{43}{7}$ 이므로 만족하는 x 값은 5, 6 이다. 따라서 x 값의 합은 11 이다.

14. $\frac{1}{5} < 0.\dot{a} \leq \frac{2}{3}$ 를 만족하는 자연수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\frac{1}{5} < 0.\dot{a} \leq \frac{2}{3}$ 에서 $\frac{1}{5} < \frac{a}{9} \leq \frac{2}{3}$, $\frac{9}{45} < \frac{5a}{45} \leq \frac{30}{45}$ 이므로

$$9 < 5a \leq 30, \quad \frac{9}{5} < a \leq 6$$

$$\therefore a = 2, 3, 4, 5, 6$$

15. $1.\dot{2} + 0.\dot{1}$ 을 계산하여 분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$$1.\dot{2} + 0.\dot{1} = \frac{11}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{3}$$

16. $\frac{1}{250} < 0.\dot{a}\dot{b}c\dot{0} - 0.\dot{a}b0\dot{c} < \frac{1}{200}$ 를 만족하는 한 자리 자연수 c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$0.\dot{a}\dot{b}c\dot{0} - 0.\dot{a}b0\dot{c} = \frac{1000a + 100b + 10c - a}{9990} -$$

$$\frac{1000a + 100b + c - a}{9990} = \frac{9c}{9990} = \frac{c}{1110} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{250} < \frac{c}{1110} < \frac{1}{200}$$

$4.44 < c < 5.55$ 를 만족하는 한 자리 자연수 c 는 5 이다.

17. 좌표평면 위의 한 점 P 가 (3,3) 인 점에서 출발하여, 오른쪽으로 a_1 만큼, 위쪽으로 a_2 만큼 움직인 후, 다시 오른쪽으로 a_3 만큼, 위쪽으로 a_4 만큼, 오른쪽으로 a_5 만큼, 위쪽으로 a_6 만큼 ...으로 끝없이 움직인다. $a_1 = 7$ 이고, 임의의 자연수 n 에 대하여 $a_n = 100a_{n+1}$ 일 때, 점 P 가 한없이 가까워지는 좌표평면의 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\left(\frac{99997}{9999}, \frac{700}{9999}\right)$

해설

$$a_n = 100a_{n+1}, a_{n+1} = \frac{1}{100}a_n$$

점P 가 점(3,3) 에서 출발하여 오른쪽으로 a_1 , 다시 오른쪽으로

$a_3 = \frac{1}{100}a_2 = \frac{1}{10000}a_1$ 만큼, ... 과 같이 움직이므로 점 P 의 x 좌표는 다음 값에 가까워진다.

$$3 + 7 + 0.0007 + 0.00000007 + \dots$$

$$= 10.00070007\dots$$

$$= 10.\dot{0}00\dot{7}$$

$$= \frac{100007 - 10}{9999} = \frac{99997}{9999} \text{ 점 P 가 점(3,3) 에서 출발하여 위쪽}$$

$$\text{으로 } a_2 = \frac{1}{100}a_1, \text{ 다시 위쪽으로 } a_4 = \frac{1}{100}a_3 = \frac{1}{10000}a_2 =$$

$$\frac{1}{1000000}a_1 \text{ 만큼, ... 과 같이 움직이므로 점 P 의 } y \text{ 좌표는 다음}$$

$$\text{값에 가까워진다.}$$

$$3 + 0.07 + 0.000007 + 0.0000000007 + \dots$$

$$= 3.0700070007\dots$$

$$= 0.0\dot{7}000\dot{0}$$

$$= \frac{7000}{99990} = \frac{700}{9999} \text{ 따라서 점 P 가 가까워지는 점의 좌표는}$$

$$\left(\frac{99997}{9999}, \frac{700}{9999}\right)$$

18. 좌표평면 위의 한 점 P 가 원점에서 출발하여, 위쪽으로 a_1 만큼, 오른쪽으로 a_2 만큼 움직인 후, 다시 위쪽으로 a_3 만큼, 오른쪽으로 a_4 만큼, 위쪽으로 a_5 만큼, 오른쪽으로 a_6 만큼 ...으로 끝없이 움직인다. $a_1 = 3$ 이고, 임의의 자연수 n 에 대하여 $a_n = 10a_{n+1}$ 일 때, 점 P 가 한없이 가까워지는 좌표평면의 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\left(\frac{10}{33}, \frac{100}{33} \right)$

해설

$$a_n = 10a_{n+1}, a_{n+1} = \frac{1}{10}a_n$$

점 P 가 원점에서 출발하여 위로 a_1 , 다시 위로 $a_3 = \frac{1}{10}a_2 = \frac{1}{100}a_1$ 만큼, ... 과 같이 움직이므로 점 P 의 y 좌표는 다음 값에 가까워진다.

$$3 + 0.03 + 0.0003 + \cdots = 3.030303\cdots = 3.\dot{0}\dot{3} = \frac{303 - 3}{99} = \frac{300}{99} = \frac{100}{33}$$

점 P 가 원점에서 출발하여 오른쪽으로 $a_2 = \frac{1}{10}a_1$, 다시 오른쪽으로 $a_4 = \frac{1}{10}a_3 = \frac{1}{100}a_2 = \frac{1}{1000}a_1$ 만큼, ... 과 같이 움직이므로 점 P 의 x 좌표는 다음 값에 가까워진다.

$$0.3 + 0.003 + 0.00003 + \cdots = 0.303030\cdots = 0.\dot{3}\dot{0} = \frac{30}{99} = \frac{10}{33}$$

따라서 점 P 가 가까워지는 점의 좌표는 $\left(\frac{10}{33}, \frac{100}{33} \right)$