1. $(2x^3 - 3x + 1) \div (x^2 + 2)$ 의 계산에서 나머지는?

① $-5x + 1$

② $-x + 1$

③ $5x + 1$

④ $x + 1$

⑤ $-7x + 1$

해설

$2x^3 - 3x + 1$ 을 $x^2 + 2$ 로 직접 나누어서 구한다.
몫 : $2x$, 나머지 : $-7x + 1$

2. $(x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(x^2 + 2x - 5)$ 를 전개한 식에서 x^2 의 계수를 구하면?

- ① 10 ② 15 ③ 19 ④ 21 ⑤ 25

해설

전개식에서 x^2 항은

i) (이차항)×(삼차항)에서 $15x^2 + 4x^2 = 19x^2$

ii) (일차항)×(일차항)에서 $6x^2$

∴ x^2 의 계수는 $19 + 6 = 25$

3. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$ ② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$ ④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x^2 \text{로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= 3A^2 - A - 2 \\ &= (3A + 2)(A - 1) \\ &= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

4. 등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)^2$ 이 x 에 관한 항등식일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \dots\dots ①$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \dots\dots ②$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \dots\dots ③$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, b + c = 1$$

두 식을 연립하면 $b = 0, c = 1$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

5. $x^3 + ax^2 + bx - 4$ 는 $x-2$ 로 나누어 떨어지고 $x+1$ 로 나누면 나머지가 6이다. $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4 \text{라 하면}$$

$$f(2) = 4a + 2b + 4 = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$f(-1) = a - b - 5 = 6 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } a = 3, b = -8$$

$$\therefore a - b = 11$$

6. x 에 대한 다항식 $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -37

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고 $P(x)$ 가

$(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$$P(-1) = P(3) = 0$$

$$P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$$

$$P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$$

$$\therefore a = -22, b = -15$$

7. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

⑤ $x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$

8. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 Δ, ∇ 를 $A\Delta B = 2A + B, A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3, B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

- ① $2x^3 - 18x - 10$ ② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$
③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$ ④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$
⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$A\nabla(B\Delta A) = A\nabla(2B + A)$$

$$= A - 3(2B + A) = -2A - 6B$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B 에 대입하여 정리한다.

9. 다항식 $f(x)$ 에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$ 일 때, $f(x)$ 를 $(2x-1)(3x-1)$ 로 나눈 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $12x-3$

해설

구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하면

$$f(x) = (2x-1)(3x-1)Q(x) + ax + b$$

$x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{3}$ 을 각각 양변에 대입하면

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b = 3, \quad f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}a + b = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $\frac{1}{6}a = 2 \Rightarrow a = 12, b = -3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $12x-3$

10. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$$(a+b-c)(a-b+c)$$

$$= b(b+2c) + (c+a)(c-a) \text{에서}$$

$$\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2 + 2bc + c^2 - a^2$$

$$a^2 - b^2 + 2bc - c^2 = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$$

$$2a^2 = 2b^2 + 2c^2$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형이다.