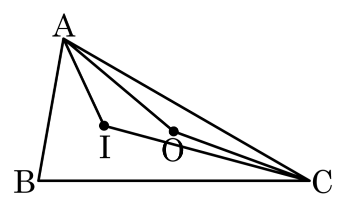
1. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AOC + \angle AIC = 290°$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



① 160° ② 120° ③ 125° ④ 130° ⑤ 140°

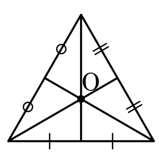
해설

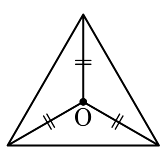
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90° = \angle AIC$ 이므로

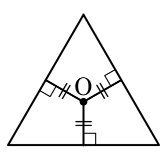
$\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90° = 290°$ 일 때, $\angle B = 80°$ 이다.

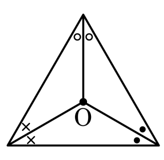
따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90° = 40° + 90° = 130°$ 이다.

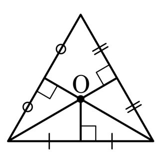
2. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

① 

② 

③ 

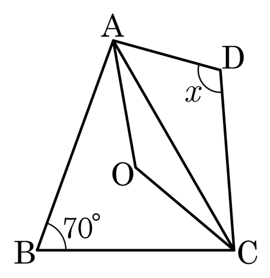
④ 

⑤ 

해설

내심 ③,④
외심 ②,⑤

3. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{ADC}$ 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle\mathrm{ABC} = 70°$ 일 때, $\angle\mathrm{ADC}$ 의 크기를 구하여라.



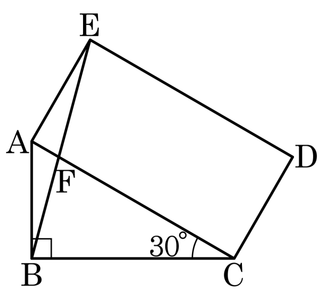
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 110°

해설

$\angle\mathrm{AOC} = 2\angle\mathrm{ABC} = 140°$
$\angle\mathrm{OAD} = a$, $\angle\mathrm{OCD} = b$ 라고 하고, $\overline{\mathrm{OD}}$ 를 그으면 $\angle\mathrm{D} = a + b$
$\square\mathrm{AOCD}$ 에서, $\angle\mathrm{OAD} + \angle\mathrm{ADC} + \angle\mathrm{DCO} + \angle\mathrm{COA} = 360°$,
$360° = 140° + a + b + a + b = 140° + 2(a + b)$, $a + b = \angle\mathrm{ADC} = 110°$

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 30°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60°$ 이므로

$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$

$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$

$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

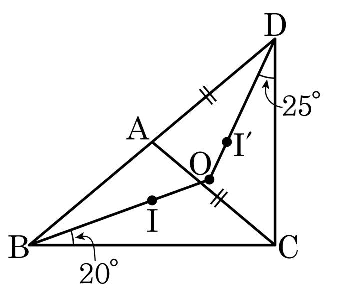
5. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

6. $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 를 이용하여 $\triangle DBC$ 를 만들었다. 점 I, I′ 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle IBC = 20°$, $\angle I'DC = 25°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 O 는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점이고, 점 A 는 $\overline{BD}$ 위의 점이다.)



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 40 °

해설

점I 는 내심이므로 $\angle ABO = \angle IBC = 20°$

즉, $\angle ABC = 40°$

점 I′ 는 내심이므로 $\angle ADO = \angle CDO = 25°$

즉, $\angle CDA = 50°$

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로

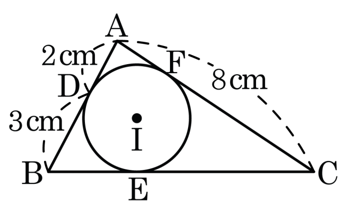
$\angle ACD = \angle CDA = 50°$

$\triangle ACD$ 에서 외각의 성질에 의해

$\angle CAB = 50° + 50° = 100°$

$$\begin{aligned}\therefore\ \angle ACB &= 180° - (\angle ABC + \angle CAB)\\ &= 180° - (40° + 100°)\\ &= 40°\end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA 의 접점이다. $\overline{AD} = 2\text{cm}, \overline{BD} = 3\text{cm}, \overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

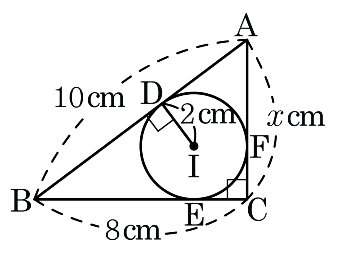


① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 3\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{CF} = 6\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 3 + 6 = 9(\text{cm})$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 가 내접원의 접점일 때, x 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

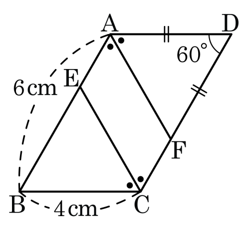
해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

내심의 반지름이 2 이므로 $\overline{CE} = \overline{CF} = 2$ 이다.

$\overline{BE} = 6 = \overline{BD}, \overline{AD} = 4 = \overline{AF}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$ 이다.

9. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\mathrm{cm}$, $\angle ADC = 60°$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.

$\angle ADF = 60°$, $\angle BAD = 120°$, $\angle FAD = 60°$ 이므로, $\angle AFD = 60°$ 이므로

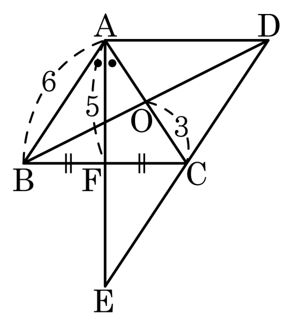
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\ (\mathrm{cm})$ 이다.

그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는

$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\ (\mathrm{cm})$ 이다.

10. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{BAC}$ 의 이등분선이 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 지나고, $\overline{\mathrm{AF}} = 5$, $\overline{\mathrm{AB}} = 6$, $\overline{\mathrm{OC}} = 3$ 일 때, $\triangle\mathrm{ACE}$ 의 둘레를 구하면?

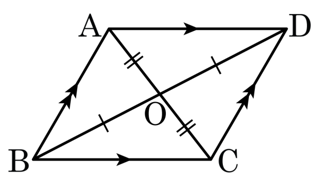


① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

$\angle\mathrm{AFB} = \angle\mathrm{CFE}$, $\angle\mathrm{BAF} = \angle\mathrm{FEC}$ 이고, $\overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{FC}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABF} \equiv \triangle\mathrm{ECF}$ 이다.
따라서 $\triangle\mathrm{ACE}$ 의 둘레는 $6 + 6 + 5 + 5 = 22$ 이다.

11. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다' 를 증명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 <u>틀린</u> 것은?



[가정] $\overline{AB}//\overline{DC}, \overline{AD}//\overline{BC}$
[결론] $\overline{OA}=\overline{OC},\ \overline{OB}=\overline{OD}$
[증명]
$\triangle OAB$ 와 $\triangle OCD$ 에서 $\overline{AB}=$ (㉠$\overline{DC}$)
(평행사변형의 성질[1]에 의함) $\cdots$ ①
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
$\angle OAB=$ (㉡ $\angle OCD$) (엇각) $\cdots$ ②
$\angle OBA=$ (㉢$\angle ODC$) (엇각) $\cdots$ ③
①, ②, ③ 에 의하여
$\triangle OAB\equiv\triangle OCD$ ((㉣ASA) 합동)
$\therefore\ \overline{OA}=\overline{OC},\ \overline{OB}=$ (㉤$\overline{OA}$)

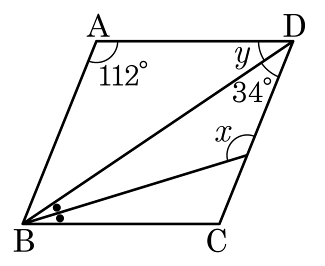
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

$\triangle OAB$ 와 $\triangle OCD$ 에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$
(평행사변형의 성질[1]에 의함) $\cdots$ ①
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
$\angle OAB=\angle OCD$ (엇각) $\cdots$ ②
$\angle OBA=\angle ODC$ (엇각) $\cdots$ ③
①, ②, ③ 에 의하여
$\triangle OAB\equiv\triangle OCD$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{OA}=\overline{OC},\ \overline{OB}=\overline{OD}$

12. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 $\angle x, \angle y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}$ °

▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}$ °

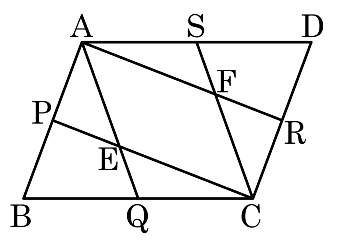
▷ 정답 : $\angle x = 129$°

▷ 정답 : $\angle y = 34$°

해설

주어진 조건에 의해서 □ABCD 가 평행사변형이 되려면 $112° + \angle y + 34° = 180°$ 가 성립해야 한다.
따라서 $\angle y = 34°$ 이다.
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\bullet = \dfrac{34°}{2} = 17°$ 이다.
삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로 $\angle x = 17° + 112° = 129°$ 이다.
따라서 $\angle x = 129°$, $\angle y = 34°$ 이다.

13. 평행사변형 ABCD 에서 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 그림에서 생기는 평행사변형은 □ABCD 를 포함해서 몇 개인지를 구하여라.



① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

□ABCD, □AQCS, □APCR, □AECF

14. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선의 교점이다.)

① $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 110°$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{CD} = \overline{DA} = 6\,\mathrm{cm}$

③ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\mathrm{cm}$

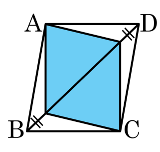
④ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$, $\overline{AB} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\mathrm{cm}$

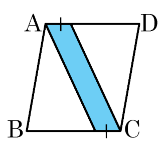
⑤ $\overline{OA} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{OB} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{OC} = 3\,\mathrm{cm}$, $\overline{OD} = 3\,\mathrm{cm}$

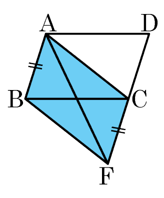
해설

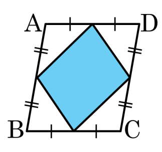
① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

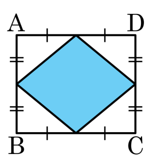
15. □ABCD 가 평행사변형일 때, 다음 색칠된 사각형 중 종류가 다른 하나는?

① 

② 

③ 

④ 

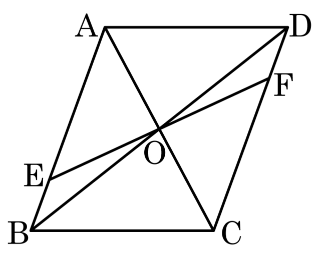
⑤ 

해설

①,②,③,④=> 평행사변형

⑤=> 마름모

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1$ 이고 $\triangle AEO$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 6 ② 18 ③ 24 ④ 48 ⑤ 96

해설

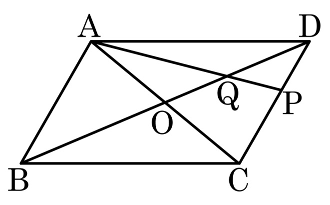
$\triangle AOE$ 와 $\triangle BEO$ 에서 높이는 같고 밑변이 $3 : 1$ 이므로 $\triangle AOE : \triangle BEO = 3 : 1$

$\therefore \triangle BEO = \frac{1}{3} \triangle AEO = 6$

$\triangle AOB = 6 + 18 = 24$

$\therefore \square ABCD = 4 \times \triangle AOB = 24 \times 4 = 96$ 이다.

17. 평행사변형ABCD 에서 $\overline{CP} : \overline{PD} = 3 : 2$, $\overline{AQ} : \overline{QP} = 5 : 2$ 일 때, $\triangle AOQ$ 는 전체 넓이의 몇 배인지 구하여라



▶ 답 : ______ 배

▷ 정답 : $\frac{3}{28}$ 배

해설

평행사변형ABCD 의 넓이를 S 라 두면, $\triangle ACD = \frac{1}{2}S$

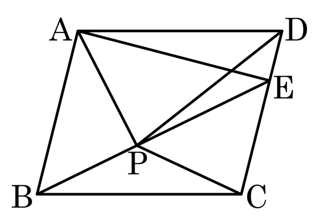
$\overline{CP} : \overline{PD} = 3 : 2$ 이므로 $\triangle ACP = \frac{3}{5}\triangle ACD = \frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}S\right) = \frac{3}{10}S$

그리고 $\triangle OAP = \frac{1}{2}\triangle ACP$, $\therefore \triangle OAP = \frac{3}{20}S$

또한 $\overline{AQ} : \overline{QP} = 5 : 2$ 이므로 $\triangle AOQ = \frac{5}{7}\triangle OAP$

따라서 $\triangle AOQ = \frac{5}{7}\triangle OAP = \frac{5}{7}\left(\frac{3}{20}S\right) = \frac{3}{28}S$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BP}$: $\overline{PE}$ = 3 : 4 이고, $\triangle DPC = 100cm^2$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



① $30cm^2$　② $40cm^2$　③ $60cm^2$

④ $70cm^2$　⑤ $75cm^2$

해설

평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P를 잡을 때,

$\triangle ABP + \triangle DPC = \frac{1}{2}\square ABCD \cdots$ ㉠

또한, $\overline{CD}$ 위의 한 점 E를 잡을 때,

$\triangle ABE = \frac{1}{2}\square ABCD \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\triangle ABP + \triangle DPC = \triangle ABE$ 이고,

$\triangle ABE = \triangle ABP + \triangle APE$ 이므로

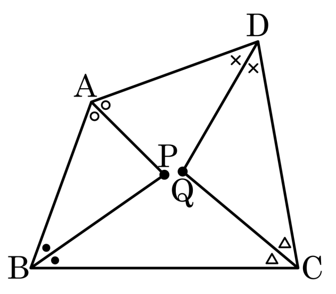
$\triangle APE = \triangle DPC = 100(cm^2)$

$\overline{BP} : \overline{PE} = 3 : 4$ 에서 $\triangle ABP : \triangle APE = 3 : 4$ 이므로

$\triangle ABP : 100 = 3 : 4$

$\therefore\ \triangle ABP = 75(cm^2)$

19. 사각형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 P , $\angle C$ 와 $\angle D$ 의 이등분선의 교점을 Q 라 할 때, $\angle APB + \angle DQC$ 의 크기를 구하여라.

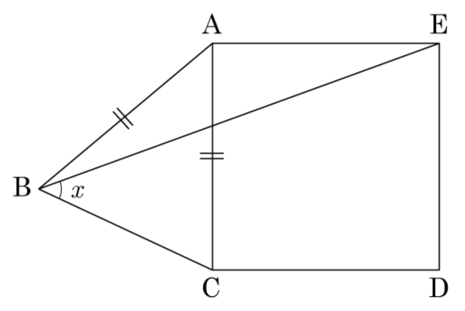


① 90° ② 150° ③ 180° ④ 210° ⑤ 240°

해설

$\angle PAB = a$, $\angle PBA = b$, $\angle DCQ = c$, $\angle CDQ = d$ 라 하면,
□ABCD 에서
$2a + 2b + 2c + 2d = 360° \therefore\ a + b + c + d = 180°$
△ABP 와 △DQC 에서
$a + b + \angle APB + c + d + \angle DQC = 360°$
$\therefore\ \angle APB + \angle DQC = 180°$

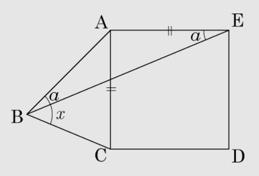
20. 다음 그림에서 □ACDE 는 정사각형이고 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

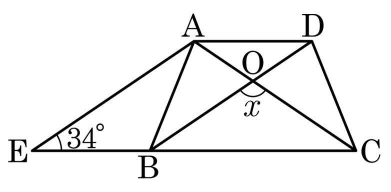
▷ 정답 : 45°

해설



i) $\angle ABE = \angle AEB = a$ 라 하면,
$\angle BAE = 180° - 2a$ 이고,
$\angle CAE = 90°$ 이므로
$\angle BAC = (180° - 2a) - 90° = 90° - 2a$
ii) $\overline{AB} = \overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로,
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고,
$\angle BAC = 90° - 2a$ 이므로,
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}\{180° - (90° - 2a)\} = 45° + a$
또한, $\angle ABC = \angle ABE + \angle x$ 이므로,
$a + \angle x = 45° + a$
$\therefore \angle x = 45°$

21. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AE} /\!/ \overline{DB}$, $\angle AEB = 34°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



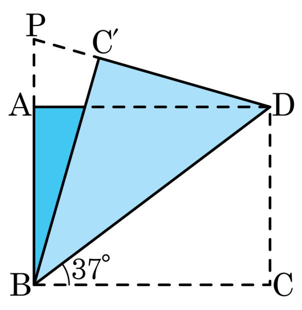
▶ 답 : °

▷ 정답 : 112°

해설

사각형 ABCD의 두 대각선의 교점을 점 O라고 하면,
$\overline{AE} /\!/ \overline{DB}$이므로 $\angle AEB = \angle OBC = 34°$($\because$ 동위각)
$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서 $\overline{BC}$는 공통,
등변사다리꼴의 성질에 의하여 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$이므로
$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$
따라서 $\angle DBC = \angle ACB$이므로 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \angle BOC = \angle x = 180° - (2 \times 34°) = 112°$

22. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 의 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 점 C 가 점 C′ 에 오도록 접었다. $\overline{AB}$ 와 $\overline{DC'}$ 의 연장선과의 교점을 P 라 하고 $\angle DBC = 37°$ 일 때, $\angle P$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $74°$

해설

$\triangle BCD \equiv \triangle BC'D$

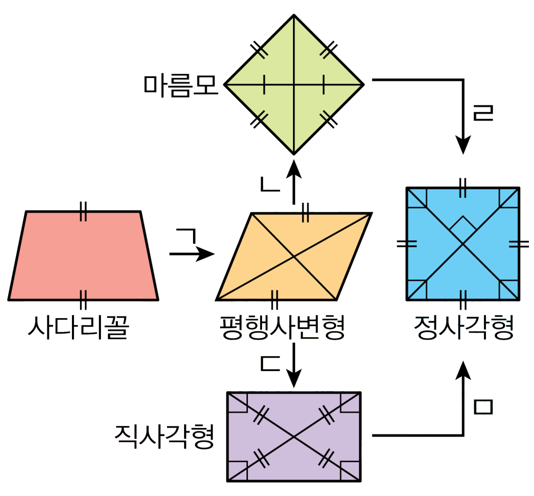
$\angle CBD = \angle C'BD = 37°$,

$\angle C'DB = 180° - (90° + 37°) = 53°$,

$\angle ABD = 90° - 37° = 53°$

$\triangle PBD$ 에서 $\angle P = 180° - (53° + 53°) = 74°$

23. 다음 그림은 사각형들 사이의 포함 관계를 나타낸 것이다. ㄱ~ㅁ 중 각 도형이 되기 위한 조건으로 옳지 않은 것은?



① ㄱ. 다른 한 쌍의 대변도 평행하다.

② ㄴ. 두 대각선이 직교한다.

③ ㄷ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

④ ㄹ. 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

⑤ ㅁ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 $90°$ 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

24. 다음 보기와 같이 대각선의 성질과 사각형을 옳게 짝지은 것은?

보기

㉠ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉡ 두 대각선의 길이가 같다.

㉢ 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

㉣ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

① 등변사다리꼴 : ㉠, ㉡

② 평행사변형 : ㉠, ㉢

③ 마름모 : ㉠, ㉢, ㉣

④ 직사각형 : ㉠, ㉡, ㉢

⑤ 정사각형 : ㉠, ㉢, ㉣

해설

① 등변사다리꼴 : ㉡
② 평행사변형 : ㉠
④ 직사각형 : ㉠, ㉡
⑤ 정사각형 : ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

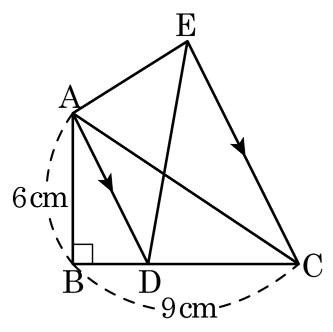
25. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 등변사다리꼴이다.
② 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
③ 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.
④ 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형은 마름모이다.
⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형은 마름모이다.

해설

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형이다.

26. 다음 그림에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$, $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $18\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

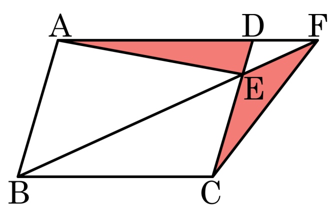
$\triangle ABD$와 $\triangle ADC$에서 높이는 같고 밑변은 $1 : 2$이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 1 : 2$

$\triangle ADC = \triangle ABC \times \dfrac{2}{1+2} = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 9 \times \dfrac{2}{3} = 18(\text{cm}^2)$

$\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$이므로 $\triangle ADE \triangle ADC$의 밑변과 높이가 같다.

$\therefore \triangle ADE = \triangle ADC = 18(\text{cm}^2)$

27. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{DE}} : \overline{\mathrm{EC}} = 1 : 3$ 이다. $\square\mathrm{ABCD}$ 의 넓이가 60 일 때, $\triangle\mathrm{ADE} + \triangle\mathrm{FEC}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\triangle\mathrm{ADE}$ 와 $\triangle\mathrm{BCE}$ 는 높이는 같고 밑변이 $1 : 3$ 이므로 $\triangle\mathrm{ADE} : \triangle\mathrm{BCE} = 1 : 3$

$\triangle\mathrm{ADE} = \triangle\mathrm{ACD} \times \frac{1}{1+3} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} \times \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{8}\square\mathrm{ABCD}$

$\triangle\mathrm{BCE} = 3\triangle\mathrm{ADE} = \frac{3}{8}\square\mathrm{ABCD}$

$\overline{\mathrm{AF}} \,//\, \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로

$\triangle\mathrm{FBC} = \triangle\mathrm{DBC} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$

$\triangle\mathrm{FEC} = \triangle\mathrm{FBC} - \triangle\mathrm{BCE} = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\right) \times \square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{8}\square\mathrm{ABCD}$

$\therefore \triangle\mathrm{ADE} + \triangle\mathrm{FEC} = \frac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{4} \times 60 = 15$

28. 다음 보기 중에서 서로 닮은 도형은 모두 몇 개인가?

보기

두 구, 두 정사면체, 두 정팔각기둥,
두 원뿔, 두 정육면체, 두 정육각형,
두 마름모, 두 직각삼각형, 두 직육면체,
두 원기둥, 두 직각이등변삼각형

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 4 개

해설

서로 닮은 도형은 구와 정사면체, 정육각형, 정육면체, 직각이등변삼각형이다.

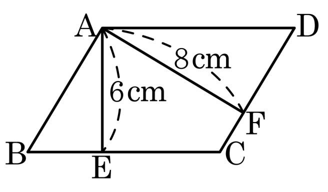
29. 닮음비가 $4:5$ 인 두 정사각형이 있다. 이 두 정사각형의 둘레의 합이 $72\mathrm{cm}$ 일 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $b\,\mathrm{cm}$ 라고 하자. $a+b$ 의 값은?

① 8　② 10　③ 18　④ 32　⑤ 40

해설

두 정사각형의 둘레의 합이 72cm 이므로 작은 정사각형의 둘레는 $72\times\frac{4}{9}=32(\mathrm{cm})$, 큰 정사각형의 둘레는 $72\times\frac{5}{9}=40(\mathrm{cm})$ 이다. 따라서 한 변의 길이는 각각 $a=8,\ b=10$ 이다.
$\therefore a+b=8+10=18$

30. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 변 BC, CD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{AB} : \overline{AD}$ 를 구하라.



① 2 : 3　② 1 : 2　③ 4 : 5　④ 1 : 3　⑤ 3 : 4

해설

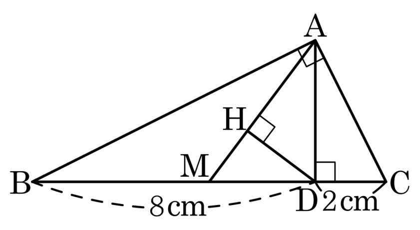
$\angle B = \angle D$, $\angle AEB = \angle AFD = 90°$ 이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle ADF$ (AA 닮음)

$\overline{AE} : \overline{AF} = 6 : 8 = 3 : 4$

$\therefore$ $\overline{AB} : \overline{AD} = 3 : 4$

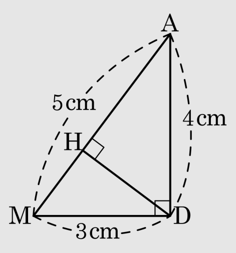
31. 다음 그림의 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{DH} \perp \overline{AM}$ 이다. $\overline{BD} = 8cm$, $\overline{CD} = 2cm$ 일 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{12}{5}cm$　② 8cm　③ $\frac{17}{5}cm$
④ 9cm　⑤ $\frac{19}{5}cm$

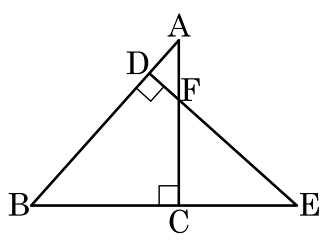
해설

i) $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC} = 8 \times 2 = 16$
$\therefore \overline{AD} = 4(cm)$ $(\because \overline{AD} > 0)$



점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\overline{BM} = \overline{CM} = \overline{AM} = 5cm$
$\overline{MD} = 5 - 2 = 3$
ii) $\overline{MD} \times \overline{AD} = \overline{AM} \times \overline{DH}$ 이므로
$3 \times 4 = 5 \times \overline{DH}$
$\therefore \overline{DH} = \frac{12}{5}cm$

32. 다음 그림에서 $\angle FDA = \angle FCE = 90°$, $\overline{AB} = 15$, $\overline{EB} = 18$, $\overline{BC} : \overline{CE} = 5 : 4$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



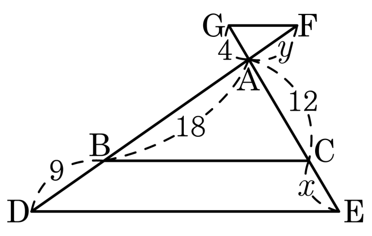
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서 조건에 의하여
$\angle FDA = \angle FCE = 90°$,
$\angle B$ 는 공통이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)
$\overline{AB} : \overline{EB} = \overline{BC} : \overline{BD}$, $\overline{BC} : \overline{CE} = 5 : 4$이므로 $\therefore$ $\overline{BD} = 12$
$\overline{BC} = 10$
$15 : 18 = 10 : \overline{BD}$
따라서 $\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = 15 - 12 = 3$ 이므로 $\overline{AD} = 3$ 이다.

33. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BC}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{DE}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{FG}}$ 일 때, $x-y$ 의 값은?



① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{AC}} : \overline{\mathrm{CE}}$

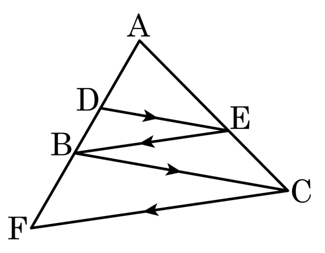
$\Leftrightarrow\ 18 : 9 = 12 : x \qquad \therefore\ x = 6$

$\overline{\mathrm{AF}} : \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{AC}}$

$\Leftrightarrow\ y : 18 = 4 : 12 \qquad \therefore\ y = 6$

$\therefore\ x - y = 6 - 6 = 0$

34. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{BE}}//\overline{\mathrm{FC}}$, $\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DB}} = 3 : 2$ 일 때, $\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DB}} : \overline{\mathrm{BF}}$ 의 값은?



① $3 : 2 : 5$　　② $3 : 2 : 6$　　③ $6 : 4 : 9$

④ $9 : 6 : 8$　　⑤ $9 : 6 : 10$

해설

$\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DB}} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \frac{3}{5}\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{DB}} = \frac{2}{5}\overline{\mathrm{AB}}$

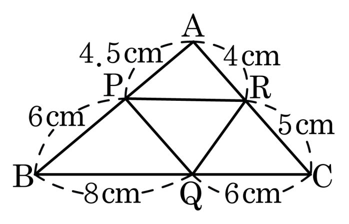
$\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DB}} = 3 : 2$

$\overline{\mathrm{BE}}//\overline{\mathrm{FC}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{EC}} = 3 : 2$

$\overline{\mathrm{BF}} = \frac{2}{3}\overline{\mathrm{AB}}$

$$\begin{aligned} \therefore\ \overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{BF}} &= \frac{3}{5}\overline{\mathrm{AB}} : \frac{2}{5}\overline{\mathrm{AB}} : \frac{2}{3}\overline{\mathrm{AB}} \\ &= \frac{3}{5} : \frac{2}{5} : \frac{2}{3} \\ &= 9 : 6 : 10 \end{aligned}$$

35. 다음 그림을 보고 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?



보기

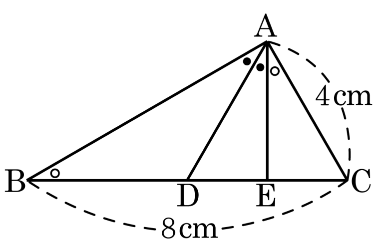
㉠ $\triangle APR \backsim \triangle ACB$
㉡ $\overline{PR} \,//\, \overline{BC}$
㉢ $\overline{PQ} \,//\, \overline{AC}$
㉣ $\triangle CRQ \backsim \triangle CAB$
㉤ $\triangle BQP \backsim \triangle BCA$

① ㉠, ㉤ ② ㉡, ㉣, ㉤ ③ ㉢, ㉤
④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉢$\overline{BP} : \overline{PA} = \overline{BQ} : \overline{QC}$ 라면, $\overline{PQ} // \overline{AC}$ 이다.
$6 : 4.5 = 8 : 6$ 이므로 $\overline{PQ} // \overline{AC}$ 이다.
㉤ $\overline{BP} : \overline{BA} = \overline{BQ} : \overline{BC} = 4 : 7$, $\angle B$ 는 공통이므로 $\triangle BQP \backsim \triangle BCA$ (SAS 닮음) 이다.

36. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle CAE$, $\angle BAD = \angle DAE$ 이고 $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.

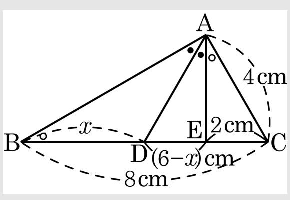


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

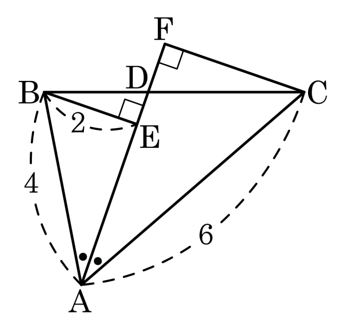
해설

$\triangle CAE$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle C$ 가 공통,
$\angle ABC = \angle CAE$ 이므로
$\triangle CAE \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)
$\overline{AC}^2 = \overline{CE} \times \overline{CB}$
$4^2 = \overline{CE} \times 8$
$\therefore\ \overline{CE} = 2\text{cm}$
또한, $\overline{BC} : \overline{BA} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 에서
$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{BC} \times \overline{AE}$
$4\overline{AB} = 8\overline{AE} \to \overline{AB} : \overline{AE} = 2 : 1$
$\overline{BD} = x$ 라 하면 $\overline{DE} = 6 - x$ 이므로



$\triangle ABE$ 에서 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DE}$
$2 : 1 = x : (6 - x)$
$\therefore\ x = 4$
따라서 $\overline{BD} = 4\text{cm}$ 이다.

37. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 점 B, C 에서 $\overline{AD}$ 또는 그 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{CF}$ 의 길이는?



① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

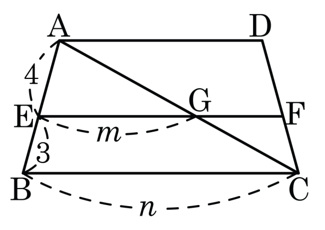
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ACF$ 는 닮음이다.

$\therefore\ 4 : 2 = 6 : \overline{CF}$

$\therefore\ \overline{CF} = 3$

38. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}\,//\,\overline{EF}\,//\,\overline{BC}$ 이고, $\overline{AE}=4$, $\overline{EB}=3$, $m+n=22$ 일 때, m 의 값은?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

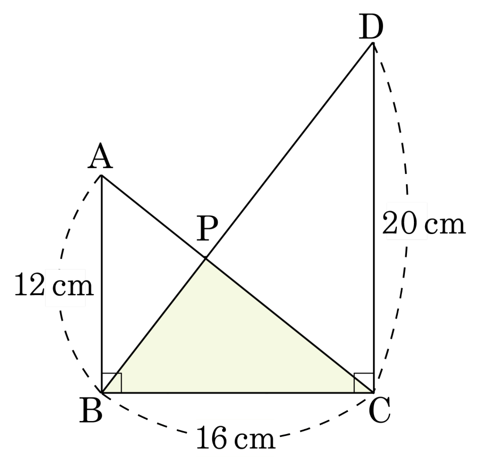
$m:n=4:7$

$4n=7m$

$m+n=m+\frac{7}{4}m=\frac{11}{4}m=22$

$\therefore\ m=8$

39. 다음 그림에서 $\angle B = \angle C = 90°$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이는?



① $20cm^2$　② $30cm^2$　③ $40cm^2$
④ $50cm^2$　⑤ $60cm^2$

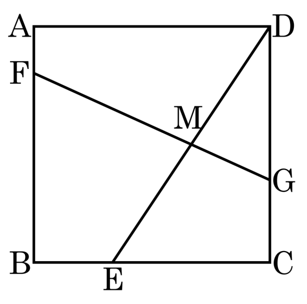
해설

점 P 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AB} // \overline{PH} // \overline{DC}$ 이므로

$\overline{PH} = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{DC}}{\overline{AB} + \overline{DC}} = \dfrac{12 \times 20}{12 + 20} = \dfrac{15}{2}(cm)$ 이다.

$\therefore \ \triangle PBC = \dfrac{1}{2} \times \overline{PH} \times \overline{BC} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{15}{2} \times 16 = 60(cm^2)$

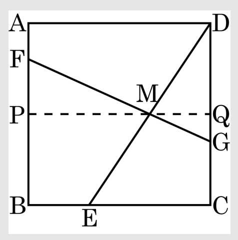
40. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{DM} = \overline{EM}$ 이고, $\overline{CE} = 8$, 선분 GM 이 5 일 때, 선분 FM 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



점 M 을 지나고 선분 AD 와 평행한 직선이 선분 AB , 선분 CD 와 만나는 점을 P, Q 라 두면,

$\triangle$DEC 에서 삼각형 중점연결 정리에 의해,

$\overline{MQ} = \frac{1}{2}\overline{CE} = 4$

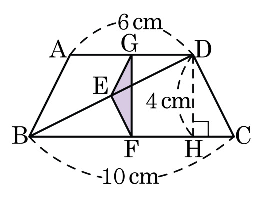
$\overline{PM} = \overline{PQ} - \overline{MQ} = 8$

$\triangle$FMP 와 $\triangle$GMQ 는 닮음이므로,

$\overline{FM} : \overline{GM} = \overline{PM} : \overline{MQ} = 8 : 4 = 2 : 1$

$\therefore \overline{FM} = 10$

41. 사다리꼴 ABCD 에서 점 G, E, F 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle$GEF 의 넓이를 구하면?



① $1\,\text{cm}^2$ ② $2\,\text{cm}^2$ ③ $3\,\text{cm}^2$ ④ $4\,\text{cm}^2$ ⑤ $5\,\text{cm}^2$

해설

$\square\text{ABFG} = (3+5)\times 4\times\frac{1}{2} = 16(\text{cm}^2)$

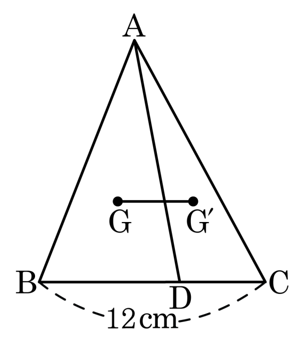
$\square\text{ABEG} = \frac{3}{4}\triangle\text{ABD} = \frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times 6\times 4 = 9(\text{cm}^2)$

$\triangle\text{BEF} = \frac{1}{4}\triangle\text{BDC} = \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times 10\times 4 = 5(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle\text{GEF} = \square\text{ABFG} - (\square\text{ABEG} + \triangle\text{BEF})$

$= 16 - (9+5) = 2(\text{cm}^2)$

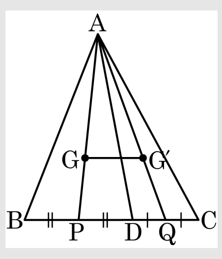
42. 다음 그림에서 점 G, G′ 은 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 무게중심이다. $\overline{BC}=12\text{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이는?



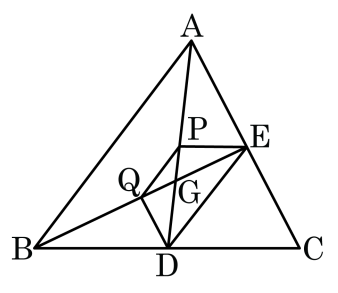
① 1cm　② 2cm　③ 3cm　④ 4cm　⑤ 5cm

해설

$\overline{AG}$ 와 $\overline{AG'}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 P, Q라고 하면
$\overline{BP}=\overline{PD}$, $\overline{DQ}=\overline{CQ}$
$\therefore \overline{PQ}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=6\,(\text{cm})$
$\triangle AGG'$ 과 $\triangle APQ$ 에서 $\overline{AG'}:\overline{G'Q}=2:1$, $\overline{AG}:\overline{GP}=2:1$,
$\angle A$ 는 공통이므로 $\triangle AGG' \backsim \triangle APQ$
$\overline{GG'}:\overline{PQ}=\overline{AG}:\overline{AP}=2:3$ 이므로 $\overline{GG'}:6=2:3$
$3\overline{GG'}=12$
$\therefore \overline{GG'}=4\,(\text{cm})$



43. 다음 $\triangle ABC$ 에서 점 P, Q 는 각각 두 중선 $\overline{AD}$,$\overline{BE}$ 의 중점이다. $\triangle ABC = 48\,cm^2$ 일 때, $\square DEPQ$ 의 넓이를 구하면?



① $7\,cm^2$　　② $9\,cm^2$　　③ $10\,cm^2$

④ $12\,cm^2$　　⑤ $13\,cm^2$

해설

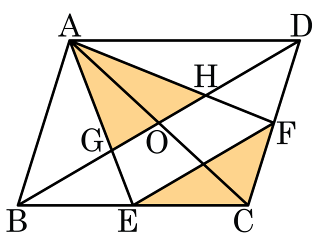
$\triangle PQG = \frac{1}{16}\triangle GAB = \frac{1}{16} \times \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{16} \times \frac{1}{3} \times 48 = 1(\,cm^2)$

$\triangle GQD = \triangle PGE = \frac{1}{4}\triangle GBD = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times 48 = 2(\,cm^2)$

$\triangle GDE = \frac{1}{4}\triangle ABG = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times 48 = 4(\,cm^2)$

$\therefore \square DEPQ = 1 + 2 + 2 + 4 = 9(\,cm^2)$

44. 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 변 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점이고 점 G, H 는 각각 대각선 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AE}, \overline{AF}$ 의 교점이다. $\triangle AGH$ 의 넓이가 10 일 때, $\triangle CFE$ 의 넓이를 구하면?



① 2　　② 4　　③ 6　　④ 7.5　　⑤ 10

해설

점 G, H 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로

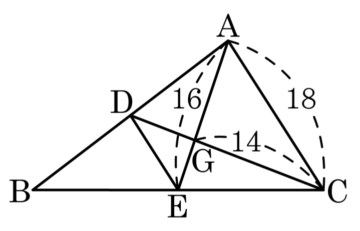
$\triangle AGH = \frac{1}{3}\triangle ABD$

$\triangle ABD = 10$ 이므로

$\triangle ABD = 30$ 이다.

따라서 $\triangle CFE = \frac{1}{4}\triangle BCD = \frac{1}{4}\triangle ABD = 7.5$ 이다.

45. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이다. $\triangle$GDE의 둘레는?



① $\frac{14}{3}$　② 22　③ $\frac{16}{3}$　④ 52　⑤ $\frac{64}{3}$

해설

점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로 $\overline{DG} = \frac{14}{2} = 7$, $\overline{EG} = 16 \times \frac{1}{3} = \frac{16}{3}$, $\overline{DE} = \frac{18}{2} = 9$ 이다.

따라서 둘레의 길이는 $7 + \frac{16}{3} + 9 = \frac{64}{3}$ 이다.

46. 제과점에서 판매하는 케이크의 가격이 다음 표와 같을 때, x의 값은?
(단, 케이크의 두께는 같고 내용물도 같으며 가격은 넓이에 비례한다.)

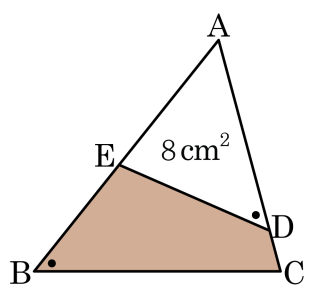
	지름의 길이	가격
Small	20 cm	12,000원
Large	30 cm	x

① 18,000 원　② 24,000 원　③ 27,000 원
④ 30,000 원　⑤ 33,000 원

해설

지름의 길이의 비가 2 : 3 이므로 넓이의 비는 4 : 9 이다. 가격은 넓이에 비례하므로 가격의 비도 4 : 9 이다. 따라서 x 의 값은 27,000 원이다.

47. 다음 그림에서 $\angle ADE = \angle ABC$, $\overline{AE} : \overline{AC} = 2 : 3$, $\triangle ADE = 8\text{cm}^2$ 일 때, $\square BCDE$ 의 넓이를 구하여라.



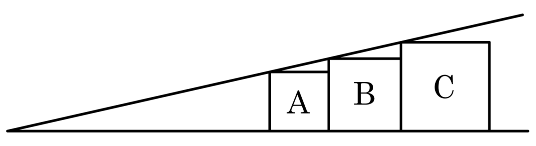
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $10\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

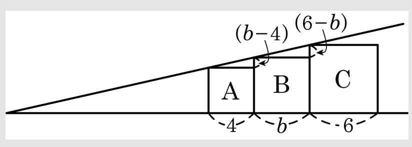
$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ 이고 그 닮음비가 $\overline{AC} : \overline{AE} = 3 : 2$ 이므로 넓이의 비는 $\triangle ABC : \triangle ADE = 9 : 4$ 이 된다.
$\triangle ADE = 8\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC : 8 = 9 : 4$ 이고, $\triangle ABC = 18(\text{cm}^2)$ 가 된다.
따라서 $\square BCDE = \triangle ABC - \triangle ADE = 18 - 8 = 10(\text{cm}^2)$

48. 다음 그림에서 A, B, C 는 각각 정사각형이다. A, C 의 넓이가 각각 $16\text{cm}^2, 36\,\text{cm}^2$ 일 때, B 의 넓이를 바르게 구한 것은?



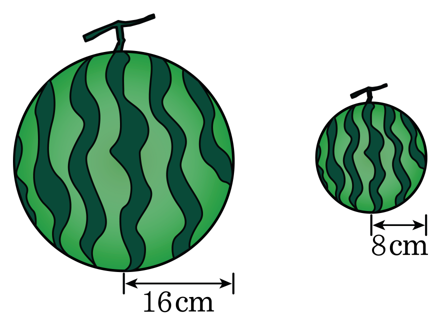
① $24\,\text{cm}^2$　② $32\,\text{cm}^2$　③ $40\,\text{cm}^2$
④ $48\,\text{cm}^2$　⑤ $56\,\text{cm}^2$

해설



A, C 는 각각 정사각형이므로 한 변의 길이는 4 cm, 6 cm 이다.
B 의 한 변의 길이를 b cm 라고 하면
$4 : (b-4) = b : (6-b)$
$24 - 4b = b^2 - 4b,\ b^2 = 24$
$\therefore$ B 의 넓이는 $24\,\text{cm}^2$ 이다.

49. 반지름의 길이가 16cm 인 수박 한 개는 반지름의 길이가 8cm 인 수박 몇 개와 부피가 같은지 구하여라.



▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 8 개

해설
반지름의 길이의 비가 2 : 1 이므로 부피의 비는 8 : 1 이다.
따라서 반지름의 길이가 16cm 인 수박 한 개는 반지름의 길이가 8cm 인 수박 8 개의 부피와 같다.

50. 변의 길이의 비가 $2:3$ 인 두 정육면체가 있다. 작은 정육면체의 부피가 8cm^3 일 때, 큰 정육면체의 부피를 구하여라.

▶ 답: ______ cm^3

▷ 정답: $27\ \text{cm}^3$

해설

변의 길이의 비가 $2:3$ 이므로 부피의 비는 $2^3 : 3^3 = 8:27$ 이다. 작은 정육면체의 부피가 8cm^3 이므로 큰 정육면체의 부피는 27cm^3 이다.