1. a, b, c의 값이 다음과 같이 주어질 때, $a \times b \times c$ 의 값을 바르게 구한 것은?

> $a \rightarrow$ 제곱근 36
> $b \rightarrow$ 3 의 양의 제곱근
> $c \rightarrow$ $\sqrt{(-3)^2}$ 의 음의 제곱근

① -18 ② 18 ③ $-18\sqrt{3}$
④ $18\sqrt{3}$ ⑤ 108

해설

$a =$ (제곱근 36) $= \sqrt{36} = 6$
$b =$ (3 의 양의 제곱근) $= \sqrt{3}$
$c =$ ($\sqrt{(-3)^2}$ 의 음의 제곱근) = (3 의 음의 제곱근) $= -\sqrt{3}$
$\therefore\ a \times b \times c = 6 \times \sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) = -18$

2. $\sqrt{72x}$ 가 자연수가 되기 위한 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 2$

해설

$\sqrt{72x} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 2 \times x} = 6\sqrt{2x}$
$x = 2$ 이면 자연수가 된다.

3. 다음 중 옳은 것은?

① 0 을 제외한 모든 수의 제곱근은 2 개이다.

② $\sqrt{(-4)^2}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.

③ $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9+16}$ 이다.

④ $2\sqrt{3} = \sqrt{6}$ 이다.

⑤ π 는 유리수이다.

해설

① 음수의 제곱근은 없다.
③ $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$
④ $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$
⑤ π 는 무리수이다.

4. $\sqrt{\frac{6}{5}} \div \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{20}{3}}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\sqrt{\frac{6}{5}} \div \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{20}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = 2$$

5. $\dfrac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = a\sqrt{10}+b\sqrt{15}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a \div b$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{10}}{5} - \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$\dfrac{2\sqrt{10}}{5} - \dfrac{\sqrt{15}}{5} = a\sqrt{10}+b\sqrt{15}$ 이므로

$$\therefore a = \frac{2}{5},\ b = -\frac{1}{5}$$

$$\therefore a \div b = \frac{2}{5} \div \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{2}{5} \times \left(-\frac{5}{1}\right) = -2$$

6. x 가 유리수 일 때, $(2+x\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 x 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x=\frac{2}{3}$

해설

식 $(2+x\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=6-2\sqrt{2}+3x\sqrt{2}-2x$ 가 유리수가 되어야 하므로 $-2\sqrt{2}+3x\sqrt{2}=0$ 이 되어야 한다. 따라서 $-2+3x=0$ 이므로 $x=\frac{2}{3}$ 이다.

7. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$ ② $b - a < 0$ ③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$ ⑤ $a + 1 > 0$

해설

① $a - b = \sqrt{8} - 3 - \left(-\sqrt{7} + \sqrt{8}\right)$

$= \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$

$\therefore\ a - b < 0$

② $b - a = -\sqrt{7} + \sqrt{8} - \left(\sqrt{8} - 3\right)$

$= -\sqrt{7} + 3 = \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$

$\therefore\ b - a > 0$

③ 좌변$= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$

우변$= 3 = \sqrt{9}$

$\therefore\ b + \sqrt{7} < 3$

④ $a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$

$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$

$\therefore\ ab < 0$

⑤ $a + 1 = \left(\sqrt{8} - 3\right) + 1 = \sqrt{8} - 2 = \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0$

$\therefore\ a + 1 > 0$

8. 다음 중 $\sqrt{30} = 5.477$ 을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 없는 것은?

① $\sqrt{0.003}$ ② $\sqrt{0.03}$ ③ $\sqrt{0.3}$
④ $\sqrt{3000}$ ⑤ $\sqrt{300000}$

해설

① $\sqrt{0.003} = \sqrt{30 \times 0.0001} = 0.01\sqrt{30}$
② $\sqrt{0.03} = \sqrt{3 \times 0.01} = 0.1\sqrt{3}$
③ $\sqrt{0.3} = \sqrt{30 \times 0.01} = 0.1\sqrt{30}$
④ $\sqrt{3000} = \sqrt{30 \times 100} = 10\sqrt{30}$
⑤ $\sqrt{300000} = \sqrt{30 \times 10000} = 100\sqrt{30}$

9. 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

㉡ 5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$ 이다.

㉢ -9 의 제곱근은 -3 이다.

㉣ 0 의 제곱근은 0 이다.

㉤ 음수의 제곱근은 1 개이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉢ -9 의 제곱근은 존재하지 않는다.
㉤ 음수의 제곱근은 없다.

10. $a>0$, $b<0$ 일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{(-b)^2}-\sqrt{4a^2}-\sqrt{b^2}$ 을 간단히 하면?

① $-a-b$　② $-a-2b$　③ a

④ $-a$　⑤ $-a+2b$

해설

$a>0$이므로 $2a>0$,

$b<0$이므로 $-b>0, b<0$

$(\sqrt{a})^2+\sqrt{(-b)^2}-\sqrt{(2a)^2}-\sqrt{b^2}$

$=a+(-b)-(2a)-(-b)$

$=a-b-2a+b=-a$

11. $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$\sqrt{3}-1>0$ 이므로 $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}=\sqrt{3}-1$

$\sqrt{3}-2<0$ 이므로

$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}=-(\sqrt{3}-2)=-\sqrt{3}+2$

$\therefore \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$

$=\sqrt{3}-1-\sqrt{3}+2=1$

12. 다음 중 무리수인 것은 모두 몇 개인가?

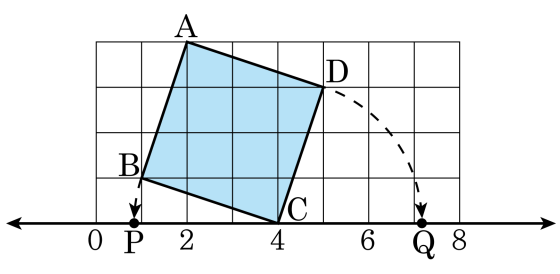
$\sqrt{2}+3$, $-\sqrt{0.04}$, $\frac{\pi}{4}$
$\sqrt{(-13)^2}$, $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$, $-\frac{\sqrt{25}}{9}$

① 6 개 ② 5 개 ③ 4 개 ④ 3 개 ⑤ 2 개

해설

유리수 : $-\sqrt{0.04}=-0.2$, $\sqrt{(-13)^2}=13$,
$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}=\sqrt{16}=4$, $-\frac{\sqrt{25}}{9}=-\frac{5}{9}$
$\therefore$ 무리수인 것은 $\sqrt{2}+3$, $\frac{\pi}{4}$ (2 개)

13. □ABCD 는 정사각형이다. 점 P, Q 를 수직선 위에 놓을 때, 좌표 P(a), Q(b) 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $a+b=8$

해설

P(a) $=4-\sqrt{10}$, Q(b) $=4+\sqrt{10}$

$a+b=4-\sqrt{10}+4+\sqrt{10}=8$

14. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

㉡ $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.

㉣ -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.

㉤ 1과 2사이에는 2개의 무리수가 있다.

㉥ $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$사이에는 1개의 자연수가 있다.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

해설

㉠. ○ 두 자연수 2 와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
㉣. × -2 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.(-1, 0, 1 3개가 있다.)
㉤. × 1 과 2 사이에는 2 개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
㉥. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1 개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

15. $\sqrt{3} \times \sqrt{50} \div \sqrt{a} \times \sqrt{160} = 10\sqrt{5}$ 일 때, a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 48$

해설

$$\sqrt{3} \times \sqrt{50} \times \frac{1}{\sqrt{a}} \times \sqrt{160} = 10\sqrt{5}$$

$$\sqrt{a} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{50} \times \sqrt{160}}{10\sqrt{5}}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{\frac{3 \times 50 \times 160}{10 \times 10 \times 5}}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{48}$$

$\therefore\ a = 48$

16. $x=\sqrt{5}$, $y=\sqrt{2}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{20}=xy^2$　② $100=x^2y^2$　③ $0.2=\dfrac{y}{10}$

④ $\sqrt{50}=x^2y$　⑤ $\dfrac{\sqrt{2}}{5}=\dfrac{y}{x^2}$

해설

② $x^2y^2=(xy)^2=\left(\sqrt{10}\right)^2=10$

$\therefore 100=10^2=\left(x^2y^2\right)^2=x^4y^4$

③ $\sqrt{0.2}=\sqrt{\dfrac{20}{100}}=\dfrac{\sqrt{2^2\times5}}{10}=\dfrac{2}{10}\sqrt{5}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}=\dfrac{x}{5}$

17. 곱셈공식을 이용하여 $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ 를 계산하면?

① $-2\sqrt{15}$ ② $2\sqrt{15}$ ③ -8

④ 8 ⑤ $8-2\sqrt{15}$

해설

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$
$$=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{2}-\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2}{-2}$$
$$=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2+(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2}{2}$$
$$=\frac{5+3-2\sqrt{15}+3+5+2\sqrt{15}}{2}$$
$$=\frac{16}{2}=8$$

18. $-4 < -\sqrt{x} \leq -3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

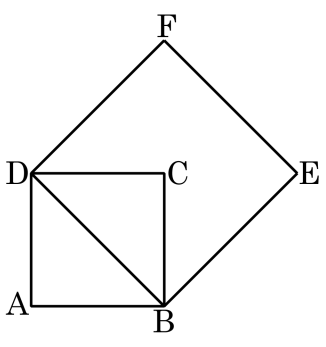
해설

$3 \leq \sqrt{x} < 4$

$9 \leq x < 16$

$\therefore\ x = 9,\ 10,\ \cdots,\ 15$ (7 개)

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$를 한 변으로 하는 정사각형 DBEF가 있다. DBEF의 대각선을 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 16π

해설

한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$의 길이는 $4\sqrt{2}$
한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$인 정사각형 DBEF의 대각선의 길이는 $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$이다.
따라서 반지름이 8인 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi$이다.

20. $\sqrt{x+14}=3\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{x}$ 의 값을 구하라. (단, $x>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{x}=2$

해설

$\sqrt{x+14}=\sqrt{18}$
$x+14=18$
$\therefore x=4$
$\therefore \sqrt{x}=2$

21. $\sqrt{ab}=3$ 일 때, $\sqrt{ab}-\dfrac{5a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\dfrac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값을 구하여라. (단, $a>0$, $b>0$)

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$$\sqrt{ab}-\frac{5\sqrt{a^2b}}{\sqrt{a}}+\frac{2\sqrt{ab^2}}{\sqrt{b}}$$
$$=\sqrt{ab}-5\sqrt{ab}+2\sqrt{ab}$$
$$=3-5\times3+2\times3=-6$$

22. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}+\sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 11

해설

$5>2\sqrt{5}$ 이므로

$$\begin{aligned}&\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}+\sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}\\&=|5-2\sqrt{5}|+|2\sqrt{5}-5|\\&=5-2\sqrt{5}-(2\sqrt{5}-5)\\&=5-2\sqrt{5}-2\sqrt{5}+5\\&=10-4\sqrt{5}\end{aligned}$$

$\therefore\ a+b=10-4=6$

23. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$ ② $\sqrt{9}$ ③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$ ⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

24. $x>0$, $y<0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(x-y)^2}=x-y$
㉡ $\sqrt{x^2}+\sqrt{y^2}+\sqrt{(y-x)^2}=2x$
㉢ $\sqrt{x^2}-\sqrt{y^2}-\sqrt{(x-y)^2}=2y$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠,㉡ ⑤ ㉠,㉢

해설

㉠ $x-y>0$, $\sqrt{(x-y)^2}=x-y$

㉡ $y-x<0$,

$\sqrt{x^2}+\sqrt{y^2}+\sqrt{(y-x)^2}$

$=x+(-y)-(y-x)=2x-2y$

㉢ $\sqrt{x^2}-\sqrt{y^2}-\sqrt{(x-y)^2}$

$=x-(-y)-(x-y)$

$=x+y-x+y=2y$

25. $\sqrt{35}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{140}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $2a-1$

해설

$a=\sqrt{35}-5$
$11<\sqrt{140}<12$ 이므로
$\sqrt{140}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{140}-11$ 이다.
$\sqrt{140}-11=2\sqrt{35}-11=2\left(\sqrt{35}-5\right)-1=2a-1$