

1. 다음은 분수를 소수로 바꾸는 과정이다. ㉔에 들어갈 숫자로 옳은 것을 고르면?

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times \text{㉓}}{5^2 \times \text{㉔}} = \frac{\text{㉔}}{100} = \text{㉔}$$

- ① 2
- ② 2²
- ③ 8
- ④ 12
- ⑤ 0.12

해설

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{12}{100} = 0.12$$

∴ ㉔ = 12

2. 두 분수 $\frac{x}{60}$, $\frac{x}{108}$ 가 유한소수일 때, x 의 값 중 가장 큰 자연수를 구하여라. (단, x 는 두 자리 수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$\frac{x}{60} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 5}$, $\frac{x}{108} = \frac{x}{2^2 \times 3^3}$ 유한소수가 되려면
 x 는 3^3 의 배수 중 가장 큰 두 자리 수
 $\therefore x = 81$

3. 순환소수 $x = 1.1\dot{2}5\dot{7}$ 을 분수로 나타낼 때, 가장 편리한 계산식은?

- ① $10x - x$
- ② $100x - x$
- ③ $1000x - 10x$
- ④ $10000x - 10x$
- ⑤ $10000x - 100x$

해설

$$\begin{array}{r} 10000x=11257.257257\cdots \\ -) \quad 10x= \quad 11.257257\cdots \\ \hline 9990x=11246 \end{array}$$
$$\therefore x = \frac{11246}{9990} = \frac{5623}{4995}$$

4. 다음은 $0.\dot{0}1 = \frac{1}{99}$ 임을 이용하여 $5.1\dot{6}$ 을 분수로 고치는 과정을 나타낸 것이다. 안에 알맞은 수를 차례대로 구하여라.

$$\begin{aligned} 5.1\dot{6} &= 5 + 0.1\dot{6} \\ &= 5 + 0.161616\cdots \\ &= 5 + \text{} \times 0.\dot{0}1 \\ &= 5 + \text{} \times \frac{1}{99} \\ &= \frac{\text{}}{99} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 511

해설

$$\begin{aligned} 5.1\dot{6} &= 5 + 0.1\dot{6} \\ &= 5 + 0.161616\cdots = 5 + 16 \times 0.\dot{0}1 \\ &= 5 + 16 \times \frac{1}{99} = \frac{511}{99} \end{aligned}$$

5. 기약분수를 소수로 고치는 과정에서 A 는 분자를 잘못 보았더니 $0.\dot{3}4$ 로, B 는 분모를 잘못 보았더니 $0.5\dot{6}$ 이 되었다. 처음의 기약분수로 맞는 것은?

- ① $\frac{34}{90}$ ② $\frac{51}{99}$ ③ $\frac{17}{99}$ ④ $\frac{16}{99}$ ⑤ $\frac{17}{90}$

해설

$0.\dot{3}4 = \frac{34}{99}$ 에서는 분모를 맞게 본 것이므로 구하는 분수의 분모는 99 ,

$0.5\dot{6} = \frac{56-5}{90} = \frac{51}{90} = \frac{17}{30}$ 에서는 분자를 맞게 본 것이므로 구하는 분수의 분자는 17 이다.

따라서, 구하는 기약분수는 $\frac{17}{99}$

6. 다음을 계산하여 분수로 나타내면?

1 + 0.5 + 0.05 + 0.005 + 0.0005 + ⋯

- ① $\frac{15}{9}$
- ② $\frac{15}{90}$
- ③ $\frac{15}{99}$
- ④ $\frac{14}{9}$
- ⑤ $\frac{14}{90}$

해설

(주어진 식) = $1.\dot{5} = \frac{15 - 1}{9} = \frac{14}{9}$

7. 다음 수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열할 때 네 번째에 해당하는 것은?

① 0.453

② $0.4\dot{5}3$

③ $0.45\dot{3}$

④ $0.45\dot{3}$

⑤ 0.4530

해설

① 0.453

② $0.45353\cdots$

③ $0.4533\cdots$

④ $0.453453\cdots$

⑤ $0.4530530\cdots$

이므로 ② > ④ > ③ > ⑤ > ① 이다.

8. 부등식 $\frac{3}{10} < x \leq 2.9$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$2.9 = \frac{27}{9} = 3$$

$$\frac{3}{10} < x \leq 3$$

$$\therefore x = 1, 2, 3$$

즉, 3개

9. $\frac{2}{5} < 0.\dot{x} < \frac{6}{9}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 더하면?

① 3

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{2}{5} < \frac{x}{9} < \frac{6}{9}$$

$$\frac{18}{45} < \frac{5x}{45} < \frac{30}{45}$$

$$18 < 5x < 30$$

$$\frac{18}{5} < x < 6$$

만족하는 x 의 값은 4, 5이므로 모두 더하면 9이다.

10. x 에 관한 일차방정식 $x + 0.0\dot{7} = 0.\dot{4}$ 의 해를 구하면?

① $\frac{1}{99}$

② $\frac{1}{90}$

③ $\frac{11}{30}$

④ $\frac{2}{15}$

⑤ $\frac{5}{90}$

해설

$$x = 0.\dot{4} - 0.0\dot{7} = \frac{4}{9} - \frac{7}{90} = \frac{40 - 7}{90} = \frac{33}{90} = \frac{11}{30}$$

11. x 에 대한 일차방정식 $1.\dot{7}x + 2.\dot{4} = 2.\dot{1}x + 0.\dot{7}$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$$1.\dot{7}x + 2.\dot{4} = 2.\dot{1}x + 0.\dot{7}$$

$$\frac{16}{9}x + \frac{22}{9} = \frac{19}{9}x + \frac{7}{9}$$

$$16x + 22 = 19x + 7$$

$$\therefore x = 5$$

12. 순환소수 $0.50\dot{2} = 452 \times a$, $0.\dot{3}2 = 32 \times b$ 일 때, a , b 의 값을 순환소수로 나타낸 것은?

- ① $a = 0.\dot{0}1$, $b = 0.\dot{0}1$
- ② $a = 0.0\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}1$
- ③ $a = 0.\dot{1}$, $b = 0.0\dot{1}$
- ④ $a = 0.00\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}1$
- ⑤ $a = 0.00\dot{1}$, $b = 0.00\dot{1}$

해설

$$0.50\dot{2} = \frac{502 - 50}{900} = 452 \times a$$
$$a = \frac{1}{900} = 0.00\dot{1}$$
$$0.\dot{3}2 = \frac{32}{99} = 32 \times b$$
$$b = \frac{1}{99} = 0.\dot{0}1$$

13. $x = 0.2\dot{7}$, $y = 0.\dot{3}8$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{76}$ ② $\frac{11}{38}$ ③ $\frac{33}{76}$ ④ $\frac{11}{19}$ ⑤ $\frac{55}{76}$

해설

$$x = 0.2\dot{7} = \frac{27-2}{90} = \frac{5}{18}$$

$$y = 0.\dot{3}8 = \frac{38}{99}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{38}{99}} = \frac{495}{684} = \frac{55}{76}$$

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $0.\dot{9} = 1$

② $0.2\dot{3}\dot{4} = \frac{116}{495}$

③ $\frac{3^4}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 은 유한소수로 나타낼 수 있다.

④ $0.250250250\cdots = 0.\dot{2}5\dot{0}$

⑤ $0.213\dot{4}$ 의 순환마디는 34 이다.

해설

③ $\frac{3^4}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{3^3}{2^2 \times 5 \times 7}$ 이므로 무한소수로 나타내어진다.

15. X 가 $\frac{1}{60}, \frac{2}{60}, \frac{3}{60}, \dots, \frac{99}{60}, \frac{100}{60}$ 이고,
 Y 가 유한소수일때, X 와 Y 의 공통해에서 자연수를 제외한 수의 갯수를
구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 k 는 3의 배수, 따라서 33개, 자연수는
아니므로 60의 배수 1개를 제외하면 32개이다.

16. $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + n$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a, n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\frac{2}{125} = \frac{2}{5^3}$ 의 분자, 분모에 2^3 을 곱하면 $\frac{2^4}{2^3 \times 5^3} = \frac{16}{10^3}$
 $\therefore a = 16, n = 3$
 $\therefore a + n = 16 + 3 = 19$

17. 분수 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100}$ 중에서 무한소수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 85 개

해설

분모가 $2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되면 유한소수이므로

① 2^x 꼴인 경우 : 6가지

② 5^y 꼴인 경우 : 2가지

③ $2^x \times 5^y$ 에서

㉠ $y = 1$ 일 때 $x = 1, 2, 3, 4$ 의 4가지

㉡ $y = 2$ 일 때 $x = 1, 2$ 의 2가지

따라서 무한소수가 아닌 수는 1을 포함하여 15개

$\therefore$ 85개

18. $\frac{7 \times a}{2 \times 5 \times b}$ 를 소수로 나타내면 무한소수일 때, 순서쌍 (a, b) 의 갯수를 구하여라.
(단, a, b 는 자연수이고, $1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 10$)

▶ 답: 개

▷ 정답 : 23개

해설

$\frac{7 \times a}{2 \times 5 \times b}$ 에서 분모에 2나 5이외의 수가 존재하면 되므로 순서쌍 (a, b) 의 갯수를 구하면 23개이다.

19. $\frac{1}{2 \times 5^2 \times x}$ 가 유한소수로 나타내어진다고 한다. 이때, x 가 될 수 있는 수는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, x 는 1 이상 30 이하인 자연수)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 9 개

해설

분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.
따라서 x 에 들어갈 숫자는
 $1, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 5^1, 5^2, 2^1 \times 5^1, 2^2 \times 5^1$ 으로 총 9개이다.

20. 분수 $\frac{21}{2^3 \times x \times 5}$ 을 소수로 나타내면 순환소수가 된다고 한다.
2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 중 x 가 될 수 있는 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

x 가 2, 4, 8, 5 이면 유한소수

x 가 3이면 $\frac{7}{2^3 \times 5}$, 7 이면 $\frac{3}{2^3 \times 5}$ 가 되어 유한소수

x 가 6 이면 $\frac{3 \times 7}{2^3 \times 2 \times 3 \times 5} = \frac{7}{2^3 \times 2 \times 5}$ 로 유한소수

순환소수가 되려면 $x = 9$

21. $\frac{a}{48}$ 를 소수로 나타내면 1보다 작은 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이라고 할 때, 이것을 만족하는 b 의 값을 모두 합하면?(단, a, b 는 자연수)

① 20 ② 24 ③ 28 ④ 48 ⑤ 63

해설

$\frac{a}{48} = \frac{a}{2^4 \times 3}$ 이므로 유한소수가 되려면 a 는 3의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{3}{b}$ 이라고 하였으므로,

a 는 $9 \times (2$ 의 거듭제곱) $, b$ 는 3보다 큰 2의 배수가 되어야 한다.

$a = 9, b = 16$ 또는 $a = 9 \times 2, b = 8$ 또는 $a = 9 \times 4, b = 4$

$\therefore 16 + 8 + 4 = 28$

22. $\frac{a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이다.
 a 가 두 자리의 자연수일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 73 ② 75 ③ 83 ④ 89 ⑤ 90

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수이려면 a 는 9 의 배수이어야
하고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이므로 a 는 7 의 배수이다.

따라서 a 는 $3^2 \times 7 \times n$ 인 두 자리의 자연수이므로 63 이다.

$\frac{63}{180} = \frac{7}{20}$ 이므로 $b = 20$ 이다.

따라서 $a + b = 83$ 이다.

23. 경식은 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것은?

① $4 \div 25$

② $3 \div 18$

③ $11 \div 50$

④ $7 \div 4$

⑤ $21 \div 14$

해설

② $3 \div 18 = 0.16666\ldots$ 이므로 순환마디가 6 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

24. 미영이는 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것을 모두 골라라.

☐ ㉠ $3 \div 25$	☐ ㉡ $3 \div 11$	☐ ㉢ $13 \div 50$
☐ ㉣ $5 \div 4$	☐ ㉤ $1 \div 3$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡ $\frac{3}{11} = 0.\dot{2}7$ 이므로 순환마디가 2,7인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

㉤ $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$ 이므로 순환마디가 3인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

25. 양의 기약분수 $\frac{a}{b}$ 에 대하여 $\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{99}{10y+z}$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.
(단, x, y, z 는 한 자리 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned}\frac{a}{b} &= 3.\dot{x} = \frac{30+x-3}{9} = \frac{27+x}{9} \\ \frac{a}{b} &= \frac{27+x}{9} = \frac{99}{10y+z} \text{ 에서 } x \text{ 가 한 자리의 자연수이므로} \\ \frac{(27+x) \times 3}{9 \times 3} &= \frac{81+3x}{27} = \frac{99}{10y+z}, \quad 81+3x=99 \\ \therefore x &= 6 \\ 10y+z &= 27 \\ \therefore y &= 2, z = 7 \\ x+y+z &= 6+2+7 = 15\end{aligned}$$

26. $\frac{15}{37}$ 의 소수 n 번째 자리의 숫자를 x_n 이라 할 때, 다음 계산결과를 자연수로 나타내어라.

$$x_1 + x_2 + 0.x_6 + 0.x_{58}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{15}{37} = 0.\dot{4}0\dot{5}$$
$$(\text{준식}) = 4 + 0 + 0.5 + 0.4 = 5$$

27. 분수 $\frac{36}{111}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{36}{111} = 0.324324\cdots = 0.\dot{3}2\dot{4}$
 $100 \div 3 = 33\cdots 1$ 이므로 소수점 아래 100 번째 숫자는 3 이다.

28. $x = \frac{4}{7}$ 일 때, $10^6x - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 571428

해설

$x = \frac{4}{7} = 0.571428571428 \dots$ 이고

$10^6x = 571428.571428 \dots$ 이므로

$10^6x - x = 571428$ 이다.

29. 순환소수 $0.\dot{a}b$ 가 $\frac{13}{33}$ 일 때, 순환소수 $0.\dot{b}a$ 를 기약분수로 나타내어라.
(단, a, b 는 한 자리의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{31}{33}$

해설

$$0.\dot{a}b = \frac{10a + b}{99} = \frac{13}{33}$$

$$\therefore 10a + b = 39 \cdots \textcircled{1}$$

a, b 는 한 자리의 자연수이므로 $a = 3, b = 9$

$$\therefore 0.\dot{b}a = 0.\dot{9}3 = \frac{93}{99} = \frac{31}{33}$$

30. 순환소수 $0.\dot{3}$ 와 $0.0\dot{2}$ 의 합을 $0.a\dot{b}$ 라고 할 때, $0.\dot{b}-0.0\dot{a}$ 를 순환소수로 나타낸 것은?

- ① $0.4\dot{8}$ ② $0.5\dot{2}$ ③ $0.5\dot{6}$ ④ $0.6\dot{0}$ ⑤ $0.6\dot{4}$

해설

$$0.\dot{3} + 0.0\dot{2} = \frac{3}{9} + \frac{2}{90} = 0.3\dot{5} \quad \therefore a = 3, b = 5$$

$$0.\dot{b} - 0.0\dot{a} = 0.5 - 0.0\dot{3} = \frac{5}{9} - \frac{3}{90} = \frac{47}{90} = 0.5\dot{2}$$

31. $1.\dot{6} = a \times 0.\dot{1}$ 일 때 a 와 $0.2\dot{6}$ 의 역수를 b 라 할 때, ab 의 값은?

- ① $\frac{125}{4}$ ② $\frac{145}{4}$ ③ $\frac{175}{4}$ ④ $\frac{225}{4}$ ⑤ $\frac{245}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{15}{9} &= a \times \frac{1}{9} & \therefore a &= 15 \\ 0.2\dot{6} &= \frac{24}{90} = \frac{4}{15} & \therefore b &= \frac{15}{4} \\ \therefore ab &= 15 \times \frac{15}{4} = \frac{225}{4}\end{aligned}$$

- 32.** 순환소수 6.2에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 10 개

해설

$6.\dot{2} = \frac{62-6}{9} = \frac{56}{9}$ 이므로 어떤 자연수는 9의 배수이어야 한다.
두 자리의 자연수 중 9의 배수는 18, 27, $\dots$, 99의 10개이다.

33. $\frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{1024}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= \frac{2^{-10}(2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10})}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= 2^{-10} = \frac{1}{1024} \end{aligned}$$

34. $64 \times 125 \times 256 \times 625$ 는 $n + 1$ 자리 자연수이다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} 64 \times 125 \times 256 \times 625 &= 2^6 \times 5^3 \times 2^8 \times 5^4 \\ &= 2^7 \times (2 \times 5)^7 \\ &= 2^7 \times 10^7 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식은 $64 \times 125 \times 256 \times 625 = 128 \times 10^7$ 이므로 10 자리의 자연수이다.

$$\therefore n = 9$$

35. 유리수 $x = \frac{n}{120}$ (n 은 120 미만의 자연수)일 때, 순환소수로만 나타낼 수 있는 x 의 값의 개수는?

- ① 29 ② 47 ③ 63 ④ 80 ⑤ 97

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$
 n 이 3의 배수이면 $\frac{n}{120}$ 은 유한소수
 $119 \div 3 = 39 \cdots 2$
 $\therefore 119 - 39 = 80$

36. 세 자리 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{315}$ 는 유한소수이고, $\frac{4x}{63}$ 는 어떤 자연수의 제곱이다. 이것을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 252

▷ 정답 : 567

해설

$\frac{x}{315} = \frac{x}{3^2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수가 되려면 x 는 63 의 배수이어야 한다.

즉, $x = 63k$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

$\frac{4x}{63} = \frac{4 \times 63k}{63} = 2^2 \times k$ 가 어떤 자연수의 제곱이므로

$\therefore k = 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, \dots$

이때, x 가 세 자리 자연수이므로

$k = 4$ 일 때, $x = 63 \times 4 = 252$

$k = 9$ 일 때, $x = 63 \times 9 = 567$

$\therefore x = 252, 567$

37. 분모가 12 이고 두 분수 $\frac{1}{4}$ 과 $\frac{5}{6}$ 사이에 있는 분수 중 유한소수를 모두 구하여라. (단, 분자는 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{6}{12}$

▷ 정답 : $\frac{9}{12}$

해설

$\frac{3}{12} < \frac{\square}{12} < \frac{10}{12}$ 이므로 3 과 10 사이의 자연수 중 3 의 배수인 6, 9 이다.

따라서 유한소수가 되는 분수는 $\frac{6}{12}, \frac{9}{12}$ 이다.

38. 분수 $\frac{x}{84}$ 를 소수로 고치면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{y}$ 이 된다고 한다. 이때, $x+y$ 값을 구하여라. (단, $y \neq 1$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

▷ 정답 : 128

해설

$$\frac{x}{84} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{3}{y} \Rightarrow x \text{ 는 } 3 \times 7 \times 3 \text{ 의 배수}$$

$x = 63$ 일 때 $y = 4$, $x = 126$ 일 때, $y = 2$ 이다.

$$\therefore 63 + 4 = 67, 126 + 2 = 128$$

39. $x = \frac{5}{6}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내려고 한다. 이때,

순환마디의 각 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x}{x} + \frac{1}{x}} \\&= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\&= x + \frac{x}{x+1}\end{aligned}$$

x 의 값을 대입하면

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{\frac{11}{5}} = \frac{5}{6} + \frac{5}{11} = \frac{85}{66} = 1.2878787 \dots$$

따라서 순환마디는 87이므로
각 수의 합은 $8 + 7 = 15$ 이다.

40. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분자를 잘못 보고 계산하여 $0.\dot{7}2$ 가 되었고 B 는 분모를 잘못 보고 계산하여 $0.78\dot{6}$ 이 되었다. 바르게 고친 답은?

① $5.\dot{3}2$ ② $5.3\dot{3}$ ③ $5.\dot{3}4$ ④ $5.\dot{3}5$ ⑤ $5.3\dot{6}$

해설

$$A : 0.\dot{7}2 = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}, B : 0.78\dot{6} = \frac{708}{900} = \frac{59}{75}$$

A 는 분모를, B 는 분자를 바르게 보았으므로 기약분수는 $\frac{59}{11}$ 이고, 순환소수로는 $5.3\dot{6}$ 이다.

41. 분수 $\frac{5}{13}$ 를 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 227

해설

$\frac{5}{13} = 0.38461\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개
 $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로
 $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (3 + 8 + 4 + 6 + 1 + 5) \times 8 + (3 + 8) = 227$

42. 다음 식을 만족하는 순환소수 x 의 순환마디의 각 자릿수의 합을 구하여라.

$$1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = 0.\dot{4}0\dot{5}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$(\text{우변}) = 0.40\dot{5} = \frac{405}{999} = \frac{45}{111}$$

$$(\text{좌변}) = 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$

$$= 1 - \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = 1 - \frac{x+1}{2x+1}$$

$$= \frac{x}{2x+1}$$

$$\frac{x}{2x+1} = \frac{45}{111} \text{ 이므로}$$

$$111x = 90x + 45$$

$$21x = 45$$

$$\therefore x = \frac{45}{21} = \frac{15}{7} = 2.14285\dot{7}$$

따라서 순환마디의 각 자릿수의 합은

$$1 + 4 + 2 + 8 + 5 + 7 = 27 \text{ 이다.}$$

43. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b, c, d 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b} = 0.cd\dot{}$ 일

때, a, b, c, d 의 값을 각각 구하여라.(단, $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 6$

▷ 정답 : $c = 8$

▷ 정답 : $d = 3$

해설

$0.cd\dot{}$ 를 분수로 고치면 분모가 90 이므로 b 는 90 의 약수 중 한 자리인 2, 3, 5, 6, 9 이다.

그런데 $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니므로 2, 5 는 만족하지 않는다.

또한 분모가 3, 9 이면 $0.\dot{x}$ 의 꼴이어야 하므로 만족하지 않는다.

$\therefore b = 6$

$\frac{a}{b} = 0.cd\dot{} < 1$ 이므로 $a < b$

$b = 6$ 일 때, $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 이고, a 와 b 는 서로소이어야 하므로 $a = 1, 5$ 이다.

$a = 1$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{1}{6} = 0.1\dot{6} = 0.cd\dot{}$ 에서 $a = c, b = d$ 이므로 성립하지 않는다.

$a = 5$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{5}{6} = 0.8\dot{3} = 0.cd\dot{}$ 에서 a, b, c, d 는 모두 다른 수이므로 성립한다.

따라서 $a = 5, b = 6, c = 8, d = 3$ 이다.

44. $0.\overline{abcde} = \frac{29947}{99000}$ 일 때, 한 자리 자연수 a, b, c, d, e 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 0$

▷ 정답 : $c = 2$

▷ 정답 : $d = 4$

▷ 정답 : $e = 9$

해설

$\frac{29947}{99000} = 0.3024\overline{9}$ 이므로
 $a = 3, b = 0, c = 2, d = 4, e = 9$

45. 1 보다 작은 분수 $\frac{14}{a}$ 를 소수로 나타내면 소수 첫째 자리의 숫자가 3 이고 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$0.3 \leq \frac{14}{a} < 0.4$$

$$\frac{3}{10} \leq \frac{14}{a} < \frac{4}{10}$$

자연수 a 의 범위를 구하면 $35 < a \leq 46.\dot{6}$ 이다.
 a 는 2 와 5 이외의 인수를 가지지 않으므로 40 이다.

46. 한 자리 자연수 x, y 에 대하여 $f(x, y) = 3(0.\dot{x} + 0.\dot{y}) - 2(0.\dot{x}\dot{y} + 0.\dot{y}\dot{x})$ 라고 정의할 때, $f(1, 3) \leq f(x, y) \leq f(4, 2)$ 를 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 갯수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 12 개

해설

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= 3 \left(\frac{x}{9} + \frac{y}{9} \right) - 2 \left(\frac{100x + 10x + y}{999} + \frac{100y + 10y + x}{999} \right) \\
 &= \frac{1}{3}(x+y) - \frac{2}{9}(x+y) \\
 &= \frac{1}{9}(x+y) \quad f(1, 3) = \frac{1}{9}(1+3) = \frac{4}{9}, \\
 f(4, 2) &= \frac{1}{9}(4+2) = \frac{2}{3} \\
 f(1, 3) \leq f(x, y) \leq f(4, 2) &\text{ 이므로} \\
 \frac{4}{9} \leq \frac{1}{9}(x+y) \leq \frac{2}{3}, \quad \therefore 4 \leq x+y \leq 6 \\
 x, y &\text{ 가 자연수이므로} \\
 x = 1 \text{ 일 때, } y &= 3, 4, 5 \\
 x = 2 \text{ 일 때, } y &= 2, 3, 4 \\
 x = 3 \text{ 일 때, } y &= 1, 2, 3 \\
 x = 4 \text{ 일 때, } y &= 1, 2 \\
 x = 5 \text{ 일 때, } y &= 1 \\
 \text{따라서 순서쌍 } (x, y) \text{ 의 갯수는 } &3 \times 3 + 2 + 1 = 12 \text{ (개) 이다.}
 \end{aligned}$$

47. $0.\dot{2}\dot{1} = a$ 라 할 때, $(99.\dot{9} - 1) \times a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$0.\dot{2}\dot{1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33} \quad \therefore a = \frac{7}{33}$$

$$(99.\dot{9} - 1) \times a = (100 - 1) \times \frac{7}{33} = 99 \times \frac{7}{33} = 21$$

48. $\frac{5}{333} = x$ 라 할 때, $x \times (999.9 - 1)$ 의 값은?

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

해설

$$(\text{준식}) = \frac{5}{333} \times (1000 - 1) = \frac{5}{333} \times 999 = 15$$

49. $x * y$ 를 $\begin{cases} x = y \text{이면 } 1 \\ x \neq y \text{ 이면 } -1 \end{cases}$ 이고, $a = 0.3, b = 0.\dot{3}, c = \frac{10}{33}, d = 0.2\dot{9}, e = \frac{1}{3}$ 일 때, 다음의 값을 구하여라.

$(b * c) * (a * d) * (b * e)$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$a = \frac{3}{10}, b = \frac{3}{9}, c = \frac{30}{99}, d = \frac{3}{10}, e = \frac{3}{9} \text{ 이므로}$$
$$(\text{준식}) = (-1) * 1 * 1 = (-1) * 1 = -1$$

50. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 무한소수는 유리수이다.

㉡ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 없다.

㉢ 무한소수 중에서 순환하지 않는 소수는 무리수이다.

㉣ 유한소수가 아닌 소수는 순환소수이다.

㉤ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉥ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉠ 무한소수중 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

㉡ $1 = \frac{9}{9} = 0.\dot{9}$ 이므로 정수를 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉢ 소수에는 유한소수와 무한소수가 있고, 무한소수에 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.

㉤ 기약분수를 소수로 고치면, 유한소수나 순환소수가 된다.