1. 모든 실수 x 에 대하여 $(k+3)x^2+2(k+3)x+2>0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $-3 \le k < -1$　　② $-3 < k \le -1$

③ $-3 \le k \le -1$　　④ $k < -3$ 또는 $k > -1$

⑤ $k \le -3$ 또는 $k \ge -1$

해설

$(k+3)x^2+2(k+3)x+2>0$ 에서 (i) $k+3=0$,
즉 $k=-3$ 일 때
$2>0$ 이므로 주어진
부등식은 항상 성립한다.
(ii) $k+3 \neq 0$,
즉 $k \neq -3$ 일 때
주어진 부등식이 항상 성립하려면
$k+3>0 \quad \therefore k>-3 \cdots$ ㉠
이차방정식$(k+3)x^2+2(k+3)x+2=0$ 의
판별식을 D 라 하면
$\frac{D}{4}=(k+3)^2-2(k+3)<0$ 에서
$(k+3)(k+1)<0$
$\therefore -3<k<-1 \cdots$ ㉡
㉠,㉡의 공통 범위를 구하면 $-3<k<-1$
(i), (ii) 에서 $-3 \le k < -1$

2. 이차방정식 $x^2 - ax + 1 = 0$의 두 근이 -1과 2 사이에 있도록 상수 a의 값의 범위를 구하면?

① $a > 2$ 또는 $a < -2$ ② $2 < a < \frac{5}{2}$

③ $-2 < a < 4$ ④ $-2 < a < \frac{5}{2}$

⑤ $a > \frac{5}{2}$ 또는 $a < -2$

해설

(i) 방정식이 두 근을 가지므로

$\mathrm{D} > 0$에서 $\mathrm{D} = a^2 - 4 > 0$, $(a-2)(a+2) > 0$

$\therefore\ a > 2$ 또는 $a < -2$

(ii) $f(-1) > 0$에서 $1 + a + 1 > 0$

$\therefore\ a > -2$

(iii) $f(2) > 0$ 에서 $4 - 2a + 1 > 0$

$\therefore\ \frac{5}{2} > a$

(iv) 대칭축이 -1과 2 사이에 있어야 하므로

$-1 < \frac{a}{2} < 2$

$\therefore\ -2 < a < 4$

따라서 (i), (ii), (iii), (iv) 에서 $2 < a < \frac{5}{2}$

3. 세 변의 길이가 $x-1,\ x,\ x+1$인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x의 값의 범위가 $a < x < b$라 할 때, 방정식 $ax^2-3x+b=0$의 두 근의 곱은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$x-1,\ x,\ x+1$은 삼각형의 세 변이므로

$x-1>0$, $x>0$, $x+1>0$, $x-1+x>x+1$ $\therefore\ x>2$ ⋯⋯㉠

한편, 둔각삼각형이 되려면

$(x-1)^2+x^2<(x+1)^2$

$x^2-4x<0$에서 $0<x<4$⋯⋯㉡

㉠, ㉡에서 $2<x<4$

$\therefore\ a=2,\ b=4$

따라서 $ax^2-3x+b=0$의 두 근의 곱은

$\dfrac{b}{a}=\dfrac{4}{2}=2$