

1. 모든 실수 x 에 대하여 $(k+3)x^2 + 2(k+3)x + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $-3 \leq k < -1$

② $-3 < k \leq -1$

③ $-3 \leq k \leq -1$

④ $k < -3$ 또는 $k > -1$

⑤ $k \leq -3$ 또는 $k \geq -1$

해설

$(k+3)x^2 + 2(k+3)x + 2 > 0$ 에서 (i) $k+3 = 0$,

즉 $k = -3$ 일 때

$2 > 0$ 이므로 주어진

부등식은 항상 성립한다.

(ii) $k+3 \neq 0$,

즉 $k \neq -3$ 일 때

주어진 부등식이 항상 성립하려면

$$k+3 > 0 \quad \therefore k > -3 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

이차방정식 $(k+3)x^2 + 2(k+3)x + 2 = 0$ 의

판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (k+3)^2 - 2(k+3) < 0 \text{ 에서}$$

$$(k+3)(k+1) < 0$$

$$\therefore -3 < k < -1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $-3 < k < -1$

(i), (ii)에서 $-3 \leq k < -1$

2. 이차방정식 $x^2 - ax + 1 = 0$ 의 두 근이 -1 과 2 사이에 있도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > 2$ 또는 $a < -2$

② $2 < a < \frac{5}{2}$

③ $-2 < a < 4$

④ $-2 < a < \frac{5}{2}$

⑤ $a > \frac{5}{2}$ 또는 $a < -2$

해설

(i) 방정식이 두 근을 가지므로

$$D > 0 \text{에서 } D = a^2 - 4 > 0, (a - 2)(a + 2) > 0$$

$$\therefore a > 2 \text{ 또는 } a < -2$$

(ii) $f(-1) > 0$ 에서 $1 + a + 1 > 0$

$$\therefore a > -2$$

(iii) $f(2) > 0$ 에서 $4 - 2a + 1 > 0$

$$\therefore \frac{5}{2} > a$$

(iv) 대칭축이 -1 과 2 사이에 있어야 하므로

$$-1 < \frac{a}{2} < 2$$

$$\therefore -2 < a < 4$$

따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서 $2 < a < \frac{5}{2}$

3. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, 방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로

$$x-1 > 0, x > 0, x+1 > 0, x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

한편, 둔각삼각형이 되려면

$$(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$$

$$x^2 - 4x < 0 \text{에서 } 0 < x < 4 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } 2 < x < 4$$

$$\therefore a = 2, b = 4$$

따라서 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$$