1. $\sqrt[4]{4+\sqrt{15}} \times \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8}$을 간단히 하면?

① 1　　② $\sqrt{2}$　　③ 2　　④ $2\sqrt{2}$　　⑤ 4

해설

$\sqrt[4]{4+\sqrt{15}} \times \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8}$

$= \sqrt{\sqrt{\dfrac{8+2\sqrt{15}}{2}}} \times \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8}$

$= \dfrac{\sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{2}}} \times \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8}$

$= \dfrac{\sqrt{5-3}}{\sqrt[4]{2}} \times \sqrt[4]{8}$

$= \sqrt{2} \times \sqrt[4]{\dfrac{8}{2}}$

$= \sqrt{2} \times \sqrt[4]{4}$

$= \sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$= 2$

2. 다음 중 계산 결과가 다른 하나는?

① $(-100)^0$ ② $a^2 \times a \div a^3$

③ $\dfrac{3^3 \div 3^2}{3}$ ④ $a^{-\sqrt{3}} \times (a^3)^{\sqrt{3}} \times \dfrac{1}{a^{2\sqrt{3}}}$

⑤ $a^{\sqrt{2}} \times \dfrac{a^3}{a^{3\sqrt{2}}}$

해설

① $(-100)^0 = 1$

② $a^2 \times a \div a^3 = a^{2+1-3} = a^0 = 1$

③ $\dfrac{3^3 \div 3^2}{3} = \dfrac{3^{3-2}}{3} = \dfrac{3}{3} = 1$

④ $a^{-\sqrt{3}} \times (a^3)^{\sqrt{3}} \times \dfrac{1}{a^{2\sqrt{3}}}$

$= a^{-\sqrt{3}} \times a^{3\sqrt{3}} \times a^{-2\sqrt{3}}$

$= a^{-\sqrt{3}+3\sqrt{3}-2\sqrt{3}} = a^0 = 1$

⑤ $a^{\sqrt{2}} \times \dfrac{a^3}{a^{3\sqrt{2}}} = a^{\sqrt{2}} \times a^3 \div a^{3\sqrt{2}} = a^{\sqrt{2}+3-3\sqrt{2}} = a^{3-2\sqrt{2}}$

3. $\log 80$ 의 정수 부분을 n, 소수 부분을 a 라 할 때, $10^n + 10^a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\log 80 = \log(10 \times 8) = 1 + \log 8$ 에서

$0 < \log 8 < 1$ 이므로

$\log 80$ 의 정수 부분은 1 이고 소수 부분은 $\log 8$ 이다.

즉 $n = 1, a = \log 8$ 이므로

$10^n + 10^a = 10 + 10^{\log 8} = 10 + 8 = 18$

4. $\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}}$를 $2^{\frac{q}{p}}$ 로 나타낼 때, $p+q$의 값을 구하여라. (단, p, q는 서로소인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}} &= \sqrt{4\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4\times 2}}}\\ &= \sqrt{4\sqrt[12]{2^5}} = \sqrt{2^2\cdot\sqrt[12]{2^5}}\\ &= \sqrt{\sqrt[12]{2^{24}\times 2^5}} = \sqrt[24]{2^{29}} = 2^{\frac{29}{24}}\end{aligned}$$

따라서 $P=29$, $q=24$이므로 $p+q=53$

5. 세 수 $A = 2^{\frac{1}{2}}, B = 3^{\frac{1}{3}}, C = 9^{\frac{1}{9}}$ 의 대소 관계는?

① $A < B < C$ ② $B < A < C$ ③ $B < C < A$

④ $C < B < A$ ⑤ $C < A < B$

해설

$A = 2^{\frac{1}{2}}$ 이면 $A^{18} = (2^{\frac{1}{2}})^{18} = 2^9 = 512$

$B = 3^{\frac{1}{3}}$ 이면 $B^{18} = (3^{\frac{1}{3}})^{18} = 3^6 = 729$

$C = 9^{\frac{1}{9}}$ 이면 $C^{18} = (9^{\frac{1}{9}})^{18} = 9^2 = 81$

$C^{18} < A^{18} < B^{18}$ 이므로

$\therefore\ C < A < B$

6. $x - y = 2, 2^x + 2^{-y} = 5$ 일 때, $8^x + 8^{-y}$ 의 값은?

① 61 ② 62 ③ 63 ④ 64 ⑤ 65

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진식}) &= 2^{3x} + 2^{-3y} \\ &= (2^x + 2^{-y})^3 - 3 \cdot 2^x 2^{-y}(2^x + 2^{-y}) \\ &= 5^3 - 3 \cdot 4 \cdot 5 = 65\end{aligned}$$

7. $a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=4$ 일 때, $a+a^{-1}$ 의 값을 구하여라.(단, $a>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=4$ 의 양변을 제곱하면 $\left(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}\right)^2=4^2$

$a+a^{-1}+2=16$

$\therefore a+a^{-1}=14$

8. $36^a = 8,\ 6^b = 4$일 때, $2^{\frac{1}{2a-b}}$의 값은?

① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

해설

$6^{2a} \div 6^b = 2,\ 6^{2a-b} = 2$

$2^{\frac{1}{2a-b}} = (6^{2a-b})^{\frac{1}{2a-b}} = 6$

9. $x = \sqrt{11} + \sqrt{3}, y = \sqrt{11} - \sqrt{3}$ 일 때, $\log_6(x^2 + xy + y^2)$ 의 값은?

① $\log_6 25$ ② 2 ③ 3

④ $\log_2 12$ ⑤ 6

해설

$x = \sqrt{11} + \sqrt{3},\ y = \sqrt{11} - \sqrt{3}$ 이므로

$(x+y)^2 = (2\sqrt{11})^2 = 44$

$xy = (\sqrt{11} + \sqrt{3})(\sqrt{11} - \sqrt{3})$

$= 11 - 3 = 8$

$\therefore\ x^2 + xy + y^2 = (x+y)^2 - xy = 44 - 8 = 36$

$\therefore\ \log_6(x^2 + xy + y^2) = \log_6 36 = \log_6 6^2 = 2\log_6 6 = 2$

10. $\log_2 \sqrt{7+\sqrt{24}}$의 소수 부분을 x라 할때, 2^{x+1}의 값을 구하면?

① $\sqrt{3}+1$　　② $\sqrt{5}+1$　　③ $\sqrt{6}+1$

④ $\sqrt{7}+1$　　⑤ $2\sqrt{2}+1$

해설

$\log_2 \sqrt{7+\sqrt{24}}$

$= \log_2 \sqrt{7+2\sqrt{6}}$

$= \log_2(\sqrt{6}+1)$

$= \log_2(3.\times\times\times)$

$= 1.\times\times\times$

따라서, $x = \log_2(\sqrt{6}+1) - 1$

$2^{x+1} = 2^{\log_2(\sqrt{6}+1)} = \sqrt{+}1$

11. $2x = \log_7 2$일 때, $\dfrac{7^{3x}+7^{-3x}}{7^{x}+7^{-x}}$의 값은?

① $\dfrac{4}{3}$　② $\dfrac{3}{2}$　③ $\dfrac{5}{3}$　④ 2　⑤ $\dfrac{7}{3}$

해설

$2x = \log_7 2$에서 $7^{2x} = 2$

따라서 $\dfrac{7^{3x}+7^{-3x}}{7^{x}+7^{-x}} = \dfrac{(7^{3x}+7^{-3x})\times 7^{3x}}{(7^{x}+7^{-x})\times 7^{3x}}$

$= \dfrac{7^{6x}+1}{7^{4x}+7^{2x}} = \dfrac{(7^{2x})^3+1}{(7^{2x})^2+7^{2x}}$

$= \dfrac{2^3+1}{2^2+2} = \dfrac{3}{2}$

12. 이차방정식 $2x^2-8x+1=0$의 두 근이 $\log_2\alpha, \log_2\beta$일 때, $\log_\alpha 2+\log_\beta 2+\log_{\alpha\beta}2$의 값은?

① $\frac{19}{4}$ ② $\frac{23}{4}$ ③ $\frac{27}{4}$ ④ $\frac{33}{4}$ ⑤ $\frac{35}{4}$

해설

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_2\alpha+\log_2\beta=4,\ \log_2\alpha\cdot\log_2\beta=\frac{1}{2}$이므로

$$\begin{aligned}\log_\alpha 2+\log_\beta 2&=\frac{1}{\log_2\alpha}+\frac{1}{\log_2\beta}\\&=\frac{\log_2\alpha+\log_2\beta}{\log_2\alpha\cdot\log_2\beta}\\&=\frac{4}{\frac{1}{2}}=8\end{aligned}$$

$\log_2\alpha\beta=4$이므로 $\alpha\beta=2^4$

$\therefore \log_{\alpha\beta}2=\log_{2^4}2=\frac{1}{4}$

$\therefore \log_\alpha 2+\log_\beta 2+\log_{\alpha\beta}2=8+\frac{1}{4}=\frac{33}{4}$

13. 세 수 $3\log_3 3$, $\log_2 3$, $2\log_2 4$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $2\log_2 4 < 3\log_3 3 < \log_2 3$ ② $\log_2 3 < 2\log_2 4 < 3\log_3 3$

③ $\log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4$ ④ $3\log_3 3 < 2\log_2 4 < \log_2 3$

⑤ $3\log_3 3 < \log_2 3 < 2\log_2 4$

해설

$3\log_3 3 = 3$

$\log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 4 \quad \therefore\ 1 < \log_2 3 < 2$

$2\log_2 4 = 4$

$\therefore\ \log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4$

14. $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ 을 이용하여 $\log_{10} 1.08$ 의 값을 계산하면?

① 0.0327 ② 0.0329 ③ 0.0331
④ 0.0333 ⑤ 0.0335

해설

$\log_{10} 1.08 = \log_{10} (2^2 \times 3^3 \div 100)$
$= 2\log^2 + 3\log^3 - 2$
$= 0.0333$

15. 다음 상용로그표를 이용하여 $\log \sqrt[3]{0.123}$ 의 소수 부분을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.6966

해설

상용로그표에서 $\log 1.23 = 0.0899$ 이므로

$$\log \sqrt[3]{0.123} = \frac{1}{3}\log 0.123 = \frac{1}{3}\log 1.23 \times 10^{-1}$$
$$= \frac{1}{3}(\log 1.23 - 1) = \frac{1}{3}(0.0899 - 1)$$
$$= -0.3034 = -1 + 0.6966$$

따라서 $\log \sqrt[3]{0.123}$ 의 소수 부분은 0.6966 이다.

16. $\log_{10} 275$ 의 값을 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 11 = 1.041$ 을 이용하여 계산한 다음, 소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.44

해설

$\log_{10} 275 = \log_{10}^{25\times11} = 2\log_{10}^{5} + \log_{10}^{11}$

$= 2(1 - \log_{10}^{2}) + \log_{10}^{11}$

$= 2(1 - 0.301) + 1.041$

$= 2.439$

소수 셋째 자리에서 반올림하면 2.44

17. 이차방정식 $2x^2+5x+a=0$의 두 근이 $\log A$의 정수 부분과 소수 부분일 때, 상수 a의 값은?

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

해설

$\log A$의 정수 부분을 n(n은 정수), 소수 부분을 $\alpha(0 \le \alpha < 1)$이라 하면
이차방정식 $2x^2+5x+a=0$의 두 근이 $\log A$의 정수 부분과 소수 부분이므로 두 근의 합은 $n+\alpha=-\frac{5}{2}$이다.

$\therefore\ n=-3,\ \alpha=\frac{1}{2}$

따라서, 두 근의 곱은 $-\frac{3}{2}=\frac{a}{2}$이므로 $a=-3$이다.

18. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다) 에 알맞은 수를 나열한 것은?

$\log 5$, (가), (나), (다), $\log 80$, $\cdots$

① 1, $\log 20$, $\log 40$ ② $\log 15$, $\log 20$, $\log 40$
③ $\log 20$, $\log 40$, $\log 50$ ④ $\log 27$, $\log 45$, $\log 50$
⑤ $\log 27$, $\log 45$, $\log 52$

해설

주어진 수열의 첫째항을 a, 공차를 d, 제 n항을 a_n 이라고 하면 첫째항이 $\log 5$, 제 5항이 $\log 80$ 이므로
$a = \log 5 \cdots$ ㉠
$a_5 = \log 80$ 에서 $a + 4d = \log 80 \cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$4d = \log 80 - \log 5 = \log \frac{80}{5}$
$= \log 16 = 4 \log 2$
$\therefore\ d = \log 2$
$\therefore\ a_2 = a + d = \log 5 + \log 2 = \log 10$
$a_3 = a_2 + d = \log 10 + \log 2 = \log 20$
$a_4 = a_3 + d = \log 20 + \log 2 = \log 40$

19. 양수 a, b에 대하여 세 수 $\log 2$, $\log a$, $\log 8$이 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 a, b, 16이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, $a+b$의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\log a$가 $\log 2$와 $\log 8$의 등차중항이므로 $2\log a = \log 2 + \log 8 = \log 16 = \log 4^2 = 2\log 4$

$\therefore\ a = 4$

b가 16의 등비중항이므로 $b^2 = 16a = 64$

$\therefore\ b = 8\ (\because b > 0)$

$\therefore\ a + b = 4 + 8 = 12$

20. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 8,\ a_{n+1} = 2\sqrt{a_n}$일 때, $\log_2(\log_2 a_{100} - 2)$의 값은?

① -98 ② -99 ③ 100 ④ 101 ⑤ 102

해설

양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$\log_2 a_{n+1} = 1 + \frac{1}{2}\log_2 a_n$

$\log_2 a_n = b_n$이라 할 때, $b_1 = 3,\ b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n + 1$

$b_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}(b_n - 2)$

수열 $\{b_n - 2\} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$은 첫째항이 1, 공비가 $\frac{1}{2}$인 등비수열이다.

즉, $\log_2 a_n = 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$이므로 $\log_2 a_{100} = 2 + (\frac{1}{2})^{99}$

$\therefore\ \log_2(\log_2 a_{100} - 2) = \log_2\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{99}\right) = -99$

21. 다음 포그슨의 공식에 의하면 2등성인 별의 밝기는 4등성의 밝기의 약 몇 배인가? (단, 별의 각 등급 간의 밝기의 비는 일정하고, $100^{\frac{2}{5}} \fallingdotseq 2.5^2$ 이다.)

> 기원전 그리스의 히파르코스(Hipparchos, 190? ~ 125?B.C)는 눈에 보이는 별들을 밝기에 따라 가장 밝은 별(1등성)에서 가장 어두운 별 6등성)까지 6등급으로 분류하였다. 그 후 1등성의 밝기는 6등성의 밝기의 약100배임을 알게 되었다. 1856년에도 유도된 포그슨의 공식(Pogson' formula)에 의하면 별의 등급 (m)과 별의 밝기 (L)사이의 관계는 다음과 같다.
> $m = -\frac{5}{2}\log L + C$($C$는 상수)

① 2.5　② 5　③ 6.25　④ 7.5　⑤ 8

해설

2등성 별의 밝기를 L_2, 4등성 별의 밝기를 L_4라고 하면

$2 = -\frac{5}{2}\log L_2 + C \cdots\cdots$ ㉠

$4 = -\frac{5}{2}\log L_4 + C \cdots\cdots$ ㉡

㉠ - ㉡에서 $\frac{4}{5} = \log\frac{L_2}{L_4}$

$\therefore \frac{L_2}{L_4} = 10^{\frac{4}{5}} = 100^{\frac{2}{5}} \fallingdotseq 2.5^2 = 6.25$

22. 정부에서는 흡연률과 간접흡연의 피해를 줄이고 청소년 흡연예방 등을 위해 담배 가격을 지속적으로 인상하려고 한다. 만약 정부가 담배 가격을 매년 일정한 시기에 바로 이전 연도 보다 15% 씩 올리기로 한다면, 현재 가격의 세 배 이상이 되는 것은 최소 n년이 경과해야 하는지를 아래 상용로그표를 이용하여 구하면? (단, $\log_{10} 3 = 0.4771$ 이다.)

< 상용로그표 >

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

현재 가격을 a라 하고, n년후 처음으로
3배 이상이 된다고 하면 $a(1+0.15)^n \geq 3a$,
$n \log 1.15 \geq \log 3$
$n \geq \dfrac{\log 3}{\log 1.15} = \dfrac{0.4771}{0.0607} = 7.8\times\times\times$
8년 후 처음으로 3배 이상이 된다.

23. n이 2이상의 자연수일 때, 거듭제곱에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ n이 홀수일 때, $\sqrt[n]{-5} = -\sqrt[n]{5}$이다.

㉡ n이 짝수일 때, $\sqrt[n]{(-5)^n} = -5$이다.

㉢ n이 홀수일 때, $x^n = -5$를 만족하는 실수 x는 1개다.

㉣ n이 짝수일 때, $x^n = 5$를 만족하는 실수 x는 n개다.

① ㉠, ㉢　　② ㉡, ㉢　　③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉣　　⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

㉠ n이 홀수일 때, 양변을 n제곱하면
$(\sqrt[n]{-5})^n = -5,\ (-\sqrt[n]{5})^n = -5$
$\therefore\ \sqrt[n]{-5} = -\sqrt[n]{5}$

㉡ n이 짝수일 때, $\sqrt[n]{(-5)^n} = 5$

㉢ n이 홀수일 때, $x^n = -5$를 만족하는 실수 x는 $\sqrt[n]{-5}$의 1개이다.

㉣ n이 짝수일 때, $x^n = 5$를 만족하는 실수 x는 $\pm\sqrt[n]{5}$의 2개이다.
이상에서 보기 중 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

24. $2^x + 2^y = 3 - p,\ x + y = 0$일 때 $(1 + p \cdot 2^x + 2^{2x})(1 + p \cdot 2^y + 2^{2y})$의 값은?

① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

$x + y = 0$에서 $y = -x,\ x = -y$이므로

$2^x + 2^y = 2^x + 2^{-x} = 2^{-y} + 2^y = 3 - p$

$\therefore (1 + p \cdot 2^x + 2^{2x})(1 + p \cdot 2^y + 2^{2y})$

$= 2^x(2^{-x} + p + 2^x) \times 2^y(2^{-y} + p + 2^y)$

$= 2^x(3 - p + p) \times 2^y(3 - p + p)$

$= 3^2 \times 2^{x+y} = 3^2 \times 2^0 = 9$

25. $a^2b^5 = 1$ 일 때, $\log_{ab}(a^5b^2)$ 의 값은? (단, $ab \neq 1,\ a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$)

① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{11}{3}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{11}{5}$ ⑤ 1

해설

$\log a^2b^5 = 0$ 에서 $2\log a + 5\log b = 0$

$\therefore\ \log b = -\frac{2}{5}\log a$

$$\log_{ab}(a^5b^2) = \frac{5\log a + 2\log b}{\log a + \log b} = \frac{3\log a - \frac{4}{5}\log a}{\log a - \frac{2}{5}\log a} = \frac{\frac{11}{5}\log a}{\frac{3}{5}\log a} = \frac{11}{3}$$

26. $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$를 간단히 하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

27. $(\sqrt[5]{2})^4 \times \sqrt[5]{64}$의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ $\sqrt[5]{128}$　　④ 4　　⑤ $\sqrt[5]{512}$

해설

$2^{\frac{4}{5}} \times 2^{\frac{6}{5}} = 2^{\frac{10}{5}} = 2^2 = 4$

28. $\sqrt[5]{3^4} \times 9^{\frac{1}{10}} \times 3^{-1}$ 의 값은?

① $\frac{1}{9}$　　② $\frac{1}{3}$　　③ 1　　④ 3　　⑤ 9

해설

$\sqrt[5]{3^4} \times 9^{\frac{1}{10}} \times 3^{-1} = 3^{\frac{4}{5}} \times 3^{\frac{2}{10}} \times 3^{-1}$

$= 3^{\frac{4}{5}+\frac{1}{5}-1} = 3^0 = 1$

29. $\frac{1}{2^n}$ 이 소수점 아래 20번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 수가 나타나는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.30$으로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 195

해설

$\frac{1}{2^n}$ 이 소수점 아래 20번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 수가 나타나므로

$\log \frac{1}{2^n}$ 의 지표는 -20이다.

$-20 \le \log \frac{1}{2^n} < -19$

$-20 \le -n \log 2 < -19$

$\frac{19}{0.30} < n \le \frac{20}{0.30}$

$63.3 \times \times \times < n \le 66.6 \times \times \times$

$n = 64, \ 65, \ 66$

따라서 구하는 합은 $64 + 65 + 66 = 195$

30. $\log x$ 의 정수 부분은 3 이고 $\log x$ 와 $\log \sqrt[3]{x}$ 의 소수 부분의 합은 1 이다. $\log \sqrt{x}$ 의 정수 부분을 p, 소수 부분을 q 라고 할 때, $16pq$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\log x = 3 + \alpha$(단, $0 \le \alpha < 1$) 라 하면

$\log \sqrt[3]{x} = \frac{1}{3} \log x = \frac{1}{3}(3 + \alpha) = 1 + \frac{\alpha}{3}$

이때, $0 \le \frac{\alpha}{3} < \frac{1}{3}$ 이므로 $\frac{\alpha}{3}$ 는 $\log \sqrt[3]{x}$ 의 소수 부분이다.

또한, $\log x$ 와 $\log \sqrt[3]{x}$ 의 소수 부분의 합이 1 이므로

$\alpha + \frac{\alpha}{3} = 1 \quad \therefore \alpha = \frac{3}{4}$

$\therefore \ \log x = 3 + \alpha = 3 + \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$

$\log \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log x = \frac{15}{8} = 1 + \frac{7}{8}$

$\therefore \ p = 1, \ q = \frac{7}{8}$

$\therefore \ 16pq = 16 \cdot 1 \cdot \frac{7}{8} = 14$