

1. $\sqrt[4]{4 + \sqrt{15}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8}$ 을 간단히 하면?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $2\sqrt{2}$

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt[4]{4 + \sqrt{15}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \sqrt{\sqrt{\frac{8 + 2\sqrt{15}}{2}}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \frac{\sqrt{\sqrt{5} + \sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{2}}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \frac{\sqrt{5-3}}{\sqrt[4]{2}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt[4]{\frac{8}{2}} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt[4]{4} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

2. 다음 중 계산 결과가 다른 하나는?

① $(-100)^0$

② $a^2 \times a \div a^3$

③ $\frac{3^3 \div 3^2}{3}$

④ $a^{-\sqrt{3}} \times (a^3)^{\sqrt{3}} \times \frac{1}{a^2\sqrt{3}}$

⑤ $a^{\sqrt{2}} \times \frac{a^3}{a^3\sqrt{2}}$

해설

① $(-100)^0 = 1$

② $a^2 \times a \div a^3 = a^{2+1-3} = a^0 = 1$

③ $\frac{3^3 \div 3^2}{3} = \frac{3^{3-2}}{3} = \frac{3}{3} = 1$

④ $a^{-\sqrt{3}} \times (a^3)^{\sqrt{3}} \times \frac{1}{a^2\sqrt{3}}$
 $= a^{-\sqrt{3}} \times a^{3\sqrt{3}} \times a^{-2\sqrt{3}}$
 $= a^{-\sqrt{3}+3\sqrt{3}-2\sqrt{3}} = a^0 = 1$

⑤ $a^{\sqrt{2}} \times \frac{a^3}{a^3\sqrt{2}} = a^{\sqrt{2}} \times a^3 \div a^{3\sqrt{2}} = a^{\sqrt{2}+3-3\sqrt{2}} = a^{3-2\sqrt{2}}$

3. $\log 80$ 의 정수 부분을 n , 소수 부분을 a 라 할 때, $10^n + 10^a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$\log 80 = \log(10 \times 8) = 1 + \log 8 \text{에서}$$

$$0 < \log 8 < 1 \text{ 이므로}$$

$\log 80$ 의 정수 부분은 1이고 소수 부분은 $\log 8$ 이다.

즉 $n = 1, a = \log 8$ 이므로

$$10^n + 10^a = 10 + 10^{\log 8} = 10 + 8 = 18$$

4. $\sqrt{4 \sqrt[3]{2 \sqrt[4]{2}}}$ 를 $2^{\frac{q}{p}}$ 로 나타낼 때, $p + q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로소인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4 \sqrt[3]{2 \sqrt[4]{2}}} &= \sqrt{4 \sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4} \times 2}} \\ &= \sqrt{4 \sqrt[12]{2^5}} = \sqrt{2^2 \cdot \sqrt[12]{2^5}} \\ &= \sqrt[12]{2^{24} \times 2^5} = \sqrt[12]{2^{29}} = 2^{\frac{29}{12}}\end{aligned}$$

따라서 $P = 12, q = 29$ 이므로 $p + q = 41$

5. 세 수 $A = 2^{\frac{1}{2}}, B = 3^{\frac{1}{3}}, C = 9^{\frac{1}{9}}$ 의 대소 관계는?

① $A < B < C$

② $B < A < C$

③ $B < C < A$

④ $C < B < A$

⑤ $C < A < B$

해설

$$A = 2^{\frac{1}{2}} \text{ 이면 } A^{18} = (2^{\frac{1}{2}})^{18} = 2^9 = 512$$

$$B = 3^{\frac{1}{3}} \text{ 이면 } B^{18} = (3^{\frac{1}{3}})^{18} = 3^6 = 729$$

$$C = 9^{\frac{1}{9}} \text{ 이면 } C^{18} = (9^{\frac{1}{9}})^{18} = 9^2 = 81$$

$$C^{18} < A^{18} < B^{18} \text{ 이므로}$$

$$\therefore C < A < B$$

6. $x - y = 2, 2^x + 2^{-y} = 5$ 일 때, $8^x + 8^{-y}$ 의 값은?

① 61

② 62

③ 63

④ 64

⑤ 65

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진식}) &= 2^{3x} + 2^{-3y} \\&= (2^x + 2^{-y})^3 - 3 \cdot 2^x 2^{-y} (2^x + 2^{-y}) \\&= 5^3 - 3 \cdot 4 \cdot 5 = 65\end{aligned}$$

7. $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4$ 일 때, $a + a^{-1}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4$ 의 양변을 제곱하면 $(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}})^2 = 4^2$

$$a + a^{-1} + 2 = 16$$

$$\therefore a + a^{-1} = 14$$

8. $36^a = 8$, $6^b = 4$ 일 때, $2^{\frac{1}{2a-b}}$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$6^{2a} \div 6^b = 2, \quad 6^{2a-b} = 2$$

$$2^{\frac{1}{2a-b}} = (6^{2a-b})^{\frac{1}{2a-b}} = 6$$

9. $x = \sqrt{11} + \sqrt{3}, y = \sqrt{11} - \sqrt{3}$ 일 때, $\log_6(x^2 + xy + y^2)$ 의 값은?

① $\log_6 25$

② 2

③ 3

④ $\log_2 12$

⑤ 6

해설

$$x = \sqrt{11} + \sqrt{3}, y = \sqrt{11} - \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$(x + y)^2 = (2\sqrt{11})^2 = 44$$

$$\begin{aligned} xy &= (\sqrt{11} + \sqrt{3})(\sqrt{11} - \sqrt{3}) \\ &= 11 - 3 = 8 \end{aligned}$$

$$\therefore x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy = 44 - 8 = 36$$

$$\therefore \log_6(x^2 + xy + y^2) = \log_6 36 = \log_6 6^2 = 2 \log_6 6 = 2$$

10. $\log_2 \sqrt{7 + \sqrt{24}}$ 의 소수 부분을 x 라 할때, 2^{x+1} 의 값을 구하면?

① $\sqrt{3} + 1$

② $\sqrt{5} + 1$

③ $\sqrt{6} + 1$

④ $\sqrt{7} + 1$

⑤ $2\sqrt{2} + 1$

해설

$$\log_2 \sqrt{7 + \sqrt{24}}$$

$$= \log_2 \sqrt{7 + 2\sqrt{6}}$$

$$= \log_2(\sqrt{6} + 1)$$

$$= \log_2(3. \times \times \times)$$

$$= 1. \times \times \times$$

$$\text{따라서, } x = \log_2(\sqrt{6} + 1) - 1$$

$$2^{x+1} = 2^{\log_2(\sqrt{6}+1)} = \sqrt{6}+1$$

11. $2x = \log_7 2$ 일 때, $\frac{7^{3x} + 7^{-3x}}{7^x + 7^{-x}}$ 의 값은?

① $\frac{4}{3}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{5}{3}$

④ 2

⑤ $\frac{7}{3}$

해설

$$2x = \log_7 2 \text{ 에서 } 7^{2x} = 2$$

$$\text{따라서 } \frac{7^{3x} + 7^{-3x}}{7^x + 7^{-x}} = \frac{(7^{3x} + 7^{-3x}) \times 7^{3x}}{(7^x + 7^{-x}) \times 7^{3x}}$$

$$= \frac{7^{6x} + 1}{7^{4x} + 7^{2x}} = \frac{(7^{2x})^3 + 1}{(7^{2x})^2 + 7^{2x}}$$

$$= \frac{2^3 + 1}{2^2 + 2} = \frac{3}{2}$$

12. 이차방정식 $2x^2 - 8x + 1 = 0$ 의 두 근이 $\log_2 \alpha, \log_2 \beta$ 일 때, $\log_\alpha 2 + \log_\beta 2 + \log_{\alpha\beta} 2$ 의 값은?

① $\frac{19}{4}$

② $\frac{23}{4}$

③ $\frac{27}{4}$

④ $\frac{33}{4}$

⑤ $\frac{35}{4}$

해설

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\log_2 \alpha + \log_2 \beta = 4, \quad \log_2 \alpha \cdot \log_2 \beta = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \log_\alpha 2 + \log_\beta 2 &= \frac{1}{\log_2 \alpha} + \frac{1}{\log_2 \beta} \\ &= \frac{\log_2 \alpha + \log_2 \beta}{\log_2 \alpha \cdot \log_2 \beta} \\ &= \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8 \end{aligned}$$

$$\log_2 \alpha\beta = 4 \text{ 이므로 } \alpha\beta = 2^4$$

$$\therefore \log_{\alpha\beta} 2 = \log_{2^4} 2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \log_\alpha 2 + \log_\beta 2 + \log_{\alpha\beta} 2 = 8 + \frac{1}{4} = \frac{33}{4}$$

13. 세 수 $3\log_3 3$, $\log_2 3$, $2\log_2 4$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ① $2\log_2 4 < 3\log_3 3 < \log_2 3$ ② $\log_2 3 < 2\log_2 4 < 3\log_3 3$
③ $\log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4$ ④ $3\log_3 3 < 2\log_2 4 < \log_2 3$
⑤ $3\log_3 3 < \log_2 3 < 2\log_2 4$

해설

$$3\log_3 3 = 3$$

$$\log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 4 \quad \therefore 1 < \log_2 3 < 2$$

$$2\log_2 4 = 4$$

$$\therefore \log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4$$

14. $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ 을 이용하여 $\log_{10} 1.08$ 의 값을 계산하면?

① 0.0327

② 0.0329

③ 0.0331

④ 0.0333

⑤ 0.0335

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 1.08 &= \log_{10} (2^2 \times 3^3 \div 100) \\ &= 2\log^2 + 3\log^3 - 2 \\ &= 0.0333\end{aligned}$$

15. 다음 상용로그표를 이용하여 $\log \sqrt[3]{0.123}$ 의 소수 부분을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.6966

해설

상용로그표에서 $\log 1.23 = 0.0899$ 이므로

$$\begin{aligned}
 \log \sqrt[3]{0.123} &= \frac{1}{3} \log 0.123 = \frac{1}{3} \log 1.23 \times 10^{-1} \\
 &= \frac{1}{3} (\log 1.23 - 1) = \frac{1}{3} (0.0899 - 1) \\
 &= -0.3034 = -1 + 0.6966
 \end{aligned}$$

따라서 $\log \sqrt[3]{0.123}$ 의 소수 부분은 0.6966이다.

16. $\log_{10} 275$ 의 값을 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 11 = 1.041$ 을 이용하여 계산한 다음, 소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.44

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 275 &= \log_{10}^{25 \times 11} = 2 \log_{10}^5 + \log_{10}^{11} \\ &= 2(1 - \log_{10}^2) + \log_{10}^{11} \\ &= 2(1 - 0.301) + 1.041 \\ &= 2.439\end{aligned}$$

소수 셋째 자리에서 반올림하면 2.44

17. 이차방정식 $2x^2 + 5x + a = 0$ 의 두 근이 $\log A$ 의 정수 부분과 소수 부분일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$\log A$ 의 정수 부분을 n (n 은 정수), 소수 부분을 α ($0 \leq \alpha < 1$)이라 하면

이차방정식 $2x^2 + 5x + a = 0$ 의 두 근이 $\log A$ 의 정수 부분과 소수 부분이므로 두 근의 합은 $n + \alpha = -\frac{5}{2}$ 이다.

$$\therefore n = -3, \alpha = \frac{1}{2}$$

따라서, 두 근의 곱은 $-\frac{3}{2} = \frac{a}{2}$ 이므로 $a = -3$ 이다.

18. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 알맞은 수를 나열한 것은?

$$\log 5, (\text{가}), (\text{나}), (\text{다}), \log 80, \dots$$

- ① 1, $\log 20$, $\log 40$ ② $\log 15$, $\log 20$, $\log 40$
 ③ $\log 20$, $\log 40$, $\log 50$ ④ $\log 27$, $\log 45$, $\log 50$
 ⑤ $\log 27$, $\log 45$, $\log 52$

해설

주어진 수열의 첫째항을 a , 공차를 d , 제 n 항을 a_n 이라고 하면
 첫째항이 $\log 5$, 제 5항이 $\log 80$ 이므로

$$a = \log 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a_5 = \log 80 \text{에서 } a + 4d = \log 80 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$4d = \log 80 - \log 5 = \log \frac{80}{5}$$

$$= \log 16 = 4 \log 2$$

$$\therefore d = \log 2$$

$$\therefore a_2 = a + d = \log 5 + \log 2 = \log 10$$

$$a_3 = a_2 + d = \log 10 + \log 2 = \log 20$$

$$a_4 = a_3 + d = \log 20 + \log 2 = \log 40$$

19. 양수 a, b 에 대하여 세 수 $\log 2, \log a, \log 8$ 이 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 $a, b, 16$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, $a + b$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$\log a$ 가 $\log 2$ 와 $\log 8$ 의 등차중항이므로 $2\log a = \log 2 + \log 8 = \log 16 = \log 4^2 = 2\log 4$

$$\therefore a = 4$$

b 가 16의 등비중항이므로 $b^2 = 16a = 64$

$$\therefore b = 8 \quad (\because b > 0)$$

$$\therefore a + b = 4 + 8 = 12$$

20. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 8$, $a_{n+1} = 2\sqrt{a_n}$ 일 때, $\log_2(\log_2 a_{100} - 2)$ 의 값은?

① -98

② -99

③ 100

④ 101

⑤ 102

해설

양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$$\log_2 a_{n+1} = 1 + \frac{1}{2} \log_2 a_n$$

$$\log_2 a_n = b_n \text{ 이라 할 때, } b_1 = 3, b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n + 1$$

$$b_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}(b_n - 2)$$

수열 $\{b_n - 2\} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 은 첫째항이 1, 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이다.

$$\text{즉, } \log_2 a_n = 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \text{ 이므로 } \log_2 a_{100} = 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{99}$$

$$\therefore \log_2(\log_2 a_{100} - 2) = \log_2 \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{99} \right) = -99$$

21. 다음 포그슨의 공식에 의하면 2등성인 별의 밝기는 4등성의 밝기의 약 몇 배인가? (단, 별의 각 등급 간의 밝기의 비는 일정하고, $100^{\frac{2}{5}} \approx 2.5^2$ 이다.)

기원전 그리스의 히파르코스(Hipparchos, 190? ~ 125?B.C)는 눈에 보이는 별들을 밝기에 따라 가장 밝은 별(1등성)에서 가장 어두운 별(6등성)까지 6등급으로 분류하였다. 그 후 1등성의 밝기는 6등성의 밝기의 약 100배임을 알게 되었다. 1856년에도 유도된 포그슨의 공식(Pogson's formula)에 의하면 별의 등급(m)과 별의 밝기(L)사이의 관계는 다음과 같다.

$$m = -\frac{5}{2} \log L + C \quad (C \text{는 상수})$$

① 2.5

② 5

③ 6.25

④ 7.5

⑤ 8

해설

2등성 별의 밝기를 L_2 , 4등성 별의 밝기를 L_4 라고 하면

$$2 = -\frac{5}{2} \log L_2 + C \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$4 = -\frac{5}{2} \log L_4 + C \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{에서 } \frac{4}{5} = \log \frac{L_2}{L_4}$$

$$\therefore \frac{L_2}{L_4} = 10^{\frac{4}{5}} = 100^{\frac{2}{5}} \approx 2.5^2 = 6.25$$

22. 정부에서는 흡연률과 간접흡연의 피해를 줄이고 청소년 흡연예방 등을 위해 담배 가격을 지속적으로 인상하려고 한다. 만약 정부가 담배 가격을 매년 일정한 시기에 바로 이전 연도 보다 15% 씩 올리기로 한다면, 현재 가격의 세 배 이상이 되는 것은 최소 n 년이 경과해야 하는지를 아래 상용로그표를 이용하여 구하면? (단, $\log_{10} 3 = 0.4771$ 이다.)

< 상용로그표 >

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

현재 가격을 a 라 하고, n 년후 처음으로
3배 이상이 된다고 하면 $a(1 + 0.15)^n \geq 3a$,

$$n \log 1.15 \geq \log 3$$

$$n \geq \frac{\log 3}{\log 1.15} = \frac{0.4771}{0.0607} = 7.8 \times \times \times$$

8년 후 처음으로 3배 이상이 된다.

23. n 이 2이상의 자연수일 때, 거듭제곱에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ n 이 홀수일 때, $\sqrt[n]{-5} = -\sqrt[n]{5}$ 이다.
 ㉡ n 이 짝수일 때, $\sqrt[n]{(-5)^n} = -5$ 이다.
 ㉢ n 이 홀수일 때, $x^n = -5$ 를 만족하는 실수 x 는 1개다.
 ㉤ n 이 짝수일 때, $x^n = 5$ 를 만족하는 실수 x 는 n 개다.

① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤

⑤ ㉠, ㉢, ㉤

해설

㉠ n 이 홀수일 때, 양변을 n 제곱하면

$$(\sqrt[n]{-5})^n = -5, (-\sqrt[n]{5})^n = -5$$

$$\therefore \sqrt[n]{-5} = -\sqrt[n]{5}$$

㉡ n 이 짝수일 때, $\sqrt[n]{(-5)^n} = 5$

㉢ n 이 홀수일 때, $x^n = -5$ 를 만족하는 실수 x 는 $\sqrt[n]{-5}$ 의 1개이다.

㉤ n 이 짝수일 때, $x^n = 5$ 를 만족하는 실수 x 는 $\pm\sqrt[n]{5}$ 의 2개이다.
 이상에서 보기 중 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

24. $2^x + 2^y = 3 - p$, $x + y = 0$ 일 때 $(1 + p \cdot 2^x + 2^{2x})(1 + p \cdot 2^y + 2^{2y})$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} & x + y = 0 \text{ 에서 } y = -x, \ x = -y \text{ 이므로} \\ & 2^x + 2^y = 2^x + 2^{-x} = 2^{-y} + 2^y = 3 - p \\ & \therefore (1 + p \cdot 2^x + 2^{2x})(1 + p \cdot 2^y + 2^{2y}) \\ &= 2^x(2^{-x} + p + 2^x) \times 2^y(2^{-y} + p + 2^y) \\ &= 2^x(3 - p + p) \times 2^y(3 - p + p) \\ &= 3^2 \times 2^{x+y} = 3^2 \times 2^0 = 9 \end{aligned}$$

25. $a^2b^5 = 1$ 일 때, $\log_{ab}(a^5b^2)$ 의 값은? (단, $ab \neq 1$, $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$)

① $\frac{5}{3}$

② $\frac{11}{3}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{11}{5}$

⑤ 1

해설

$$\log a^2b^5 = 0 \text{ 에서 } 2\log a + 5\log b = 0$$

$$\therefore \log b = -\frac{2}{5}\log a$$

$$\begin{aligned}\log_{ab}(a^5b^2) &= \frac{5\log a + 2\log b}{\log a + \log b} \\ &= \frac{3\log a - \frac{4}{5}\log a}{\log a - \frac{2}{5}\log a} \\ &= \frac{\frac{11}{5}\log a}{\frac{3}{5}\log a} \\ &= \frac{11}{3}\end{aligned}$$

26. $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$ 를 간단히 하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

27. $(\sqrt[5]{2})^4 \times \sqrt[5]{64}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ $\sqrt[5]{128}$

④ 4

⑤ $\sqrt[5]{512}$

해설

$$2^{\frac{4}{5}} \times 2^{\frac{6}{5}} = 2^{\frac{10}{5}} = 2^2 = 4$$

28. $\sqrt[5]{3^4} \times 9^{\frac{1}{10}} \times 3^{-1}$ 의 값은?

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{1}{3}$

③ 1

④ 3

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[5]{3^4} \times 9^{\frac{1}{10}} \times 3^{-1} &= 3^{\frac{4}{5}} \times 3^{\frac{2}{10}} \times 3^{-1} \\ &= 3^{\frac{4}{5} + \frac{1}{5} - 1} = 3^0 = 1\end{aligned}$$

29. $\frac{1}{2^n}$ 이 소수점 아래 20 번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 수가 나타나는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.30$ 으로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 195

해설

$\frac{1}{2^n}$ 이 소수점 아래 20 번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 수가 나타나므로

$\log \frac{1}{2^n}$ 의 지표는 -20 이다.

$$-20 \leq \log \frac{1}{2^n} < -19$$

$$-20 \leq -n \log 2 < -19$$

$$\frac{19}{0.30} < n \leq \frac{20}{0.30}$$

$$63.3 \times \times \times < n \leq 66.6 \times \times \times$$

$$n = 64, 65, 66$$

따라서 구하는 합은 $64 + 65 + 66 = 195$

30. $\log x$ 의 정수 부분은 3이고 $\log x$ 와 $\log \sqrt[3]{x}$ 의 소수 부분의 합은 1이다. $\log \sqrt{x}$ 의 정수 부분을 p , 소수 부분을 q 라고 할 때, $16pq$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\log x = 3 + \alpha$ (단, $0 \leq \alpha < 1$) 라 하면

$$\log \sqrt[3]{x} = \frac{1}{3} \log x = \frac{1}{3}(3 + \alpha) = 1 + \frac{\alpha}{3}$$

이때, $0 \leq \frac{\alpha}{3} < \frac{1}{3}$ 이므로 $\frac{\alpha}{3}$ 는 $\log \sqrt[3]{x}$ 의 소수 부분이다.

또한, $\log x$ 와 $\log \sqrt[3]{x}$ 의 소수 부분의 합이 1 이므로

$$\alpha + \frac{\alpha}{3} = 1 \quad \therefore \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \log x = 3 + \alpha = 3 + \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

$$\log \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log x = \frac{15}{8} = 1 + \frac{7}{8}$$

$$\therefore p = 1, q = \frac{7}{8}$$

$$\therefore 16pq = 16 \cdot 1 \cdot \frac{7}{8} = 14$$