

1. 다음은 ‘평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.’를 증명한 것이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

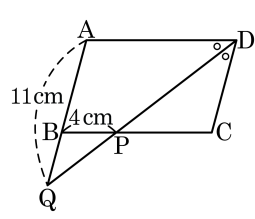
[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 [결론] $AO = CO$, ㄱ $= \overline{DO}$
 [증명] △OAD와 △OCB에서 ㄴ $= \overline{BC} \dots \textcircled{㉠}$
 $\overline{AD} \parallel$ ㄷ 이므로
 $\angle OAD = \angle OCB$ (ㄹ) $\dots \textcircled{㉡}$
 $\angle ODA = \angle OBC$ (ㄹ) $\dots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉢}$ 에 의해서 $\triangle OAD \cong \triangle OCB$ (ㅁ 합동)
 $\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, ㄱ $= \overline{DO}$

- ① ㄱ : $\overline{BO}$ ② ㄴ : $\overline{CD}$ ③ ㄷ : $\overline{BC}$
 ④ ㄹ : 엇각 ⑤ ㅁ : ASA

해설

②에서 $\overline{BC} = \overline{AD} \neq \overline{CD}$ 이다.

2. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} + \overline{DC}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$\triangle BQP$ 가 $\overline{BQ} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{PC} = \overline{AB} = 11 - 4 = 7(\text{cm})$$

$\triangle AQD$ 가 $\overline{AQ} = \overline{AD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AD} = \overline{AQ} = 11(\text{cm})$$

$$\overline{AD} + \overline{DC} = 11 + 7 = 18(\text{cm})$$

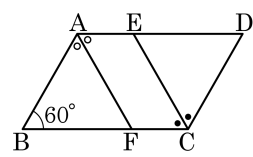
3. 다음 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은?

- ① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- ② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- ③ 두 대각선의 길이가 같다.
- ④ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
- ⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형이 되는 조건
다음의 각 경우의 어느 한 조건을 만족하면 평행사변형이 된다.
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.(정의)
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

4. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 BC, AD 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AE} = 3$ 이고 사각형 AFCE 의 둘레의 길이가 26 일 때, 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 46

해설

평행사변형 AFCE 의 둘레의 길이가 $2 \times (\overline{AF} + 3) = 26$ 이므로 $\overline{AF} = 10$ 이다.

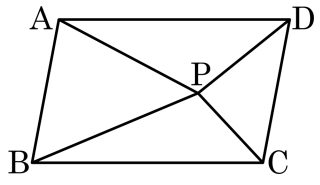
또한 $\angle FAE = \angle AFB$ ($\because$ 엇각) 이므로 $\triangle ABF$ 는 $\overline{AB} = \overline{AF}$ 인 이등변삼각형이고

세 각의 크기가 모두 60° 이므로 정삼각형이므로

$\overline{AF} = \overline{AB} = \overline{ED} = 10$ 이다.

따라서 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이는 $2 \times (10 + 10 + 3) = 46$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡을 때, □ABCD의 넓이는 60cm^2 이고, $\triangle ABP$ 의 넓이는 $\triangle CDP$ 의 넓이의 2배일 때, $\triangle CDP$ 의 넓이를 구하면 ?



- ① 5cm^2 ② 10cm^2 ③ 15cm^2
 ④ 20cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

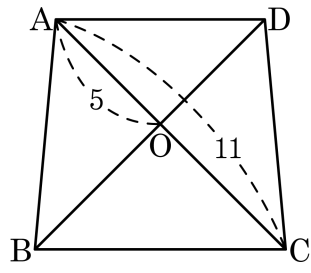
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이므로

$\triangle ABP + \triangle CDP = \frac{1}{2}\square ABCD$ 이다.

$\triangle ABP = 2\triangle CDP$ 이므로 $3\triangle CDP = \frac{1}{2}\square ABCD$

$\therefore \triangle CDP = \frac{1}{6}\square ABCD = 10(\text{cm}^2)$

6. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 점 O가 두 대각선의 교점일 때, $\overline{BO}$ 의 길이를 구하여라.



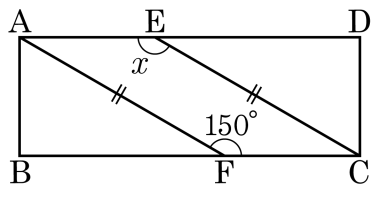
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

등변사다리꼴의 성질에 의해서
 $\overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\overline{CO} = \overline{AC} - \overline{AO} = 6$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{AF} = \overline{EC}$, $\angle AFC = 150^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: —

▶ 정답 : 150°

해설

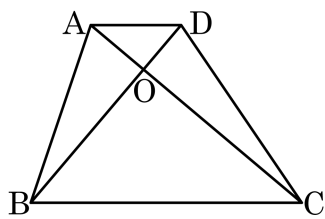
□AFGE는 평행사변형이고, 두 대각의 크기는 같으므로 $x = 150^\circ$ 이다.

8. 다음은 사각형과 그 중점을 연결해 만든 사각형을 대응 시켜놓은 것이다. 옳지 않은 것은?
- ① 정사각형 - 정사각형 ② 마름모 - 직사각형
③ 직사각형 - 정사각형 ④ 평행사변형 - 평행사변형
⑤ 등변사다리꼴 - 마름모

해설

직사각형의 중점을 연결해 만들면 마름모가 된다. 마름모는 반드시 정사각형이라고 할 수 없다.
따라서 ③은 틀렸다.

9. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 3$ 이고 $\triangle ABD = 20\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?

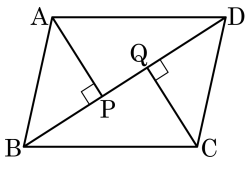


- ① 30cm^2 ② 45cm^2 ③ 60cm^2
 ④ 75cm^2 ⑤ 90cm^2

해설

$\triangle ABO : \triangle AOD = 3 : 1$, $\triangle AOB = 15\text{cm}^2$,
 $1 : 3 = 15\text{cm}^2 : \triangle OBC$, $\triangle OBC = 45\text{cm}^2$,
 $\therefore \triangle ABC = \triangle DBC = \triangle AOB + \triangle OBC = 15 + 45 = 60(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 P, Q 라고 한다. $\overline{BQ} = 11\text{cm}$, $\overline{QD} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서 $\angle APB = \angle CQD = 90^\circ$

$\overline{AB} = \overline{CD}$

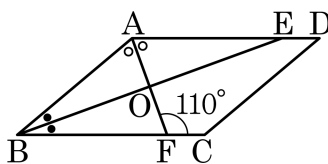
$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CDQ$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{BP} = \overline{DQ} = 7 \text{ (cm)}$

$\overline{PQ} = \overline{BQ} - \overline{BP} = 11 - 7 = 4 \text{ (cm)}$

11. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AF}, \overline{BE}$ 는 각각 $\angle A, \angle B$ 의 이등분선이다.
 $\angle AFC = 110^\circ$ 일 때, $\angle DEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 160°

해설

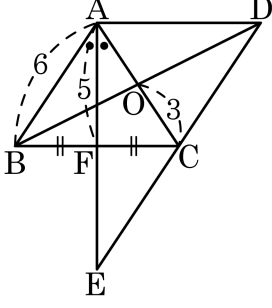
$$\angle EAF = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

$$\angle AEB = \frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$

$$\therefore \angle DEB = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$$

12. 다음 평행사변형 ABCD에서 $\angle BAC$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나고, $\overline{AF} = 5$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{OC} = 3$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 둘레를 구하면?

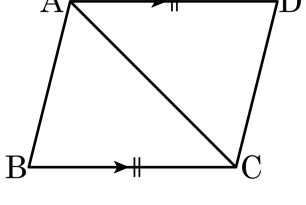


- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

$\angle AFB = \angle CFE$, $\angle BAF = \angle FEC$ 이고, $\overline{BF} = \overline{FC}$ 이므로 $\triangle ABF \cong \triangle ECF$ 이다.
따라서 $\triangle ACE$ 의 둘레는 $6 + 6 + 5 + 5 = 22$ 이다.

13. 다음은 ‘한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.’를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 곳을 모두 고르면?



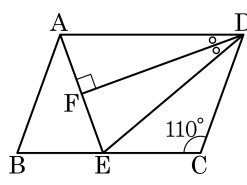
가정) □ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, ㄱ. $\overline{AD} = \overline{BC}$
결론) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
증명) 대각선 AC를 그으면
△ABC와 △CDA에서
ㄱ. $\overline{AD} = \overline{BC}$ (가정) …㉠
ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC$ (엇각) …㉡
ㄷ. $\overline{AC}$ 는 공통 …㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≅ △CDA (ㄹ. SAS 합동)
ㄴ. $\angle DAC = \angle BCA$ 이므로
∴ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
□ABCD는 평행사변형이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄹ
- ⑤ ㄴ

해설

ㄴ, $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$
ㄴ, $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\triangle ADE$ 의 이등분선이고 $\angle C = 110^\circ$ 이다. $\overline{AB} = \overline{AE}$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



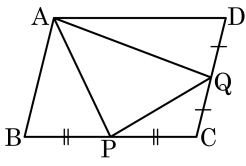
▶ 답: 1

▶ 정답 : 30°

해설

$\angle B = 70^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AE}$ 이므로 $\angle AEB = 70^\circ$, $\angle EAD = 70^\circ$ (엇각)
따라서 $\angle ADF = 20^\circ$, $\angle CDE = 70^\circ - 20^\circ - 20^\circ = 30^\circ$ 이다.

15. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 하자. $\square ABCD = 84\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는 얼마인가?

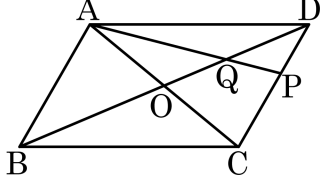


- ① 29.5cm^2 ② 30cm^2 ③ 30.5cm^2
 ④ 31cm^2 ⑤ 31.5cm^2

해설

$$\begin{aligned}\triangle APQ &= \square ABCD - \triangle ABP - \triangle AQD - \triangle PCQ \\ &= 84 - \frac{1}{4} \times 84 - \frac{1}{4} \times 84 - \frac{1}{8} \times 84 \\ &= 84 - 21 - 21 - 10.5 \\ &= 31.5 (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

16. 평행사변형ABCD 에서 $\overline{CP} : \overline{PD} = 3 : 2$, $\overline{AQ} : \overline{QP} = 5 : 2$ 일 때, $\triangle AOQ$ 는 전체 넓이의 몇 배인지 구하여라



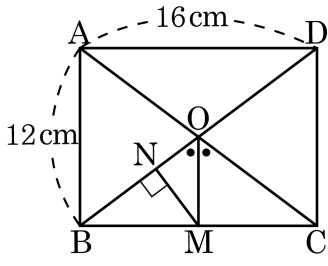
▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{3}{28}$ 배

해설

평행사변형ABCD 의 넓이를 S 라 두면, $\triangle ACD = \frac{1}{2}S$
 $\overline{CP} : \overline{PD} = 3 : 2$ 이므로 $\triangle ACP = \frac{3}{5}\triangle ACD = \frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}S\right) = \frac{3}{10}S$
 그리고 $\triangle OAP = \frac{1}{2}\triangle ACP$, $\therefore \triangle OAP = \frac{3}{20}S$
 또한 $\overline{AQ} : \overline{QP} = 5 : 2$ 이므로 $\triangle AOQ = \frac{5}{7}\triangle OAP$
 따라서 $\triangle AOQ = \frac{5}{7}\triangle OAP = \frac{5}{7}\left(\frac{3}{20}S\right) = \frac{3}{28}S$

17. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{BD} = 20\text{ cm}$ 이다. $\angle BOM = \angle COM$, $\overline{MN} \perp \overline{OB}$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4.8 cm

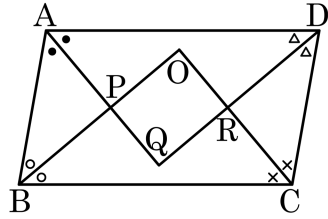
해설

$$\overline{BO} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 20 = 10 \text{ (cm)}$$

$$\triangle OBM = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{MN}$$

$$\therefore \overline{MN} = 4.8 \text{ (cm)}$$

18. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선의 교점으로 만들어지는 사각형 OPQR는 어떤 사각형인가?

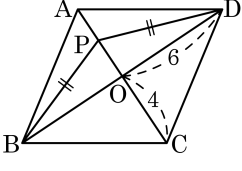


- ① 평행사변형 ② 마름모 ③ 등변사다리꼴
 ④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$ 이므로
 $\angle QAD + \angle ADQ = 90^\circ$
 $\triangle AQD$ 에서 $\angle AQD = (180 - 90)^\circ = 90^\circ$
 마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90^\circ$
 $\therefore$ 직사각형

19. 다음 그림의 $\square ABCD$ 은 평행사변형이다. 대각선 AC 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



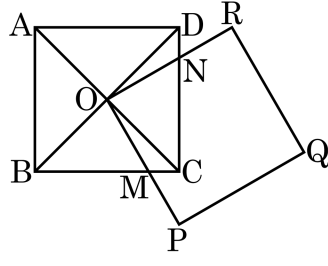
▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이고 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 이므로 $\triangle BPO \cong \triangle DPO$ (SSS 합동)
 $\triangle APB$ 와 $\triangle ADP$ 에서 $\overline{AP}$ 는 공통이고
 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 이고,
 $\angle APB = \angle APD$ 이므로 $\triangle APD \cong \triangle APB$ (SAS 합동)
따라서 $\angle PAB = \angle PAD$ 이다.
따라서 $\square ABCD$ 는 마름모이고, $\angle AOD = 90^\circ$ 이므로
넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times 4 = 48$ 이다.

20. 오른쪽 그림에서 O는 두 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 중점이며 또, 두 정사각형 $\square ABCD$ 와 $\square OPQR$ 은 합동이다. $\square OPQR$ 이 점 O를 중심으로 회전을 하며, $\overline{OP}$ 와의 교점 M이 $\overline{BC}$ 위를 움직일 때, $\square OMCN$ 의 넓이는 얼마인가? (단, $\overline{AB} = 4\text{cm}$)

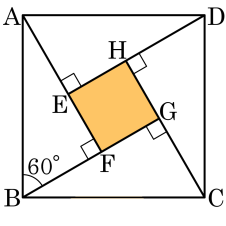


- ① 2cm^2 ② 3cm^2 ③ 4cm^2 ④ 5cm^2 ⑤ 6cm^2

해설

$\triangle OMC$ 와 $\triangle OND$ 에서 $\overline{OC} = \overline{OD}$
 $\angle OCM = \angle ODN = 45^\circ$
 $\angle COM = 90^\circ - \angle CON = \angle DON$
 $\therefore \angle COM = \angle DON$
 $\therefore \triangle OMC \cong \triangle OND$ (SAS 합동)
 즉, $\triangle OMC = \triangle OND$
 따라서 $\square OMCN$ 의 넓이는 $\triangle OBC$ 의 넓이와 같다.
 $\therefore \square OMCN = \frac{1}{4}\square ABCD = 4(\text{cm}^2)$

21. 정사각형 ABCD 에서 $\angle ABF = 60^\circ$ 이고, $\overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = \overline{AE}$ 가 되도록 E, F, G, H 를 잡았을 때, 사각형 EFGH는 어떤 사각형 인지 말하여라.



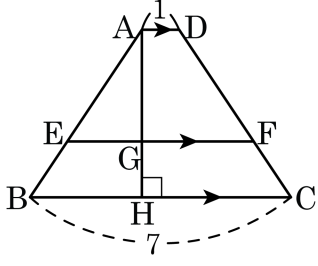
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

사각형 EFGH 에서 $\angle AEH = 90^\circ$ 이므로 $\angle HEF = 90^\circ$ 이고, $\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$ 이므로 정사각형이다.

22. 다음 그림과 같이 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{EF}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이다.
 $\overline{AG} : \overline{GH} = 2 : 1$ 이고, 사다리꼴 AEFD와 EBCF의 넓이가 같을 때,
 $\overline{EG}$ 의 길이를 구하여라.



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\overline{AG} = 2a, \overline{GH} = a, \overline{EF} = b \text{라 하면}$$

$$\square \text{AEFD} = \square \text{EBCF} \text{이므로}$$

$$\frac{(7+b) \times a}{2} = \frac{(b+1) \times 2a}{2}$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore \overline{EG} = \frac{\overline{EF} - \overline{AD}}{2} = \frac{5-1}{2} = 2$$

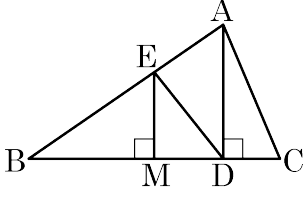
23. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 등변사다리꼴이다.
- ② 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
- ③ 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.
- ④ 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형은 마름모이다.
- ⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형은 마름모이다.

해설

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형이다.

24. 다음 그림에서 $\overline{BM} = \overline{MC}$, $\overline{EM} \perp \overline{BC}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 60cm^2 일 때, $\square AEDC$ 의 넓이는?

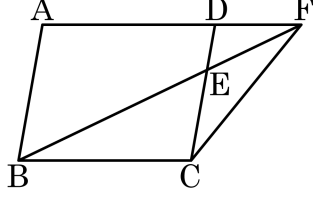


- ① 20cm^2 ② 25cm^2 ③ 30cm^2
 ④ 35cm^2 ⑤ 40cm^2

해설

$\overline{EM}$ 과 $\overline{AD}$ 가 모두 $\overline{BC}$ 에 수직이므로 $\overline{EM} \parallel \overline{AD}$
 따라서 밑변과 높이가 같으므로 $\triangle AED = \triangle AMD$ 이다.
 $\square AEDC = \triangle AED + \triangle ADC = \triangle AMD + \triangle ADC = \triangle AMC$
 $\therefore \square AEDC = \frac{1}{2}\triangle ABC = 30\text{cm}^2$

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 2$ 일 때, $\triangle ADE + \triangle FEC$ 의 값은 평행사변형 ABCD의 넓이의 몇 배인가?



- ① $\frac{1}{2}$ 배 ② $\frac{1}{3}$ 배 ③ $\frac{1}{5}$ 배
 ④ $\frac{1}{7}$ 배 ⑤ $\frac{1}{10}$ 배

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle BCE$ 는 높이는 같고 밑변이 $1 : 2$ 이므로 $\triangle ADE : \triangle BCE = 1 : 2$

$$\triangle ADE = \triangle ACD \times \frac{1}{1+2} = \frac{1}{2} \square ABCD \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \square ABCD$$

$$\triangle BCE = 2\triangle ADE = \frac{1}{3} \square ABCD$$

$$\overline{AF} \parallel \overline{BC} \text{ 이므로 } \triangle FBC = \triangle DBC = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$\triangle FEC = \triangle FBC - \triangle BCE = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \times \square ABCD$$

$$= \frac{1}{6} \square ABCD$$

$$\therefore \triangle ADE + \triangle FEC = \frac{1}{3} \square ABCD$$