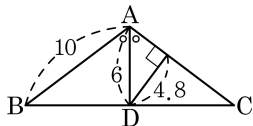


1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D라 할 때, 점 D에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E라 할 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 10

② 12

③ 14

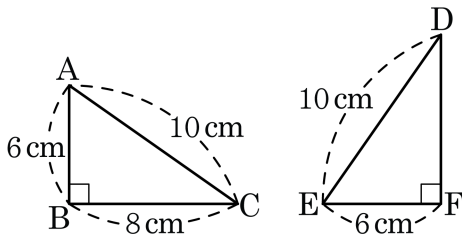
④ 16

⑤ 18

해설

$\triangle ADC$ 에서 $\frac{1}{2} \times 10 \times 4.8 = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times 6$, $\overline{DC} = 8$ 이므로
 $\overline{BC} = 2 \times \overline{DC} = 16$ 이다.

2. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 6cm

② 7cm

③ 8cm

④ 9cm

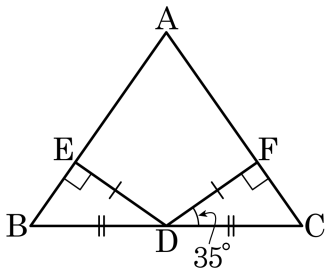
⑤ 10cm

해설

$\triangle CAB, \triangle DEF$ 는 RHS 합동

$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8$ cm

3. 다음 $\triangle ABC$ 에서 점 D는 $\overline{BC}$ 의 중점이고, 점 D에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 에 내린 수선을 $\overline{ED}$, $\overline{FD}$ 라 하고 그 길이가 같을 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 70°

해설

$\triangle EBD$ 와 $\triangle FCD$ 에서 $\angle BED = \angle CFD = 90^\circ$

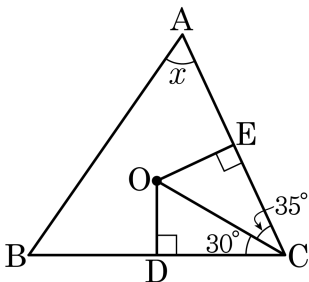
$\overline{ED} = \overline{FD}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$

$\therefore \triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHS 합동)

$\angle B = \angle C = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

$\angle A = 180^\circ - 55^\circ \times 2 = 70^\circ$

4. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 40°

② 50°

③ 60°

④ 70°

⑤ 80°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OA}$ 를 그으면 $\angle OBC = 30^\circ$, $\angle OAE = 35^\circ$

$$\angle OBA = \angle OAB$$

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\angle A = \angle OAB + 35^\circ \cdots \textcircled{㉡}$$

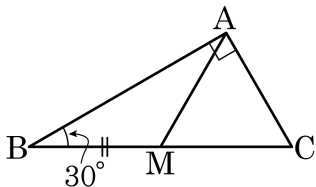
$$\angle B = \angle OBA + 30^\circ \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\angle C = 30^\circ + 35^\circ \cdots \textcircled{㉤}$$

$\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉢}$, $\textcircled{㉤}$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $\angle OAB = \angle OBA = 25^\circ$

$\therefore \angle A = 25^\circ + 35^\circ = 60^\circ$ 이다.

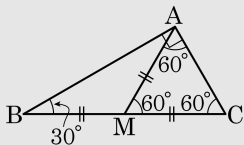
5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, $\triangle AMC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설



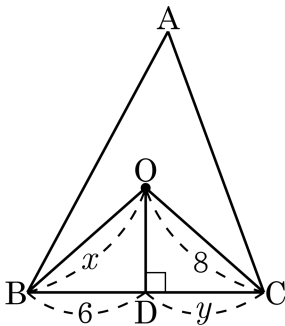
점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = 6$$

$\angle C = \angle CAM = \angle CMA = 60^\circ$ 이므로

$\triangle AMC$ 의 둘레는 18이다.

6. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{OB}$, $\overline{CD}$ 의 길이를 각각 x, y 라 할 때, $x + y$ 의 값은?



① 11

② 12

③ 13

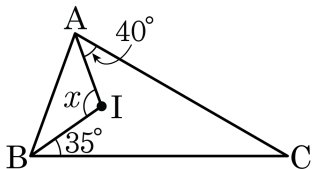
④ 14

⑤ 15

해설

$\overline{OC} = \overline{OB}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로
 $x = 8$, $y = 6$, $x + y = 14$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 100°

② 105°

③ 110°

④ 115°

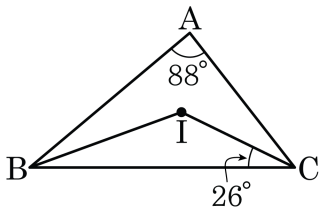
⑤ 120°

해설

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 35^\circ) = 105^\circ$$

8. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 88^\circ$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기는?



① 44°

② 67°

③ 84°

④ 134°

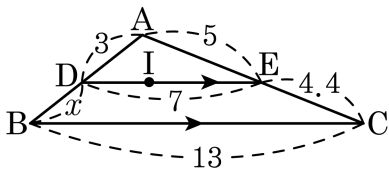
⑤ 176°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

$$\therefore \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 88^\circ = 134^\circ$$

9. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 2.6

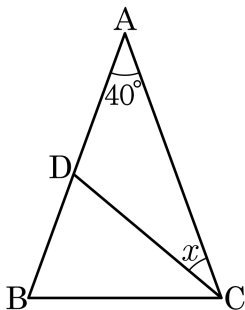
해설

점 I가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때,

$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이다.

따라서 $x = \overline{DB} = \overline{DE} - \overline{EC} = 7 - 4.4 = 2.6$ 이다.

10. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle A = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 20°

② 25°

③ 30°

④ 35°

⑤ 40°

해설

$\triangle ABC$ 에서

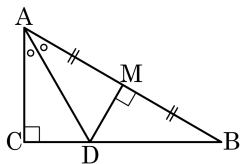
$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

$\triangle CDB$ 에서

$$\angle BCD = 180^\circ - (2 \times 70^\circ) = 40^\circ$$

따라서 $\angle x = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D에서 만날 때, $\angle MAD$ 의 크기는?



① 10°

② 20°

③ 30°

④ 40°

⑤ 50°

해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동),
 $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동) 이므로

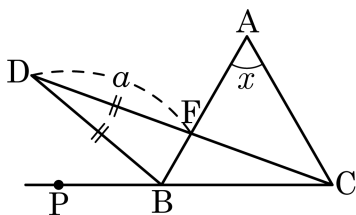
$$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM$$

한편 $\angle ADC + \angle ADM + \angle BDM = 180^\circ$ 이므로

$$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM = 60^\circ$$

따라서 $\angle MAD = 30^\circ$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\triangle BDF$ 는 $\overline{DB} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다. 주어진 [조건]에 따랐을 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 a 로 나타내어라.



㉠ $\angle DCB = \frac{1}{3} \angle x$

㉡ $\angle DCA = \frac{2}{3} \angle x$

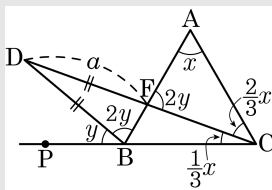
㉢ $2\angle DBP = \angle DBF = \angle DFB$

▶ 답 :

▷ 정답 : $3a$

해설

$\angle PBD = \angle y$ 라고 하면



$\triangle AFC$ 에서 $2\angle y + \frac{5}{3}\angle x = 180^\circ$ 이고

또 $\angle A + \angle ACB = \angle PBA$ 이므로

$2\angle x = 3\angle y$ 에서 $\angle y = \frac{2}{3}\angle x$ 이다.

따라서 $2\left(\frac{2}{3}\angle x\right) + \frac{5}{3}\angle x = 180^\circ$ 이므로 $\angle x = 60^\circ, \angle y = 40^\circ$

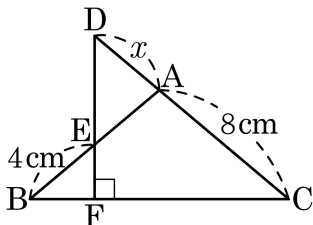
$\triangle ABC$ 는 정삼각형

$\triangle BDF$ 와 $\triangle DBC$ 에서 $\angle BDF = 20^\circ, \angle BCD = 20^\circ$ 이므로

$\triangle DBC$ 는 $\overline{BD} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형

따라서 $\overline{BC} = a$ 이므로 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $3a$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90^\circ$ 일 때, x 의 길이는?



① 3 cm

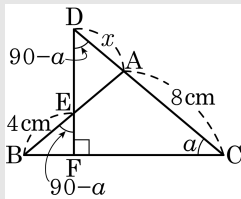
② 4 cm

③ 5 cm

④ 6 cm

⑤ 7 cm

해설



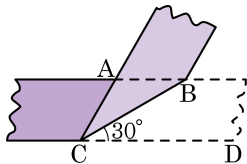
$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.

따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90 - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90 - a$ 이다.

즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.

따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = 4 + x = 8 = \overline{AC}$ 이므로 $x = 4(\text{cm})$ 이다.

14. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 30^\circ$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



- ① 100° ② 110° ③ 120°
④ 130° ⑤ 140°

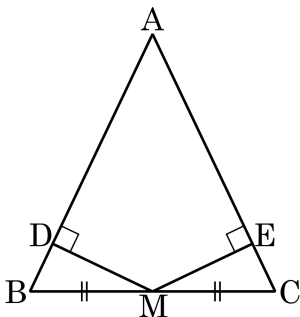
해설

$$\angle BCD = \angle BCA = 30^\circ$$

$$\angle BCD = \angle ABC = 30^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 않은 것을 모두 고르면?



- ① $\overline{BM} = \overline{CM}$ ② $\angle B = \angle C$
 ③ $\overline{BD} = \overline{CE}$ ④ $\angle BMD = \angle CME$
 ⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

i) $\overline{MB} = \overline{MC}$

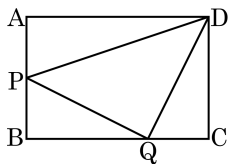
ii) $\angle B = \angle C (\because \triangle ABC \text{는 이등변 삼각형})$

iii) $\angle MDB = \angle MEC = 90^\circ$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle MDB \cong \triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.

따라서 $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이다.

16. 다음 그림의 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 직사각형 ABCD에서 점 P는 변 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 Q는 변 BC를 2 : 1로 내분하는 점이다. 이때, $\angle ADP + \angle BQP$ 의 크기는?



① 45°

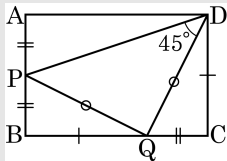
② 50°

③ 55°

④ 60°

⑤ 65°

해설



위의 그림처럼 D와 Q를 연결하자.

$\triangle PBQ$ 와 $\triangle QCD$ 에서

$\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 1$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BQ} = \overline{CD}$,
 $\overline{PB} = \overline{QC}$

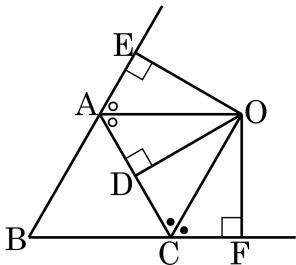
$\angle PBC = \angle QCD$

$\therefore \triangle PBQ \cong \triangle QCD$

따라서 $\angle PQB = \angle QDC$ 이고, $\overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로 $\triangle PQD$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ADP + \angle BQP = \angle ADP + \angle CDQ = 45^\circ$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 $\angle A$, $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, 점 O에서 각 변의 연장선 위에 내린 수선의 발을 D, E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$

② $\triangle ADO \equiv \triangle CDO$

③ $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$

④ $\overline{CD} = \overline{CF}$

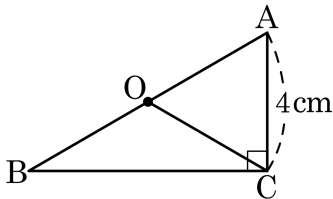
⑤ $\overline{AD} = \overline{AE}$

해설

그림에서 $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$, $\triangle CFO \equiv \triangle CDO$ (RHA 합동) 이
 므로

$$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}, \overline{CD} = \overline{CF}, \overline{AD} = \overline{AE}$$

18. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이면 $\angle ABC$ 의 크기는?



① 10°

② 20°

③ 30°

④ 40°

⑤ 알 수 없다.

해설

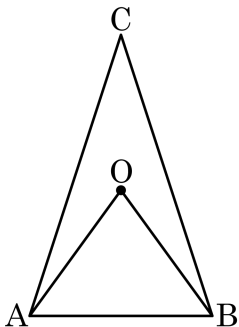
$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이고

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{AC} = 4\text{cm}$ 이다.

따라서 $\triangle AOC$ 는 정삼각형이므로 $\angle OAC = 60^\circ$

$\therefore \angle ABC = 30^\circ$

19. $\triangle ABC$ 의 외심을 O라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—°

▷ 정답 : 72—

해설

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OBC = \angle OCB = y$, $\angle OCA = \angle OAC = z$ 라고 하면

$$2x + 2y + 2z = 180^\circ, x + y + z = 90^\circ \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로

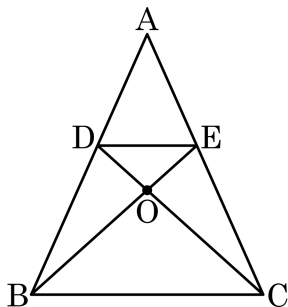
$$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면 $x = 54^\circ$

$\triangle AOB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle AOB = 180^\circ - (54^\circ \times 2) = 72^\circ$$

20. 다음 그림에서 점 O는 삼각형 ABC의 외심이고, $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{CE}$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.

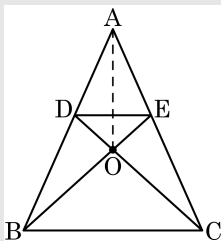


▶ 답 :

°

▷ 정답 : 120°

해설



$\angle DBE = x$, $\angle ECD = y$ 라 하면 $\triangle DBE$, $\triangle ECD$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle DEB = \angle DBE = x, \angle ECD = \angle EDC = y$$

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

즉, $\triangle OAB$, $\triangle OAC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OAB = \angle OBA = x, \angle OAC = \angle OCA = y$$

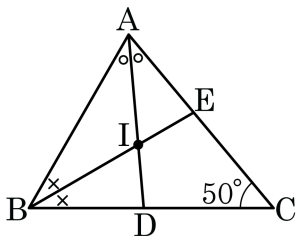
한편 외심의 성질에 의해 $\angle BOC = 2\angle A$ 이므로

$$\angle DOE = \angle BOC(\text{맞꼭지각}) = 2(x + y)$$

따라서 $\triangle ODE$ 에서 $y + x + 2(x + y) = 180^\circ$, $x + y = \angle A = 60^\circ$

$$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 120^\circ$$

21. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 50^\circ$ 일 때, $\angle ADB$ 와 $\angle AEB$ 의 크기의 합을 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad$

▷ 정답 : 165°

해설

점 I는 내심이므로

$\angle BAD = \angle CAD = \angle x$, $\angle ABE = \angle CBE = \angle y$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $2\angle x + 2\angle y + 50^\circ = 180^\circ$,

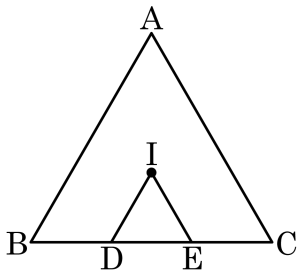
$\therefore \angle x + \angle y = 65^\circ$

$\angle ADB = \angle C + \angle CAD = 50^\circ + \angle x$

$\angle AEB = \angle C + \angle CBE = 50^\circ + \angle y$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB = 100^\circ + \angle x + \angle y = 165^\circ$

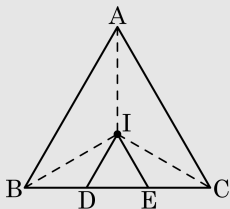
22. 다음 그림에서 점 I는 정삼각형 ABC의 내심이고 점 D, E는 변 BC의 삼등분점일 때, $\angle DIE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 60°

해설



점 I가 삼각형 ABC의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30^\circ$$

따라서 $\overline{AB} \parallel \overline{DI}$, $\overline{AC} \parallel \overline{EI}$

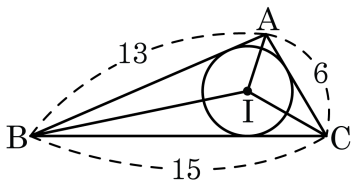
$$\angle DIB = \angle ABI = 30^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\angle EIC = \angle ACI = 30^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\text{또, } \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 120^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle DIE = 120^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 60^\circ \text{ 이다.}$$

23. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{CA} = 6$ 이다. $\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA$ 를 $a : b : c$ 라고 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 서로 소인 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$(\triangle AIB \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 13 = \frac{13}{2}r$$

$$(\triangle BIC \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}r$$

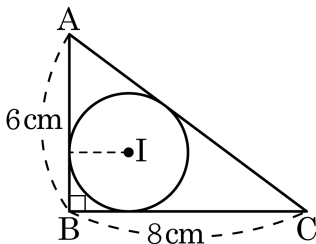
$$(\triangle CIA \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 6 = 3r \text{ 이다.}$$

$$\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA = \frac{13}{2}r : \frac{15}{2}r : 3r = 13 : 15 : 6 \text{ 이므로,}$$

$a = 13, b = 15, c = 6$ 이다.

따라서 $13 + 15 - 6 = 22$ 이다.

24. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



① 9cm

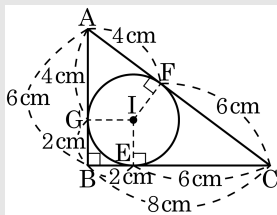
② 10cm

③ 11cm

④ 12cm

⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 2cm 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\text{cm}$ 이다.

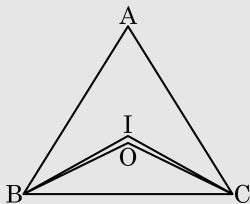
$\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

25. $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심 O, 내심 I 에 대하여 $\angle BOC = 128^\circ$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : $\quad \quad \quad \circ$

▷ 정답 : 3°

해설



$$\angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 128^\circ = 64^\circ$$

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 64^\circ = 122^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle ABC &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle A) \\ &= \frac{1}{2} (180^\circ - 64^\circ) \\ &= 58^\circ \end{aligned}$$

또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned} \angle OBC &= \angle OCB \\ &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 128^\circ) \\ &= 26^\circ \dots \textcircled{㉠} \end{aligned}$$

$$\angle IBC = \angle ICB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 122^\circ) = 29^\circ \dots \textcircled{㉡}$$

따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 29^\circ - 26^\circ = 3^\circ$ 이다.