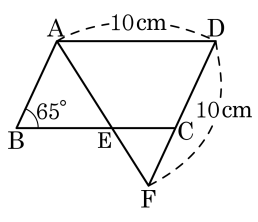
1. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이고 ∠ABC = 65°, $\overline{AD}$ = $\overline{DF}$ = 10cm 일 때, ∠AEB 의 크기는?



① 57° ② 57.5° ③ 60°

④ 62.5° ⑤ 65°

해설

$\overline{AD}$ = $\overline{DF}$ 이므로 ∠DAF = ∠DFA
$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$ 이므로 ∠DFA = ∠BAE(엇각),
∠DAF = ∠AEB(엇각)
∴ ∠AEB = (180° − 65°) ÷ 2 = 57.5°

2. 다음 조건을 만족하는 사각형 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

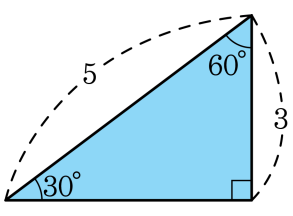
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

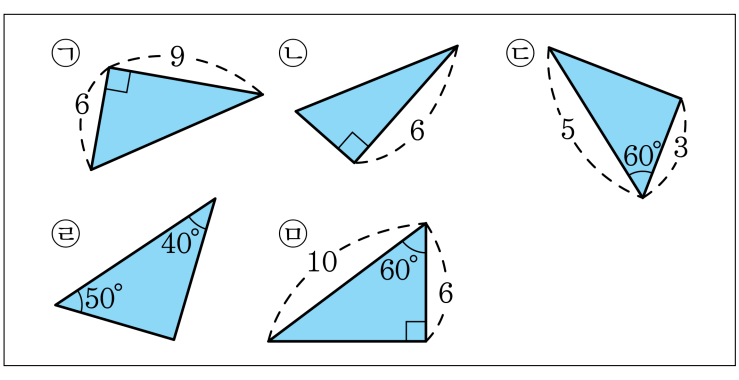
⑤ 한 쌍의 대변은 평행하고 다른 한 쌍의 대변은 길이가 같다.

해설

다른 한 쌍의 대변이 아니라 평행한 그 쌍의 길이가 같아야 한다.

3. 다음 보기 중에서 주어진 삼각형과 닮은 삼각형을 모두 골라라.





▶ 답 :

▶ 답 :

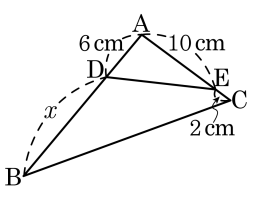
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉢,㉤은 SAS 닮음이다.

4. 다음 그림에서 $\angle AED = \angle ABC$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{AE} = 10\text{cm}$, $\overline{EC} = 2\text{cm}$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 14 cm

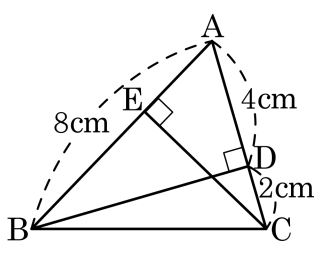
해설

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ 의 닮음비가 $2 : 1$ 이므로 $2 : 1 = \overline{AB} : 10$

$\overline{AB} = 20(\text{cm})$

$\therefore x = 20 - 6 = 14(\text{cm})$

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 가 있다. 점 B, C 에서 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 할 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?

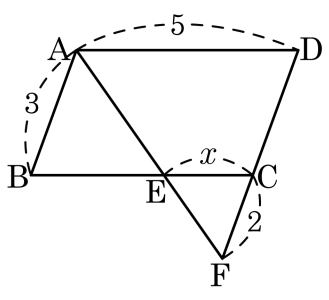


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$에서 $\angle A$ 는 공통,
$\angle ADB = \angle AEC = 90°$
$\therefore$ $\triangle ABD \backsim \triangle ACE$ (AA 닮음)
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AE}$이므로
$8 : 6 = 4 : \overline{AE}$
$8\overline{AE} = 24$
$\therefore$ $\overline{AE} = 3\,(\text{cm})$
$\therefore$ $\overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE} = 8 - 3 = 5\,(\text{cm})$

6. 다음 그림에서 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$, $\overline{CD} = \overline{BA} = 3$

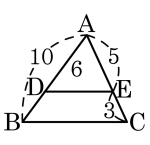
$\overline{FC} : \overline{FD} = \overline{CE} : \overline{DA}$ 이므로

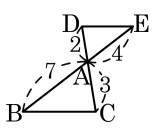
$2 : (2+3) = x : 5$

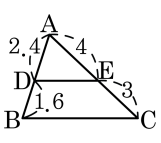
$5x = 10$

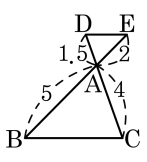
$\therefore\ x = 2$

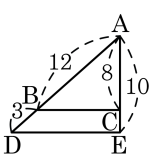
7. 다음 중 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 인 것은?

① 

② 

③ 

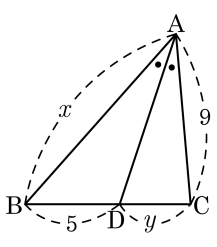
④ 

⑤ 

해설

⑤ $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$ 라면 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 이다.
$15 : 12 = 10 : 8$ 이므로 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 이다.

8. 다음 그림에서 y 를 x 에 대한 식으로 나타내면?



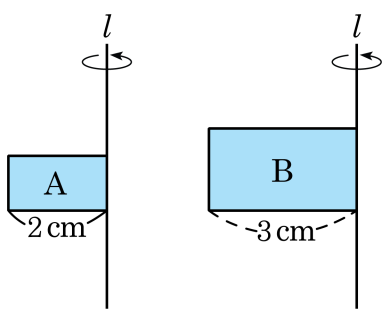
① $y = \frac{9}{x}$ ② $y = \frac{45}{x}$ ③ $y = \frac{5}{x}$

④ $y = 5x$ ⑤ $y = 9x$

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = x : 9 = 5 : y \therefore xy = 45 \therefore y = \frac{45}{x}$

9. 서로 닮음인 두 직사각형을 회전시킨 회전체 A 와 B 에 대하여 B 의 부피가 $15\pi\text{cm}^3$ 일 때, A 의 부피는 얼마인가?

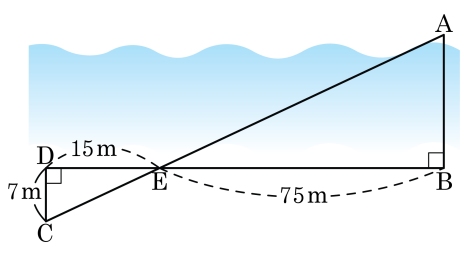


① $\frac{40}{27}\pi\text{cm}^3$ ② $\frac{40}{8}\pi\text{cm}^3$ ③ $\frac{8}{27}\pi\text{cm}^3$
④ $\frac{405}{8}\pi\text{cm}^3$ ⑤ $\frac{40}{9}\pi\text{cm}^3$

해설

두 회전체의 닮음비는 2 : 3 이므로 부피의 비는 8 : 27 이다.
A 를 회전시킨 입체도형의 부피를 $x\pi\,\text{cm}^3$ 라 하면
$x : 15\pi = 8 : 27$
$\therefore x = \frac{40}{9}\pi(\,\text{cm}^3)$

10. 다음 그림은 강의 양쪽에 있는 두 지점 A, B 사이의 거리를 알아보기 위하여 측정한 것이다. 이때 두 지점 A, B 사이의 거리는?



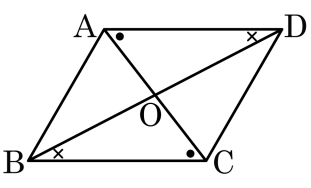
① 21 m ② 28 m ③ 35 m ④ 42 m ⑤ 4 m

해설

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{DE}$, $x : 7 = 75 : 15$

$\therefore x = 35(\text{m})$

11. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D, 점 A와 점 C를 이으면
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$㉠
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$(ASA 합동)이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

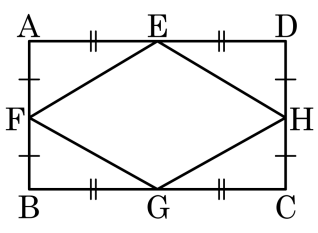
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다.

12. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 [ ] 임을 증명하는 과정이다. [ ] 안에 들어갈 알맞은 것은?



△AEF ≡ △BGF ≡ △CGH ≡ △DEH (SAS 합동)
$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$
따라서 □EFGH 는 [ ] 이다.

① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 마름모이다.

13. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 4x+3y$, $\overline{BC} = 13$, $\overline{CD} = 6$, $\overline{DA} = 3x-2y$ 일 때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 3$

▷ 정답: $y = -2$

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DA}$ 이므로

$$\begin{cases} 4x+3y=6 & \cdots ㉠ \\ 3x-2y=13 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

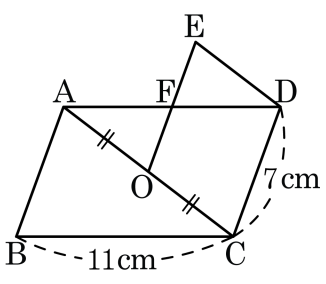
㉠ $\times 2 +$ ㉡ $\times 3$ 을 계산하면

$17x = 51$, $x = 3$

$x = 3$ 을 대입하면

$4 \times 3 + 3y = 6$, $3y = -6$, $y = -2$

14. 다음 그림에서 □ABCD, □EOCD 는 평행사변형이다. $\overline{BC} = 11\text{cm}, \overline{CD} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF} + \overline{FD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9 cm

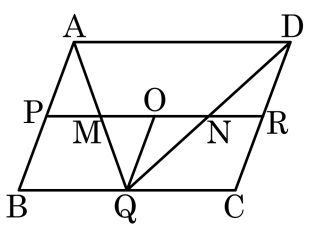
해설

△AOF ≡ △DEF(ASA합동) 이므로

$\overline{AF} = \overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC}, \overline{EF} = \overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{DC}$

$\therefore \overline{EF} + \overline{FD} = \frac{7}{2} + \frac{11}{2} = 9\,(\text{cm})$

15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 P, Q, R 는 각각 변 AB, BC, CD 의 중점이고, 변 PR 의 중점이 점 O 일 때, 다음 중 옳은 것은?



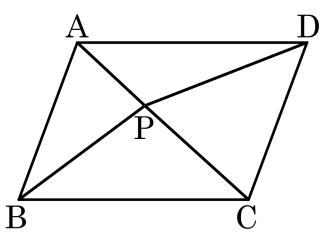
㉠ $\triangle OMQ \equiv \triangle OQN$	㉡ $\triangle APM \equiv \triangle DNR$
㉢ $\triangle ABQ \equiv \triangle DQC$	㉣ $\overline{PB} = \overline{OQ}$
㉤ $\overline{MO} = \overline{ON}$	

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

$\triangle APM \equiv \triangle MOQ$ 이므로
㉣ $\overline{BP} = \overline{AP} = \overline{OQ}$
$\overline{PM} = \overline{MO}$, $\overline{ON} = \overline{NR}$ 이고
점 O 가 $\overline{PR}$ 의 중점이므로
㉤ $\overline{MO} = \overline{ON}$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡았다. $\triangle ABP = 21\text{cm}^2$, $\triangle BCP = 26\text{cm}^2$, $\triangle CDP = 28\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

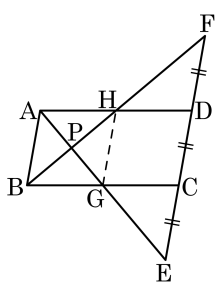
▷ 정답 : $23\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle BCP + \triangle APD$ 이므로 $21 + 28 = 26 + \triangle APD$

$\therefore \triangle APD = 23\,(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고 $2\overline{AB} = \overline{AD}$ 이다. $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$ 일 때, □ABGH 는 어떤 사각형인가? 또, $2\angle FPE$ 의 크기는?

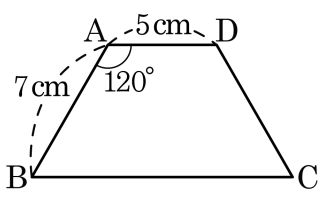


① 정사각형, 90°
② 정사각형, 180°
③ 직사각형, 180°
④ 마름모, 90°
⑤ 마름모, 180°

해설

그림에서 $\overline{FD} : \overline{FC} = \overline{HD} : \overline{BD} = 1 : 2$
($\because$ HD // BC)
그런데 $\overline{BC} = \overline{AD} = 2\overline{AB}$ $\therefore \overline{HD} = \overline{AB} = \overline{AH}$
$\overline{AB} = \overline{AH} = \overline{BG} = \overline{GH}$이므로 마름모이다.
□ABGH 는 마름모에 성격에 따라 두 대각선이 서로 수직이등분을 하므로 $\angle FPE$ 는 직각이다.
따라서 $\angle FPE = 180°$이다.

18. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\angle A = 120°$일 때, □ABCD의 둘레의 길이를 구하여라.

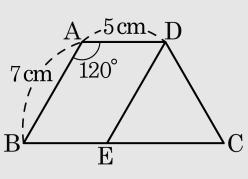


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 31 cm

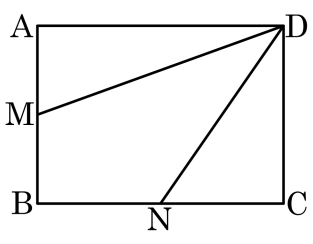
해설

$\angle A + \angle B = 180°$이므로 $\angle B = 60°$이다.
D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AD} // \overline{BE}$, $\overline{AB} // \overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.
$\overline{AD} = \overline{BE} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{DE} = 7\text{cm}$이고 동위각이므로
$\angle ABE = \angle DEC = 60°$이다.
$\triangle DEC$는 $\overline{DE} = \overline{DC} = 7\text{cm}$에서 이등변삼각형임을 알 수 있고
밑각이 60°이므로
세 내각의 크기가 모두 같은 정삼각형이 된다.
$\overline{DC} = \overline{CE} = \overline{ED} = 7\text{cm}$
$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 7 = 12(\text{cm})$
따라서 □ABCD의 둘레의 길이는
$5 + 7 + 7 + 12 = 31(\text{cm})$

19. 직사각형 ABCD 에서 점 M, N 은 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. □ABCD = 50cm^2 일 때, ▫MBND 의 넓이를 구하면?



① 12.5cm^2 ② 20cm^2 ③ 25cm^2

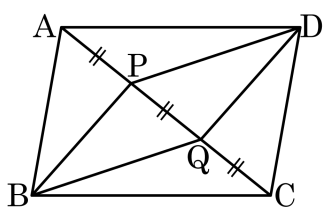
④ 27.5cm^2 ⑤ 30cm^2

해설

점 M, N 이 모두 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점이므로

▫MBND $= \frac{1}{2}$▫ABCD $= 25\text{cm}^2$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 를 삼등분하는 점을 각각 P, Q 라고 하자. □ABCD 의 넓이는 □PBQD 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답: 배

▷ 정답: 3 배

해설

$\triangle DPQ = \frac{1}{3}\triangle ACD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{6}\square ABCD$

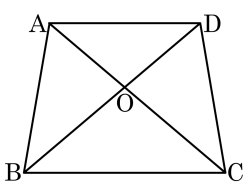
$\triangle BPQ = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{6}\square ABCD$

$\square PBQD = \triangle DPQ + \triangle BPQ = \frac{1}{6}\square ABCD + \frac{1}{6}\square ABCD$

$= \frac{1}{3}\square ABCD$

따라서 □ABCD 의 넓이는 □PBQD 의 넓이의 3 배이다.

21. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} : \overline{BC} = 3 : 4$, $\triangle AOD = 54\,cm^2$ 일 때, $\triangle BOC$ 의 넓이를 구하여라.



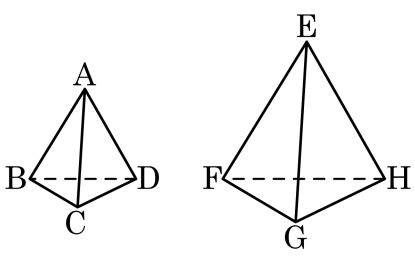
▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $\underline{96\,cm^2}$

해설

$\triangle AOD$ 와 $\triangle BOC$ 는 닮음이고 닮음비는 3 : 4
이때, $\overline{OD} : \overline{OB} = 3 : 4$ 이므로
$\triangle AOD : \triangle AOB = 3 : 4$, $\triangle AOB = 72\,cm^2$
그리고 $\overline{OA} : \overline{OC} = 3 : 4$ 이므로
$\triangle OAB : \triangle BOC = 3 : 4$
따라서 $\triangle BOC = 96\,cm^2$

22. 다음 그림과 같은 두 닮은 삼각뿔에서 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ACD \backsim \triangle EGH$

② $\triangle BCD \backsim \triangle FGH$

③ $\angle ABC = \angle EFG$

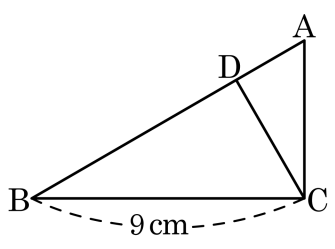
④ $\overline{AB} : \overline{EF} = \overline{CD} : \overline{GH}$

⑤ $\triangle ABD = \triangle EFH$

해설

두 닮은 입체도형에서 대응하는 면은 서로 닮음이고 대응하는 모서리의 비는 일정하다.
⑤ 닮음인 도형의 넓이는 닮음비에 따라 다르다.

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = 2\overline{AC}$ 이고 $\overline{BD} = 3\overline{DA}$ 이다. $\overline{BC} = 9\text{cm}$ 일 때 , $\overline{CD}$의 길이를 구하면?

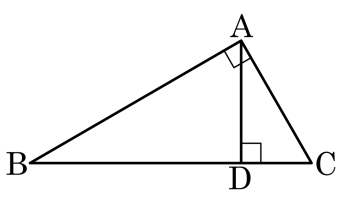


① 4cm ② $\frac{9}{2}$cm ③ 5cm
④ $\frac{11}{2}$cm ⑤ 7cm

해설

$\overline{AD} = a$ 라 하면, $\overline{BD} = 3a$, $\overline{AC} = 2a$이므로
$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 2$, $\angle A$는 공통
$\therefore$ $\triangle ACD \backsim \triangle ABC$이고 닮음비는 $1 : 2$
따라서 $\overline{CD} : 9 = 1 : 2$, $\overline{CD} = \frac{9}{2}(\text{cm})$이다.

24. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 D 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$

② $\overline{AC}^2 = \overline{AD} \times \overline{BC}$

③ $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC}$

④ $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{BC} \times \overline{AD}$

⑤ $\triangle ABD \backsim \triangle CAD$

해설

② $\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{BC}$

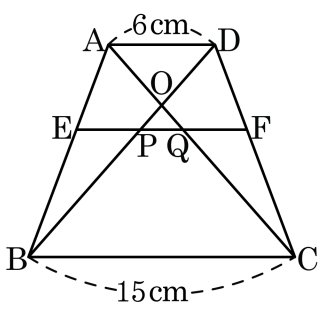
25. 다음 그림과 같이 $\overline{BC}$ // $\overline{DE}$ // $\overline{FG}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

① 11.7 ② 10.7 ③ 9.7
④ 8.7 ⑤ 7.7

해설

$10 : x = 8 : 6$
$8x = 60, x = 7.5$
$7.5 : 4 = 6 : y$
$7.5y = 24, y = 3.2$
$\therefore x + y = 7.5 + 3.2 = 10.7$

26. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$, $\overline{AE} : \overline{EB} = 2 : 3$ 이고, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?

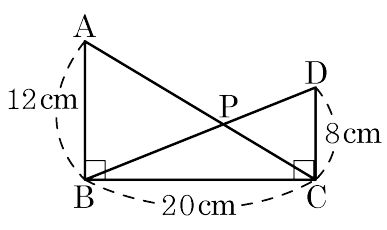


① $\frac{12}{5}\text{cm}$ ② $\frac{18}{5}\text{cm}$ ③ $\frac{24}{5}\text{cm}$
④ $\frac{28}{5}\text{cm}$ ⑤ 6cm

해설

△ABC 에서 △ABC ∽ △AEQ 이므로 $\overline{EQ} : 15 = 2 : 5$, $\overline{EQ} = 6(\text{cm})$
△ABD 에서 △ABD ∽ △EBP 이므로 $\overline{EP} : 6 = 3 : 5$, $\overline{EP} = \frac{18}{5}(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{PQ} = \overline{EQ} - \overline{EP} = 6 - \frac{18}{5} = \frac{12}{5}(\text{cm})$

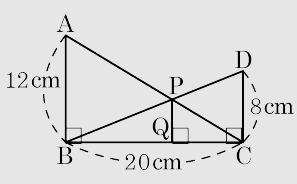
27. 다음 그림에서 △PBC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $48\,\underline{\text{cm}^2}$

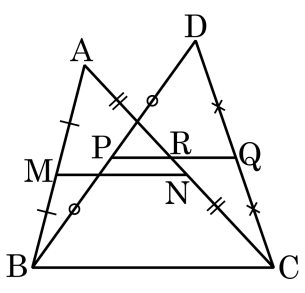
해설



$\overline{\text{PQ}} = \dfrac{\overline{\text{AB}} \times \overline{\text{CD}}}{\overline{\text{AB}} + \overline{\text{CD}}} = \dfrac{96}{20} = 4.8$

(△PBC의 넓이) $= 20 \times 4.8 \div 2 = 48\ (\text{cm}^2)$

28. 다음 그림에서 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이고, P, Q는 각각 $\overline{DB}$, $\overline{DC}$의 중점이다. $\overline{MN}=3\text{cm}$, $\overline{RQ}=2\text{cm}$일 때, $\overline{PR}$의 길이는?



① $\frac{1}{2}\text{cm}$ ② 1cm ③ $\frac{3}{2}\text{cm}$ ④ 2cm ⑤ $\frac{5}{2}\text{cm}$

해설

점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이므로

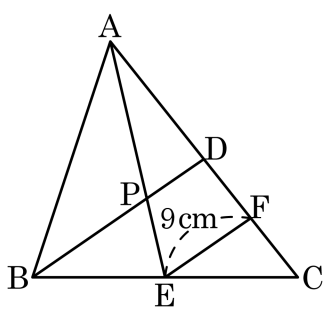
$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$ $\therefore\ \overline{BC}=2\overline{MN}=2\times3=6(\text{cm})$

점 P, Q가 각각 $\overline{DB}$, $\overline{DC}$의 중점이므로

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PR}=\overline{PQ}-\overline{RQ}=3-2=1\,(\text{cm})$

29. 다음 그림에서 $\overline{BD} // \overline{EF}$, $\overline{EF} = 9\,\text{cm}$이고 점 P 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, $\overline{BP}$ 의 길이를 구하여라.



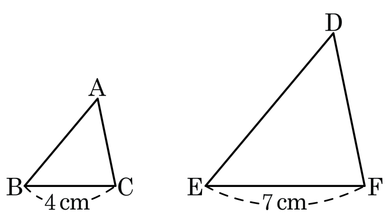
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\overline{CE} : \overline{CB} = \overline{EF} : \overline{BD}$
$1 : 2 = 9 : \overline{BD}, \overline{BD} = 18(\text{cm})$
$\overline{AP} : \overline{PE} = \overline{PD} : \overline{EF}$
$2 : 3 = \overline{PD} : 9, \overline{PD} = 6(\text{cm})$
$\overline{BP} = \overline{BD} - \overline{PD} = 18 - 6 = 12(\text{cm})$

30. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $16\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}\ \text{cm}^2$

▷ 정답: $49\,\text{cm}^2$

해설

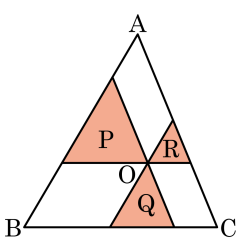
닮음비는 $\overline{BC} : \overline{EF} = 4 : 7$

넓이의 비는 $4^2 : 7^2 = 16 : 49$

$\triangle ABC : \triangle DEF = 16 : 49$

$\therefore\ \triangle DEF = 49\,(\text{cm}^2)$

31. 다음 그림은 △ABC 내부의 한 점 O 를 지나고, 각 변에 평행한 직선을 그은 것이다. 삼각형 P, Q, R 의 넓이가 각각 $16\,\mathrm{cm}^2$, $9\,\mathrm{cm}^2$, $4\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, △ABC 에서 삼각형 P, Q, R 을 뺀 나머지 부분의 넓이로 옳은 것은?



① $50\,\mathrm{cm}^2$ ② $52\,\mathrm{cm}^2$ ③ $54\,\mathrm{cm}^2$

④ $56\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $58\,\mathrm{cm}^2$

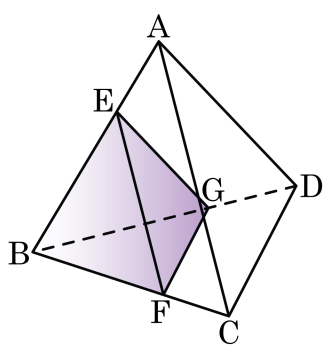
해설

삼각형 P, Q, R 와 △ABC 의 닮음비는 $4 : 3 : 2 : 9$

넓이의 비는 $16 : 9 : 4 : 81$

∴ 구하는 넓이는 $81 - (16 + 9 + 4) = 52(\,\mathrm{cm}^2)$

32. 다음 그림과 같이 정사면체 A – BCD 의 각 모서리의 길이를 $\frac{2}{3}$ 로 줄여 작은 정사면체 E – BFG 를 만들었다. 정사면체 A – BCD 의 겉넓이가 90cm^2 일 때, 정사면체 E – BFG 의 겉넓이는 얼마인가?



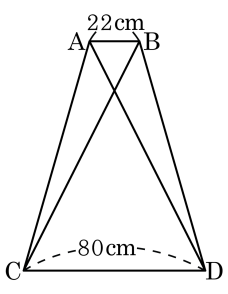
① 40cm^2 ② 50cm^2 ③ 60cm^2
④ 70cm^2 ⑤ 80cm^2

해설

정사면체 A – BCD 와 정사면체 E – BFG 의 닮음비가 3 : 2 이므로 넓이의 비는 9 : 4 이다.

$\therefore$ (정사면체 E – BFG 의 겉넓이) $= 90 \times \frac{4}{9} = 40(\text{cm}^2)$

33. A, B 두 지점 사이의 거리를 구하기 위해 400 m 떨어진 C, D 두 곳에서 A, B 지점을 보고 축도를 그렸다. 400 m 가 축도에서 80 cm 로 나타내어질 때, 점 A, B 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 110 m

해설

$40000 : 80 = \overline{AB} : 22$

$\overline{AB} = 11000\,\text{cm} = 110\,\text{m}$