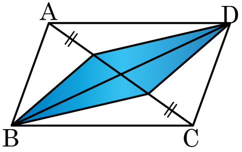
1. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 꼭짓점 A, C 로부터 거리가 같도록 두 점을 잡았다. 색칠한 사각형은 어떤 사각형인가?



① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형

④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

두 점을 각각 E, F 라고 하고 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라고 하면

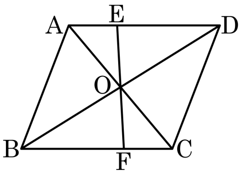
$\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AO} = \overline{OC}$ 이다.

그런데 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{FO}$ 이다.

따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로

색칠한 부분의 사각형은 평행사변형이다.

2. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이가 64cm^2 일 때, $\triangle$OAE 와 $\triangle$OBF 의 넓이의 합은?



① 14cm^2 ② 16cm^2 ③ 18cm^2

④ 24cm^2 ⑤ 32cm^2

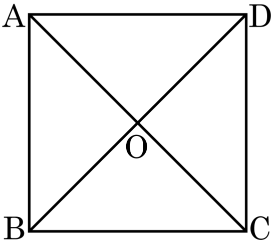
해설

$\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동) 이므로

$\triangle OAE + \triangle OBF = \triangle OBC$

$\triangle OBC = \dfrac{1}{4}\square ABCD = \dfrac{1}{4} \times 64 = 16\ (\text{cm}^2)$

3. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① $\overline{AC} = \overline{DB}$ ② $\angle AOB = 90°$ ③ $\overline{AD} = \overline{BD}$

④ $\overline{AB} = \overline{BC}$ ⑤ $\overline{BC} = \overline{OC}$

해설

정사각형은 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{DB}$ 이고, $\angle AOB = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이다.

4. 다음 보기에서 항상 닮음 도형인 것을 모두 골라라.

㉠ 두 둔각삼각형	㉡ 두 직각이등변삼각형
㉢ 두 직각삼각형	㉣ 두 정사각형
㉤ 두 예각삼각형	

▶ 답 :

▶ 답 :

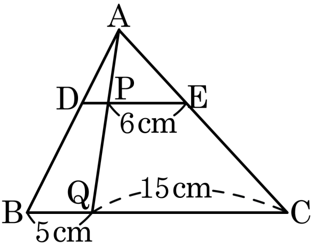
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

평면도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 원, 중심각의 크기가 같은 부채꼴, 모든 직각이등변삼각형, 모든 정다각형이다.
입체도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 구와 모든 정다면체이다.

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 이고 $\overline{PE} = 6cm$, $\overline{BQ} = 5cm$, $\overline{QC} = 15cm$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이는?



① 2cm　② 3cm　③ 4cm　④ 5cm　⑤ 6cm

해설

$\overline{BC} // \overline{DE}$ 이므로 $\triangle APE \backsim \triangle AQC$

$2 : 5 = \overline{AP} : \overline{AQ} \cdots$ ㉠,

$\overline{BC} // \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ADP \backsim \triangle ABQ$

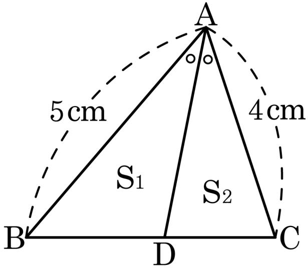
$\overline{DP} = x$라 하면

$\overline{AP} : \overline{AQ} = x : 5 \cdots$ ㉡

㉠,㉡에서 $2 : 5 = x : 5$, $5x = 10$

$\therefore x = 2$

6. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$ 이다. $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 할 때, $S_1 : S_2$ 는?



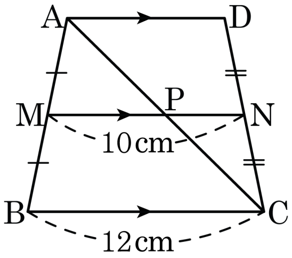
① 4 : 3　② 5 : 4　③ 7 : 6　④ 2 : 1　⑤ 3 : 2

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 는 같은 높이를 가지므로 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

$\therefore S_1 : S_2 = \overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = 5 : 4$

7. 다음 그림에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 이 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 중점일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\overline{AD} = x$ 라고 하자.

삼각형의 중점연결정리를 이용하면 $\overline{MP} = \dfrac{12}{2} = 6\,\mathrm{cm}$ 이므로

$\overline{PN} = 10 - 6 = 4(\,\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 $x = 2 \times 4 = 8(\,\mathrm{cm})$ 이다.

8. 가로, 세로의 길이가 각각 $2\,\text{m}$, $1.5\,\text{m}$ 인 직사각형 모양 카페트의 가격이 3 만 원이라 할 때, 가로, 세로의 길이가 각각 $6\,\text{m}$, $4.5\,\text{m}$ 인 같은 모양, 같은 종류의 카페트의 가격은 얼마로 정하면 되겠는가?

① 9만 원　② 12만 원　③ 18만 원

④ 24만 원　⑤ 27만 원

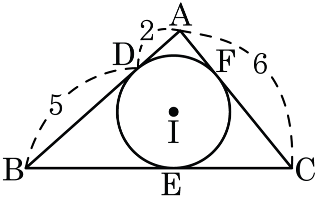
해설

두 카페트의 닮음비가 $1:3$ 이므로 넓이의 비는 $1:9$이다.

$\therefore 1:9=3:x$

$x=27$ (만 원)

9. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 내접원과 삼각형 ABC 의 접점일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm

④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

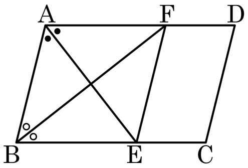
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 5\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{CF} = 4\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 4 = 9(\text{cm})$

10. 다음 그림의 □ABCD는 평행사변형이다. 점 A, B 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하고, $\overline{CD}=7\text{cm}$ 일 때, □ABEF 의 둘레는?



① 25cm ② 26cm ③ 27cm ④ 28cm ⑤ 29cm

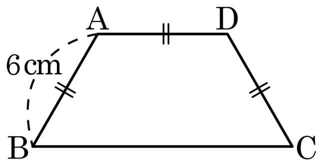
해설

□ABCD는 평행사변형이므로 $2\bullet+2\circ=180°$ 이고, $\bullet+\circ=90°$ 이므로 $\overline{AE}\perp\overline{BF}$ 이다.

따라서 □ABEF 는 마름모이다.

$\overline{CD}=\overline{AB}=\overline{EF}=\overline{BE}=\overline{AF}=7\text{cm}$ 이므로 둘레는 $4\times7=28(\text{cm})$ 이다.

11. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \dfrac{1}{2}\overline{BC}$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.

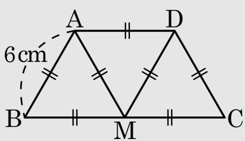


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

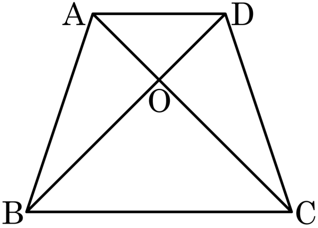
해설

$\overline{BC}$의 중점을 M이라하면



△ABM에서
$\overline{AB} = \overline{BM}$이고, △DCM에서 $\overline{CD} = \overline{CM}$이다.
$\angle BMA = \angle AMD = \angle DMC = 60°$ 이므로
△ABM과 △DMC는 정삼각형이고
$\overline{BC} = 6 + 6 = 12(\text{cm})$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA}:\overline{OC}=1:2$ 이다. $\triangle AOD = 48\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① 432cm^2 ② 480cm^2 ③ 562cm^2
④ 600cm^2 ⑤ 642cm^2

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로

$48 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 96\,\text{cm}^2$

이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로

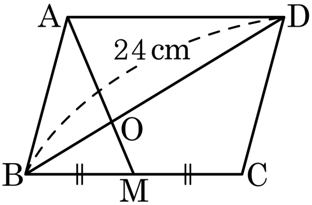
$\triangle ABO = \triangle COD = 96\,\text{cm}^2$

또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로

$96 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 192\,\text{cm}^2$

$\therefore \square ABCD = 48 + 96 + 96 + 192 = 432(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이고 점 O는 대각선 BD 와 AM 의 교점이다. $\overline{BD} = 24\text{cm}$ 일 때, $\overline{DO}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle OAD = \angle OMB$ (엇각), $\angle ODA = \angle OBM$ (엇각)

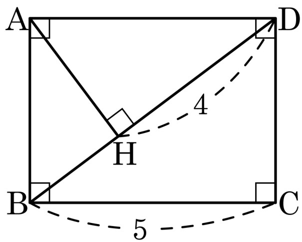
따라서 $\triangle OAD \backsim \triangle OMB$ 이다.

$\overline{AD} : \overline{MB} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{DO} : \overline{BO} = 2 : 1$ 이다.

$\overline{DO} = \frac{2}{3}\overline{BD}$

$\therefore\ \overline{DO} = 16(\text{cm})$

14. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{AH} \perp \overline{BD}$이고 $\overline{BC} = 5$, $\overline{HD} = 4$일 때, $\overline{AH}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{AD}^2 = \overline{DH} \times \overline{BD}$ 이므로

$5^2 = 4(4 + \overline{BH})$

$25 = 16 + 4\overline{BH}$

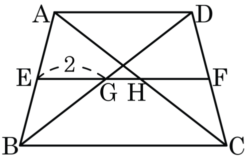
$\therefore \overline{BH} = \dfrac{9}{4}$

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{DH}$

$\overline{AH}^2 = \dfrac{9}{4} \times 4 = 9$

$\therefore \overline{AH} = 3$

15. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 의 중점이고, $\overline{EG} = 2, \overline{EG} = \overline{HF} = 2\overline{GH}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AD} // \overline{BC}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

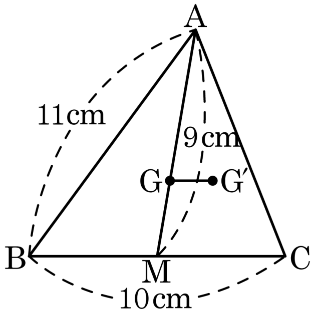
해설

$\overline{EG} = 2$ 이므로 $\overline{AD} = 4$

$\overline{HF} = 2 = 2\overline{GH}, \overline{GH} = 1$

$\overline{GF} = 3, \overline{BC} = 6$

16. 다음 그림에서 점 G, G′ 가 각각 $\triangle$ABC, $\triangle$AMC 의 무게중심이고 $\overline{AB} = 11$cm, $\overline{BC} = 10$cm, $\overline{AM} = 9$cm 일 때, $\triangle$GMG′ 의 둘레의 길이를 구하여라.



① $\dfrac{24}{3}$cm ② $\dfrac{25}{3}$cm ③ $\dfrac{27}{3}$cm
④ $\dfrac{28}{3}$cm ⑤ $\dfrac{29}{3}$cm

해설

$\overline{GM} = \frac{1}{3}\overline{AM} = 3(\text{cm})$

$\overline{MC}$ 의 중점을 D라 하면

$\overline{MD} : \overline{BD} = 1 : 3,$

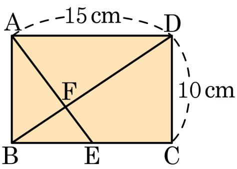
$\overline{MG'} = \frac{1}{3}\overline{AB} = \frac{11}{3}(\text{cm}),$

$$\begin{aligned}\overline{GG'} &= \frac{2}{3}\overline{MD} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\overline{MC} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \\ &= \frac{5}{3}(\text{cm})\end{aligned}$$

$\therefore$ ($\triangle$GMG′ 의 둘레의 길이) $= 3 + \frac{11}{3} + \frac{5}{3}$

$= \frac{25}{3}(\text{cm})$

17. 다음 그림의 직사각형에서 점 E 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{AD}=15\,\text{cm}$, $\overline{CD}=10\,\text{cm}$ 일 때, □FECD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

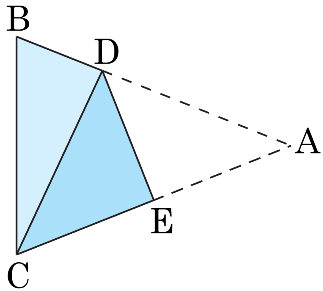
▷ 정답 : $\underline{\dfrac{125}{2}\ \text{cm}^2}$

해설

$\overline{AC}$ 를 그으면

$$\begin{aligned}\square\text{FECD} &= \frac{1}{3}\triangle\text{ABC} + \frac{1}{4}\square\text{ABCD}\\ &= \frac{1}{3}\times 75 + \frac{1}{4}\times 150\\ &= 25 + \frac{75}{2}\\ &= \frac{125}{2}(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

18. 다음 그림은 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 를 점 A 가 점 C 에 오도록 접은 것이다. $\angle DCB = 25°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad ^\circ}$

▷ 정답 : $\dfrac{130}{3}$ °

해설

$\angle A = \angle x$ 라 하면

$\angle DCE = \angle A = \angle x$

$\angle B = \angle C = \angle x + 25°$

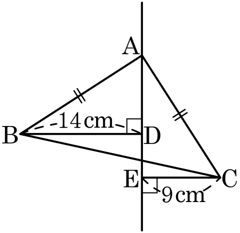
$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로

$\angle x + 2(\angle x + 25°) = 180°$

$3\angle x = 130°$, $\angle x = \dfrac{130\,°}{3}$

$\therefore\ \angle A = \dfrac{130\,°}{3}$

19. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 14\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는 ?



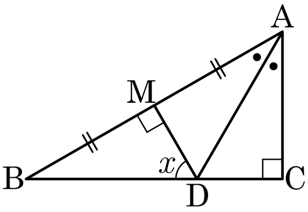
① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm

④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{BD} = \overline{AE} = 14\text{cm}$,
$\overline{AD} = \overline{CE} = 9\text{cm}$
$\therefore \overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 5(\text{cm})$

20. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} \perp \overline{DM}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

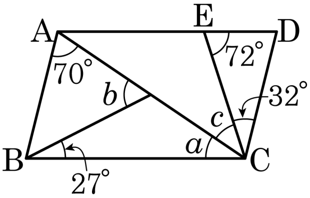


① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설

$\triangle ADM \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동) 이므로 $\angle ADM = \angle ADC \cdots$ ㉠
$\triangle MBD \equiv \triangle MAD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle DAM = \angle DBM \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $3x = 180°$
$\therefore \angle x = 60°$

21. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle a+\angle b+\angle c$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 133 °

해설

$\angle \mathrm{BAC} = \angle \mathrm{ACD}$ (엇각), $\angle c = 70° - 32° = 38°$

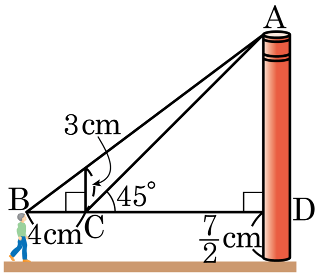
$\angle \mathrm{EDC} = 180° - 72° - 32° = 76° = \angle \mathrm{ABC}$

$\angle a = 180° - 70° - 76° = 34°$

$\angle b = \angle a + 27° = 34° + 27° = 61°$ (삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않은 두 각의 크기의 합과 같다.)

$\therefore\ \angle a + \angle b + \angle c = 34° + 61° + 38° = 133°$

22. 다음 그림은 어느 공장의 굴뚝의 높이를 구하려고 B, C 두 지점에서 소각로 끝을 올려다 본 것을 축척 $\frac{1}{200}$ 로 그린 것이다. 굴뚝의 높이를 구한 것은?



① 29.5 m ② 30 m ③ 31.5 m

④ 31 m ⑤ 31.5 m

해설

축도에서 굴뚝의 높이를 $h+\frac{7}{2}$(cm) 라 하면

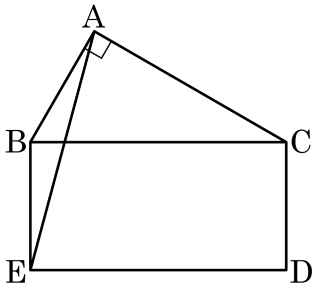
$4 : (4+h) = 3 : h$

$4h = 12 + 3h, h = 12$

$h + \frac{7}{2} = 15.5(\text{cm})$

(실제 높이) $= 15.5 \times 200 = 3100(\text{cm}) = 31(\text{m})$

23. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\angle A = 90°$, $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 인 직각삼각형이고, 사각형 BCDE 는 가로의 길이가 세로의 길이의 2 배인 직사각형일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 15 °

해설

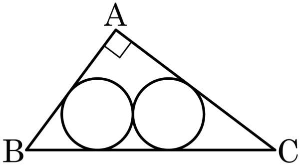
$\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하면 점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$

이때, $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이고, $\angle ABM = 60°$ 이다.

또, 사각형 BCDE 는 가로의 길이가 세로의 길이의 2 배인 직사각형이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이고 $\angle ABE = \angle ABC + \angle CBE = 150°$

$\therefore\ \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

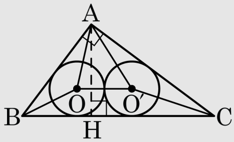
24. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 8$, $\overline{BC} = 10$ 인 직각삼각형 ABC 에 반지름의 길이가 같은 두 원이 내접해 있다. 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{10}{7}$

해설



두 원을 O, O′ 라 하고 반지름의 길이를 r 이라 하고, 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{AH}$$

$$\therefore \ \overline{AH} = \frac{24}{5} = 4.8$$

$$\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle ACO' + \square OBCO' + \triangle AOO'$$

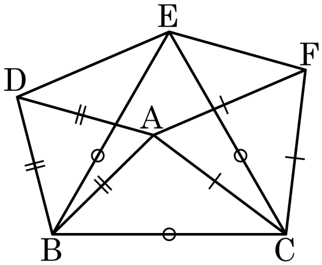
$$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 6r + \frac{1}{2} \times 8r + \frac{1}{2}(10 + 2r) \times r + \frac{1}{2} \times 2r \times (4.8 - r)$$

$$48 = 6r + 8r + 10r + 2r^2 + 9.6r - 2r^2$$

$$48 = 33.6r$$

$$\therefore \ r = \frac{10}{7}$$

25. 다음 그림과 같이 $\triangle DAB$, $\triangle EBC$, $\triangle AFC$가 정삼각형일 때, $\square EDAF$는 어떤 사각형인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle FEC$에서 $\overline{AC} = \overline{FC}$, $\overline{BC} = \overline{EC}$, $\angle ACB = 60° - \angle ACE = \angle ECF$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle FEC$는 SAS 합동이다.
따라서 $\overline{EF} = \overline{AB}$이다.
$\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서 $\overline{DB} = \overline{AB}$, $\overline{BE} = \overline{BC}$, $\angle ABC = 60° - \angle EBA = \angle DBE$이므로 $\triangle DBE \equiv \triangle ABC$는 SAS 합동이다.
따라서 $\overline{DE} = \overline{AC}$이다.
$\square EDAF$에서 $\overline{DE} = \overline{AF}$, $\overline{DA} = \overline{EF}$이므로 평행사변형이다.