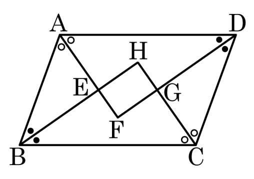
1. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ 의 이등분선을 그어 그 교점을 각각 E, F, G, H 라 하면 $\angle HEF$ 의 크기는?



① 100°   ② 90°   ③ 80°

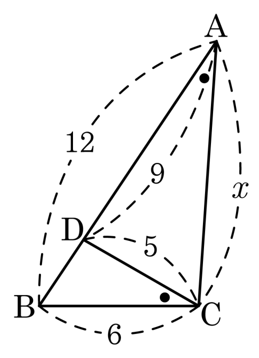
④ 45°   ⑤ 30°

해설

$\angle A + \angle B = 180°$

$\angle HEF = \dfrac{1}{2} \times (\angle A + \angle B) = 90°$

2. 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

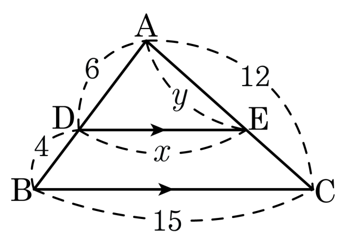
해설

$\triangle$ABC 와 $\triangle$CBD 에서 $\angle$B 는 공통, $\angle A = \angle BCD$ 이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음) 이다.

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AC} : \overline{CD}$

$12 : 6 = x : 5$ 이므로 $x = 10$ 이다.

3. 다음 그림에서 $x+y$ 의 값은?



① 13.2 ② 15.5 ③ 16 ④ 16.2 ⑤ 16.8

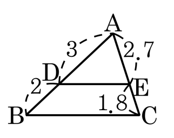
해설

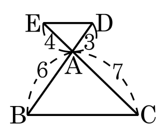
$6:10 = x:15 \quad \therefore\ x = 9$

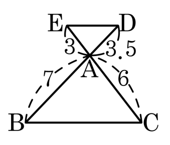
$6:10 = y:12 \quad \therefore\ y = 7.2$

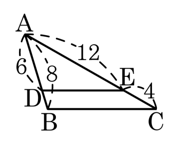
$\therefore\ x+y = 16.2$

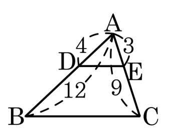
4. 다음 그림에서 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 가 평행하지 않은 것은?

①


②


③


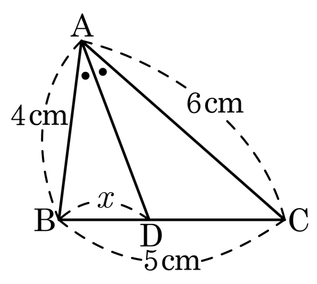
④


⑤


해설

② $\overline{BC}//\overline{DE}$ 라면, $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AB}$ 이다.
$4 : 7 \neq 3 : 6$ 이므로 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 이 아니다.

5. 다음 그림과 같은 $\angle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CA} = 6\text{cm}$ 라 한다. 이 때, x 의 길이는?

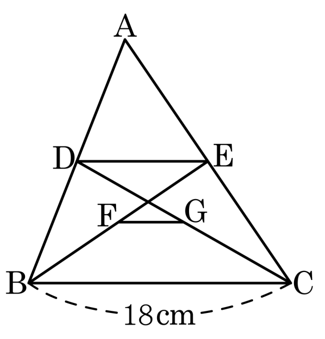


① 1.5cm ② 2cm ③ 2.5cm
④ 3cm ⑤ 3.5cm

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$
$4 : 6 = x : (5 - x)$
$20 - 4x = 6x$, $x = 2(\text{cm})$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 중점이고, 점 F, G 는 각각 $\overline{BE}, \overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BC} = 18\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{FG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

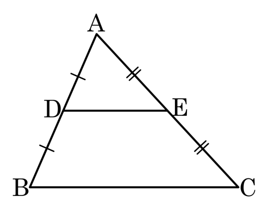
▷ 정답: $\frac{9}{2}$ cm

해설

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 9\,(\text{cm})$

$\overline{FG} = \frac{1}{2}(18 - 9) = \frac{9}{2}\,(\text{cm})$

7. 다음 그림에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이다. $\triangle ADE = 15\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $60\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비는 $\overline{AD} : \overline{AB} = 1 : 2$
넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 넓이를 $x\,\text{cm}^2$ 라 하면
$1 : 4 = 15 : x$
$\therefore\ x = 60$

8. 축척이 $\frac{1}{100000}$ 인 지도에서 실제 거리가 5km 인 두 지점은 길이가 얼마로 나타나는가?

① 5cm ② 15cm ③ 25cm ④ 40cm ⑤ 50cm

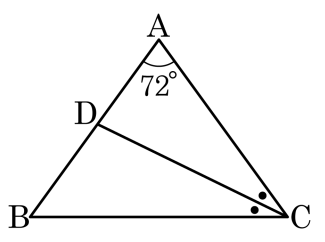
해설

축척이 $\frac{1}{100000}$ 이므로 닮음비는 $1 : 100000$ 이다. 지도에서의 거리를 x 라 하면

$1 : 100000 = x : 500000$

$\therefore x = \frac{500000}{100000} = 5\,\mathrm{cm}$

9. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle A = 72°$ 이고 $\angle ACD = \angle BCD$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기는?



① 51° ② 61° ③ 71° ④ 81° ⑤ 91°

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

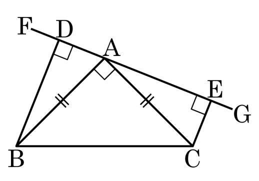
$\angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 72°) = 54°$

또 $\angle ACD = \angle BCD$ 이므로

$\angle DCB = \angle ACD = \frac{1}{2} \times 54° = 27°$

$\therefore \angle ADC = 54° + 27° = 81°$

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $\angle BAC = 90°$, $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 는 각각 점 B, C 에서 $\overline{FG}$ 에 내린 수선, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = 7$, $\overline{CE} = 3$)

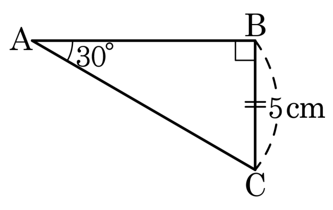


① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

해설

$\triangle BAD \equiv \triangle ACE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{CE} = 3$, $\overline{AE} = \overline{BD} = 7$ 이고,
사다리꼴 EDBC 의 넓이는
$\frac{1}{2}(\overline{DB} + \overline{EC}) \times \overline{ED} = \frac{1}{2}(7+3) \times (3+7) = 50$ 이다.
$\triangle BAD = \triangle ACE = \frac{1}{2} \times 3 \times 7 = \frac{21}{2}$
$\therefore \triangle ABC = \square EDBC - \triangle BAD - \triangle ACE$
$= 50 - \frac{21}{2} - \frac{21}{2} = 29$

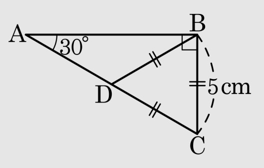
11. 다음 그림은 $\angle A = 30°$ 인 직각삼각형이다. $\overline{BC} = 5\text{cm}$ 일 때, 외접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $25\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설



$\angle BCA = 90° - 30° = 60°$

$\overline{AC}$ 의 중점을 D 라 할 때 $\overline{BD}$ 를 그으면

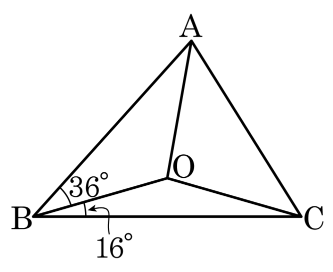
$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ ($\because$ 점 D는 $\triangle ABC$의 외심)

즉, $\triangle BDC$ 에서

$\overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle BCD = 60°$ 이므로 $\triangle BDC$ 는 정삼각형이 된다.

그러므로 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{CD} = 5(\text{cm})$ 이므로 외접원의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi\,\text{cm}^2$ 이다.

12. $\triangle$ABC 에서 점 O 는 외심이다. $\angle$OAC 의 크기를 구하여라.



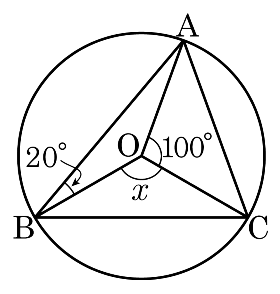
▶ 답: $\underline{\qquad}$ °

▷ 정답: 38 °

해설

$\angle\mathrm{OAC} + \angle\mathrm{OBA} + \angle\mathrm{OCB} = 90°$
$\angle\mathrm{OAC} = 90° - (36° + 16°) = 38°$

13. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle ABO = 20°$, $\angle AOC = 100°$일 때, $\angle x$의 크기는?

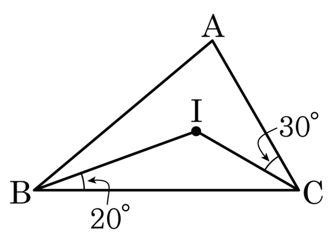


① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

$\triangle AOC$는 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAC = \angle OCA = 40°$
$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAB = \angle OBA = 20°$
$\therefore\ \angle BAC = \angle BAO + \angle CAO = 60°$
점 O가 삼각형의 외심이므로
$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 60° = 120°$

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle IBC = 20°$, $\angle ACI = 30°$ 일 때, $\angle A = (\quad\quad)°$의 크기는 얼마인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

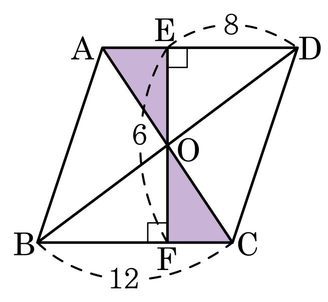
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle ACI = \angle ICB = 30°$ 이다.
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 20° - 30° = 130°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$,

$130° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore\ \angle A = 80°$

15. 다음 평행사변형 ABCD 에서 높이가 6 이고 $\overline{\mathrm{ED}} = 8$, $\overline{\mathrm{BC}} = 12$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\triangle\mathrm{OAE} \equiv \triangle\mathrm{OCF}$ 이고 높이가 6 이므로 색칠한 부분의 높이는 3 이다.

또한, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{FC}} = 4$ 이므로 $\triangle\mathrm{OAE}$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times4\times3 = 6$ 이고, 색칠한 부분의 넓이는 $6 + 6 = 12$ 이다.

16. 다음 중 항상 닮음인 도형이 아닌 것은?

① 두 정삼각형

② 두 정사각형

③ 합동인 두 삼각형

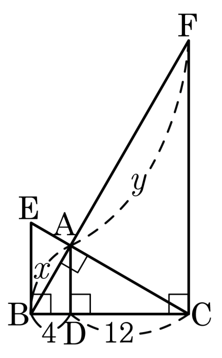
④ 두 평행사변형

⑤ 꼭지각의 크기가 같은 두 이등변삼각형

해설

③ 합동인 두 삼각형은 닮음비가 1 : 1 인 닮은 도형이다.
④ 두 평행사변형이 항상 닮음인 것은 아니다.

17. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, 점 B 와 C 에서 $\overline{BC}$ 에 각각 수직으로 그어 $\overline{AC}$ 와 $\overline{AB}$ 의 연장선과 만나는 점을 E 와 F 라 할 때, x 와 y 의 값은?

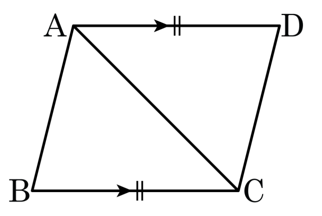


① $x = 4,\ y = 16$ ② $x = 4,\ y = 32$ ③ $x = 6,\ y = 24$
④ $x = 8,\ y = 24$ ⑤ $x = 8,\ y = 32$

해설

직각삼각형 ABC 와 DBA 는 닮음
$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{BC} : \overline{AB}$ 이므로 $x : 4 = 16 : x$
$x^2 = 4 \times 16$
$\therefore\ x = 8$
$\triangle BCF$ 에서 $\overline{BD} : \overline{BC} = \overline{BA} : \overline{BF}$ 이므로 $4 : 16 = x : (x + y)$
$4 : 16 = 8 : (8 + y)$
$8 + y = 32$
$\therefore\ y = 24$

18. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 <u>틀린</u> 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD 에서 $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$

결론) $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC 와 △CDA 에서

ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠

ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡

ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)

ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로

$\therefore \overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

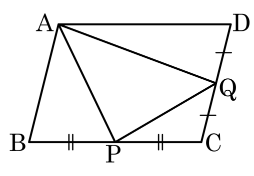
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

19. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 하자. $\square ABCD = 84\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는 얼마인가?

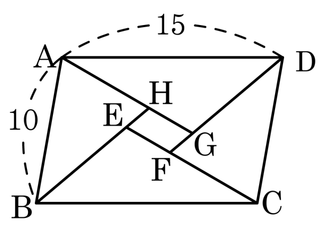


① 29.5cm^2 ② 30cm^2 ③ 30.5cm^2
④ 31cm^2 ⑤ 31.5cm^2

해설

$$\begin{aligned}\triangle APQ &= \square ABCD - \triangle ABP - \triangle AQD - \triangle PCQ \\ &= 84 - \frac{1}{4} \times 84 - \frac{1}{4} \times 84 - \frac{1}{8} \times 84 \\ &= 84 - 21 - 21 - 10.5 \\ &= 31.5\left(\text{cm}^2\right)\end{aligned}$$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 네 내각의 이등분선을 각각 연결하여 □EFGH 를 만들었다. $\overline{EH} : \overline{AD} = 1 : 3$, $\overline{EF} : \overline{AB} = 1 : 2$ 일 때, □EFGH의 둘레를 구하면?

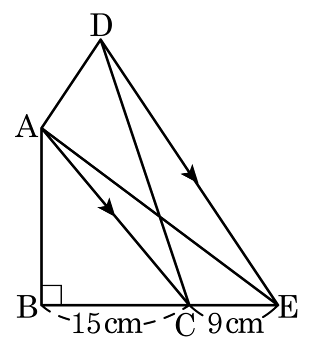


① 20　　② 25　　③ 30　　④ 35　　⑤ 40

해설

$\angle A + \angle B = 180°$이므로 $\angle EAB + \angle EBA = 90°$, $\angle AEB = 90°$이다.
따라서 □EFGH는 직사각형이다. $\overline{EH} : \overline{AD} = 1 : 3$이므로 $\overline{EH} : 15 = 1 : 3$, $\overline{EH} = 5$
$\overline{EF} : \overline{AB} = 1 : 2$이므로 $\overline{EF} : 10 = 1 : 2$, $\overline{EF} = 5$이다.
따라서 직사각형 중 가로와 세로의 길이가 같은 정사각형이고, 둘레는 $2(5 + 5) = 20$가 된다.

21. 다음 그림에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 이고 $\triangle ABC = 135 cm^2$ 이다. $\overline{BC} = 15 cm$, $\overline{CE} = 9 cm$ 일 때, $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

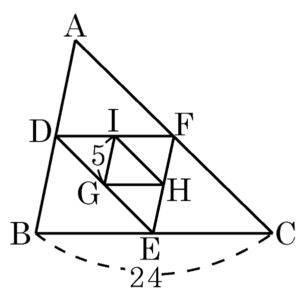
▷ 정답 : 81 cm^2

해설

$\overline{AB} = 135 \times 2 \div 15 = 18 (cm)$

$\triangle ACD = \triangle ACE = \frac{1}{2} \times 9 \times 18 = 81 (cm^2)$

22. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 세 변의 중점을 각각 D, E, F, $\triangle DEF$ 의 세 변의 중점을 각각 G, H, I 라 할 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이가 36 일 때, $\overline{IH}$ 와 $\overline{AB}$ 의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\overline{GH} = \frac{1}{4} \times \overline{BC} = 6$

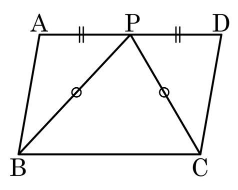
$\triangle DEF$ 의 둘레가 36 이므로 $\triangle IGH$ 의 둘레는

$\frac{1}{2} \times \triangle DEF = 18$

$\overline{IH} = 18 - 5 - 6 = 7$, $\overline{AB} = 4 \times \overline{IG} = 20$

따라서 $\overline{IH}$ 와 $\overline{AB}$ 의 길이의 합은 $20 + 7 = 27$ 이다.

23. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{DM}}$, $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}}$ 일 때, $\angle \mathrm{D}$ 의 크기는?

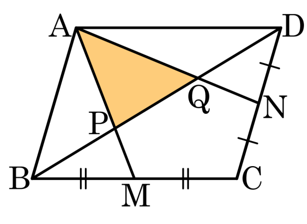


① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$
④ $100°$ ⑤ $110°$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{DM}}$, $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}}$ 이므로
$\triangle \mathrm{ABM} \equiv \triangle \mathrm{DCM}$(SSS합동)
$\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{D} = 180°$
$\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{D}$ 이므로
$\therefore \angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{D} = 180° \times \frac{1}{2} = 90°$

24. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고, 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. △APQ 의 넓이가 12cm^2 일 때, □ABCD 의 넓이는?

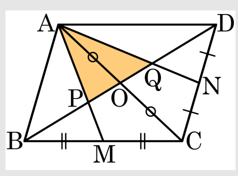


① 48cm^2　② 56cm^2　③ 64cm^2
④ 68cm^2　⑤ 72cm^2

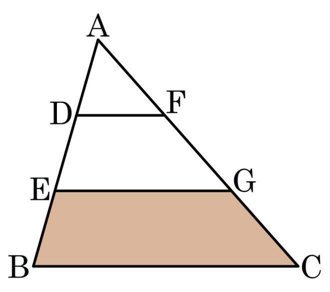
해설

점 P, Q 가 각각 △ABC , △ADC 의 무게중심이므로 $\triangle APO = \frac{1}{6}\triangle ABC$, $\triangle AQO = \frac{1}{6}\triangle ADC$ 이고, $\triangle APQ = \frac{1}{6}(\triangle ABC + \triangle ADC) = \frac{1}{6}$□ABCD 이다.

따라서 □ABCD $= 6\triangle APQ = 72(\text{cm}^2)$ 이다.



25. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 변 AB, AC 의 삼등분점을 각각 D 와 E, F 와 G 라 할 때, 사각형 DEGF 의 넓이가 60 이다. 이때, 사각형 EBCG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$\triangle ADF \backsim \triangle AEG \backsim \triangle ABC$ 이고 닮음비는 $1:2:3$ 이므로 넓이비는 $1:4:9$ 이다.
삼각형 ADF 의 넓이를 S 라 하면 $\triangle AEG = 4S$, $\triangle ABC = 9S$ 이므로
사각형 DEGF 의 넓이는 $4S - S = 3S = 60$, $S = 20$
따라서 사각형 EBCG 의 넓이는 $9S - 4S = 5S = 5 \times 20 = 100$