

1. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$$\therefore \text{상수항은 } -1$$

2. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$

② $c - a$

③ $b + c$

④ $a - b$

⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

3. $(a - b + c)(a + b - c)$ 를 전개한 식은?

① $a^2 + b^2 + c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

④ $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + c)(a + b - c) \\ &= \{a - (b - c)\}\{a + (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

4. 다항식 $(x-1)^3 + 27$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$

② $(x-1)(x^2-x-2)$

③ $(x-1)(x^2+3x+3)$

④ $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$ 을 A 로 치환하면

$$\text{준식} = A^3 + 27 = (A+3)(A^2-3A+9)$$

다시 $x-1$ 을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

5. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

6. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$
$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

7. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x + a)(x + b)(x + c)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1		1	4	1	-6	
			1	5	6	
-2		1	5	6	0	
			-2	-6		
-3		1	3	0		
			-3			
		1	0			

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$
 $\therefore a + b + c = 4$

8. x^3-4x^2+x+6 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,
 $x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$
따라서, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 의 인수를 갖는다.
즉, $f(x) = (x+1)Q(x)$ 몫
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

-1		1	-4	1	6
			-1	5	-6
		1	-5	6	0

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x + 1)$
 $\therefore f(x) = (x - 3)(x - 2)(x + 1)$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

9. 다음 ㉠~㉤중 인수분해를 한 결과가 틀린 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $x^2(a-b)-y^2(b-a)=(a-b)(x+y)(x-y)$
- ㉡ $9x^2+3xy-2y^2=(3x-2y)(3x+y)$
- ㉢ $x^3-125=(x-5)(x^2-5x+25)$
- ㉤ $2x^2-xy-y^2-4x+y+2=(2x-y+2)(x-y+1)$

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠ $x^2(a-b)-y^2(b-a)=x^2(a-b)+y^2(a-b)=(a-b)(x^2+y^2)$

㉡ $9x^2+3xy-2y^2=(3x+2y)(3x-y)$

㉢ $x^3-125=(x-5)(x^2+5x+25)$

㉤ $2x^2-xy-y^2-4x+y+2$
 $=2x^2-(4+y)x-(y^2-y-2)$
 $=2x^2-(4+y)x-(y-2)(y+1)$
 $=\{2x+(y-2)\}\{x-(y+1)\}$
 $=(2x+y-2)(x-y-1)$

10. $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$ 이다. $a+b+c-d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}x^2+x &= A \text{로 치환하면} \\(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24 \\&= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+24 \\&= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+24 \\&= (A-2)(A-12)+24 \\&= A^2-14A+48 = (A-6)(A-8) \\&= (x^2+x-6)(x^2+x-8) \\&= (x-2)(x+3)(x^2+x-8) \\\therefore a+b+c-d &= -2+3+1-(-8) = 10\end{aligned}$$

11. $2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1$ 의 인수인 것은?

- ① $2x + y + 1$ ② $2x + y - 1$ ③ $2x - y - 1$
④ $x + 2y + 1$ ⑤ $x - 2y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1 \\ &= 2x^2 + (5y - 1)x + (y + 1)(2y - 1) \\ &= (x + 2y - 1)(2x + y + 1) \end{aligned}$$

12. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \quad (\text{단, } a \neq b \neq c)$$

- ① -1 ② 1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= \frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1 \end{aligned}$$

13. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ 를 만족할 때, $x + y + z$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \\ &= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0 \\ & (x + y + z) = 0 \text{ 또는 } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0 \\ & \therefore x + y + z = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{2}\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} = 0 \\ & \text{그런데 } x, y, z \text{가 서로 다른 세 실수 } (x \neq y \neq z) \text{이므로} \\ & x + y + z = 0 \end{aligned}$$

14. 삼각형 ABC의 세변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$ 인 관계가 성립할 때 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?
- ① $b = c$ 인 이등변 삼각형
 - ② $a = c$ 인 이등변삼각형
 - ③ b 가 빗변의 길이인 직각삼각형
 - ④ 정삼각형
 - ⑤ c 가 빗변의 길이인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2(a+b) + b^2(a+b) - c^2(a+b) \\ &= (a+b)(a^2 + b^2 - c^2) = 0 \\ a^2 + b^2 &= c^2 \quad (\because a+b \neq 0) \\ \therefore c &\text{가 빗변의 길이인 직각삼각형}\end{aligned}$$

15. $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$ 의 값을 a 라 할 때, $\frac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1007}{1006}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)} \\ &= 2013 \text{ 이므로} \\ \therefore \frac{a+1}{a-1} &= \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006} \end{aligned}$$

16. 가로 길이가 x cm, 세로 길이가 y cm, 높이가 z cm 인 직육면체에서 $x + y + z = 10$, $x^2 + y^2 + z^2 = 46$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이는 몇 cm^2 인가?

- ① 45 cm^2 ② 50 cm^2 ③ 54 cm^2
④ 58 cm^2 ⑤ 60 cm^2

해설

공식 $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$ 을 이용하여
주어진 조건을 대입하면 $xy + yz + zx = 27$
겉넓이는 $2(xy + yz + zx)$ 이므로 54

17. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

18. 다음 식을 인수분해 하면 $(x+py)(x+qy+r)^2$ 이다. 이 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

$[x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y]$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y \\ &= (x-y)(x^2 + xy + y^2) + xy(x-y) + 2(x+y)(x-y) + (x-y) \\ &= (x-y)\{(x+y)^2 + 2(x+y) + 1\} \\ &= (x-y)(x+y+1)^2 \\ &p = -1, q = 1, r = 1 \\ &\therefore p^2 + q^2 + r^2 = 3 \end{aligned}$$

19. $x^4 + 3x^2 + 4$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$ ② $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - x + 2)$

③ $(x^2 - x + 2)(x^2 + x + 2)$ ④ $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x + 1)$

⑤ $(x^2 + x - 2)(x^2 + x + 2)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 + 3x^2 + 4 &= (x^4 + 4x^2 + 4) - x^2 \\&= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\&= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

20. $a^2b^2(a-b) + b^2c^2(b-c) + c^2a^2(c-a)$ 를 인수분해 하였을 때, 다음 중 인수가 아닌 것은?

- ① $a-b$
- ② $b-c$
- ③ $c-a$
- ④ $a+b+c$
- ⑤ $ab+bc+ca$

해설

문자가 여러 개일 경우 동차식이면 어느 한 문자에 대하여 정리하고

차수가 다르면 차수가 낮은 문자에 대해 정리한다.

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= a^3b^2 - a^2b^3 + b^3c^2 - b^2c^3 + c^3a^2 - c^2a^3 \\ &= (b^2 - c^2)a^3 - (b^3 - c^3)a^2 + b^2c^2(b - c) \\ &= (b - c)\{(b + c)a^3 - (b^2 + bc + c^2)a^2 + b^2c^2\} \\ &= (b - c)\{(c^2 - a^2)b^2 - a^2(c - a)b - a^2c(c - a)\} \\ &= (b - c)(c - a)\{(c + a)b^2 - a^2b - a^2c\} \\ &= (b - c)(c - a)\{b^2 - a^2\}c + ab(b - a)\} \\ &= (b - c)(c - a)(b - a)\{(b + a)c + ab\} \\ &= -(a - b)(b - c)(c - a)(ab + bc + ca) \end{aligned}$$

따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

21. $198^3 + 200^3 + 202^3 - 3 \cdot 198 \cdot 200 \cdot 202$ 를 간단히 하면?

- ① 6800 ② 7000 ③ 7200 ④ 7400 ⑤ 7600

해설

$$\begin{aligned} &198 = x, 200 = y, 202 = z \text{라 하면} \\ &198^3 + 200^3 + 202^3 - 3 \cdot 198 \cdot 200 \cdot 202 \\ &= x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \\ &= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) \\ &= \frac{1}{2}(x + y + z)\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} \\ &= \frac{1}{2} \times 600 \times 24 \\ &= 7200 \end{aligned}$$

22. $a + b + c = 1$ 을 만족하는 세 실수 a, b, c 에 대하여 $x = a - 2b + 3c$, $y = b - 2c + 3a$, $z = c - 2a + 3b$ 라 할 때, $(x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$a + b + c = 1$ 이므로

$$x + y + z = 2a + 2b + 2c = 2(a + b + c) = 2$$

$$\therefore (x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1)$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx + 3$$

$$= (x + y + z)^2 + 3$$

$$= 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$$

23. 다음 중 $\left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 - 1$ 의 값과 같은 것은?

- ① $\frac{3^2 \times 997^3}{10}$ ② $\frac{3^2 \times 997^6}{10}$ ③ $-\frac{3^2 \times 997^3}{10}$
④ $-\frac{3^2 \times 997}{10^6}$ ⑤ $-\frac{3^2 \times 997^9}{10}$

해설

주어진 식에서 $\frac{997}{1000}$ 과 $\frac{3}{1000}$ 을 더해보면 $\frac{997+3}{1000} = 1$ 이므로

$a = \frac{997}{1000}$, $b = \frac{3}{1000}$, $c = -1$ 이라 하면

$a + b + c = 0$ 이 된다.

따라서 $a + b + c = 0$ 이므로

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ 에서 } a^3+b^3+c^3 = 3abc$$

임을 이용하면

$$a^3 + b^3 + c^3 = \left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 + (-1)^3 \text{ 의 값은}$$

$$3abc = 3 \times \frac{997}{1000} \times \frac{3}{1000} \times (-1) \text{ 와 같으므로}$$

구하는 값은

$$3 \times \frac{997}{1000} \times \frac{3}{1000} \times (-1) = -\frac{3^2 \times 997}{10^6}$$

24. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $\frac{a-b+c}{a+b+c} = \frac{-a-b+c}{a-b-c}$ 일 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ㉠

빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
- ㉡

빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
- ㉢

빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
- ㉤

$a = b$ 인 이등변삼각형
- ㉥

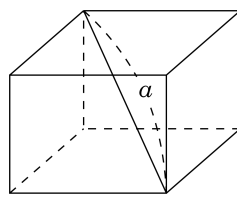
$b = c$ 인 이등변삼각형

- ① 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
- ② 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
- ③ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
- ④ $a = b$ 인 이등변삼각형
- ⑤ $b = c$ 인 이등변삼각형

해설

$\frac{a-b+c}{a+b+c} = \frac{-a-b+c}{a-b-c}$ 에서
 $(a-b+c)(a-b-c) = (a+b+c)(-a-b+c)$
 $(a-b+c)(a-b-c) + (a+b+c)(a+b-c) = 0$
 $\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} + \{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\} = 0$
 $(a-b)^2 - c^2 + (a+b)^2 - c^2 = 0$
 $a^2 - 2ab + b^2 - c^2 + a^2 + 2ab + b^2 - c^2$
 $= 2a^2 + 2b^2 - 2c^2$
 $= 2(a^2 + b^2 - c^2) = 0$
 $\therefore a^2 + b^2 - c^2 = 0$
그러므로 이 삼각형은 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형이다.

25. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선의 길이가 a 이고, 모든 모서리의 길이의 합이 b 일 때, 이 직육면체의 겉넓이는?



- ☒ ① $\frac{1}{16}b^2 - a^2$ ② $\frac{1}{8}b^2 - a^2$ ③ $\frac{1}{4}b^2 - a^2$
☐ ④ $\frac{1}{8}b^2 + a^2$ ⑤ $\frac{1}{16}b^2 + a^2$

해설

가로, 세로의 길이와 높이를 각각 x, y, z 라 하면

$$4(x + y + z) = b, \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = a$$

$$\therefore x + y + z = \frac{1}{4}b, x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

따라서, 구하는 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned}
 2(xy + yz + zx) &= (x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2) \\
 &= \left(\frac{1}{4}b\right)^2 - a^2 \\
 &= \frac{1}{16}b^2 - a^2
 \end{aligned}$$