1. 다음 보기에서 $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 2 ㉡ 9 ㉢ 12 ㉣ 15 ㉤ 16

㉥ 18

① ㉠, ㉢, ㉣ ② ㉠, ㉢, ㉤ ③ ㉡, ㉢, ㉥

④ ㉢, ㉣, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

$\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되려면 $18-x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

㉢ $18-12=6$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉣ $18-15=3$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉤ $18-16=2$ 이므로 제곱수가 아니다.

2. $(3x - A)^2 = 9x^2 - Bx + 9$ 일 때, A, B 에 알맞은 자연수를 차례로 구하면?

① 3, 3 ② 3, 9 ③ 3, 18 ④ 9, 9 ⑤ 9, 18

해설

$(3x)^2 - 2 \times 3x \times A + A^2 = 9x^2 - 6Ax + A^2$ 이므로

$A^2 = 9, \quad A = 3 (\because A$는 자연수$)$

$B = 6A = 18$

$\therefore A = 3, \ B = 18$

3. $x(x-1)(x+2)(x-3) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ 에서 상수 $a,\ b,\ c$ 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

$x(x-1)(x+2)(x-3)$

$= \{x(x-1)\}\{(x+2)(x-3)\}$

$= (x^2-x)(x^2-x-6)$

$x^2-x=t$ 로 치환하면 $t(t-6) = t^2-6t$

$t = x^2-x$ 를 대입하여 정리하면 $x^4-2x^3-5x^2+6x$

따라서 $a+b+c = -2-5+6 = -1$ 이다.

4. 다음 수를 큰 수부터 차례로 나타낸 것은?

보기

$2\sqrt{11}, 3\sqrt{7}, 0, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{3}}$

① $0 , 2\sqrt{11} , 3\sqrt{7} , -\sqrt{\frac{1}{2}} , -\sqrt{\frac{1}{3}}$

② $0 , 3\sqrt{7} , 2\sqrt{11} , -\sqrt{\frac{1}{3}} , -\sqrt{\frac{1}{2}}$

③ $3\sqrt{7} , 2\sqrt{11} , 0 , -\sqrt{\frac{1}{2}} , -\sqrt{\frac{1}{3}}$

④ $2\sqrt{11} , 3\sqrt{7} , 0 , -\sqrt{\frac{1}{3}} , -\sqrt{\frac{1}{2}}$

⑤ $3\sqrt{7} , 2\sqrt{11} , 0 , -\sqrt{\frac{1}{3}} , -\sqrt{\frac{1}{2}}$

해설

$2\sqrt{11} = \sqrt{44}$, $3\sqrt{7} = \sqrt{63}$, $\sqrt{\frac{1}{2}} > \sqrt{\frac{1}{3}}$ 이므로 $-\sqrt{\frac{1}{2}} < -\sqrt{\frac{1}{3}}$

큰 수부터 차례대로 나타내면, $3\sqrt{7}$, $2\sqrt{11}$, 0, $-\sqrt{\frac{1}{3}}$, $-\sqrt{\frac{1}{2}}$

5. $9x^2 + Axy + 16y^2 = (Bx + Cy)^2$ 일 때, 이를 만족하는 세 자연수 A, B, C 의 합을 구하면?

① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

해설

$$(Bx + Cy)^2 = B^2x^2 + 2BCxy + C^2y^2$$
$$= 9x^2 + Axy + 16y^2$$

$B^2 = 9,\ \therefore B = 3$

$C^2 = 16,\ \therefore C = 4$

$A = 2BC = 2 \times 3 \times 4 = 24$

$\therefore\ A + B + C = 24 + 3 + 4 = 31$

6. $\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x-1\right)-\left(\frac{3}{2}x^2-\frac{4}{3}x+2\right)=ax^2+bx+c$ 에서 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x-1\right)-\left(\frac{3}{2}x^2-\frac{4}{3}x+2\right)$

$=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x-1-\frac{3}{2}x^2+\frac{4}{3}x-2$

$=-x^2+x-3$

이므로 $a+b+c=(-1)+1+(-3)=-3$

7. $x^2 + ax - 20$ 의 인수 중 하나가 $x + 4$ 일 때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 + ax - 20 = (x + 4)(x - 5) \quad \therefore a = -1$

8. $(a-b+3)(a+b-3)$ 을 간단히 하면?

① a^2-b^2-9 ② a^2+b^2-9

③ a^2-b^2+6b-9 ④ a^2-b^2-9b-9

⑤ a^2-b^2+6b+9

해설

$b-3=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a-A)(a+A)\\ &= a^2-A^2\\ &= a^2-(b^2-6b+9)\\ &= a^2-b^2+6b-9\end{aligned}$$

9. $x^2 + xy + x + y$를 인수분해하면?

① $(x+y)(1-x)$ ② $(x+y)(x-1)$ ③ $(x-y)(x+1)$

④ $(x+y)(x+1)$ ⑤ $(x-y)(x-1)$

해설

$x(x+y) + (x+y) = (x+y)(x+1)$

10. 다음 세 무리수의 대소를 비교할 때, 가장 큰 수를 구하여라.

㉠ $3\sqrt{3}$	㉡ $2\sqrt{6}$	㉢ $2\sqrt{7}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $3\sqrt{3} = \sqrt{27}$
㉡ $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$
㉢ $2\sqrt{7} = \sqrt{28}$ 이다.
따라서 $2\sqrt{7} > 3\sqrt{3} > 2\sqrt{6}$ 이므로 가장 큰 수는 $2\sqrt{7}$ 이다.

11. $a = \dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4\sqrt{2}$

해설

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1,\ b = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= (\sqrt{2}-1+\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1-\sqrt{2}-1) \\ &= 2\sqrt{2}(-2) = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

12. $\sqrt{ab}=3$ 일 때, $\sqrt{ab}-\dfrac{5a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\dfrac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값을 구하여라. (단, $a>0$, $b>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\sqrt{ab}-\frac{5\sqrt{a^2b}}{\sqrt{a}}+\frac{2\sqrt{ab^2}}{\sqrt{b}}$$
$$=\sqrt{ab}-5\sqrt{ab}+2\sqrt{ab}$$
$$=3-5\times 3+2\times 3=-6$$