1. 다음 x, y의 다항식 P, Q에 대해 $\mathrm{P}+\mathrm{Q}$를 계산하면, 항의 개수는 (㉠)개이고, 계수의 총합은 (㉡)이다. ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 써라.

$$\mathrm{P} = 5x^2y + 2y^2 + 2x^3$$
$$\mathrm{Q} = x^3 - 3y^2 + 2xy^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ 4

▷ 정답 : ㉡ 9

해설

동류항끼리 정리하면
$\mathrm{P}+\mathrm{Q} = 3x^3 + 5x^2y + 2xy^2 - y^2$
항의 개수는 4개이고 계수의 총합은 9이다.

2. 두 다항식 $A = 3x - y + 1$, $B = -x + 2y - 2$에 대하여 $A - B$의 계산결과로 맞는 식은?

① $2x - 3y - 1$　② $4x + y - 1$　③ $2x + 3y + 3$

④ $4x - 3y + 3$　⑤ $2x + y - 1$

해설

$$\begin{aligned} A - B &= (3x - y + 1) - (-x + 2y - 2) \\ &= 3x - y + 1 + x - 2y + 2 \\ &= 4x - 3y + 3 \end{aligned}$$

3. $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$을 간단히 하면?

① $72a^7x^8$ ② $-72a^7x^8$ ③ $72a^{12}x^{12}$

④ $-72a^{12}x^{12}$ ⑤ $48a^8x^7$

해설

$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$

4. 다항식 $2x^3+x^2-5x+3$을 x^2+x-1로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

직접 나누어 보면
$\therefore$몫 : $2x-1$, 나머지 : $-2x+2$
몫과 나머지의 합은 1

5. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$을 전개한 식은?

① x^4-y^4 ② x^2-y^2

③ $x^4-2x^2y^2+y^4$ ④ $x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $x^4-4x^2y^2+y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2\\ &= (x^2-y^2)^2\\ &= x^4-2x^2y^2+y^4\end{aligned}$$

6. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a+b) = ma + mb$

② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000-1) \times (2000+1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

7. 다항식 $(5x^2+3x+1)^2$ 을 전개하였을 때, x^2 의 계수는?

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

$(5x^2+3x+1)(5x^2+3x+1)$ 에서
i) (일차항)×(일차항) 의 경우 $9x^2$
ii) (이차항)×(상수항) 의 경우 $2\times 5x^2$
즉, $5x^2+5x^2+9x^2=19x^2$
$\therefore$ 19

8. $x+y=4,\ xy=3$ 일 때, x^2-xy+y^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=7$

9. $x+y+z=3,\ xy+yz+zx=-1$ 일 때 $x^2+y^2+z^2$ 의 값을 구하면?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} x^2+y^2+z^2 &= (x+y+z)^2-2(xy+yz+xz) \\ &= 9+2=11 \end{aligned}$$

10. b, c는 상수이고, 모든 실수 x에 대하여 $(x+2)(x+b)=x^2+cx+6$을 만족하는 c의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(x+2)(x+b)=x^2+cx+6$,
$x^2+(2+b)x+2b=x^2+cx+6$,
$2+b=c$, $2b=6$
$\therefore b=3$
따라서 $c=5$

11. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$이 x에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b, c에 대하여 $a + 2b + 3c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

양변에 $x = 0$을 대입하면
$-2 = 2a \quad \therefore \ a = -1$
양변에 $x = 1$을 대입하면
$-3 = -b \quad \therefore \ b = 3$
양변에 $x = 2$를 대입하면
$0 = 2c \quad \therefore \ c = 0$
$\therefore \ a + 2b + 3c = 5$

12. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}$을 만족하는 모든 실수 x, y에 대하여 항상 $ax+by+5=0$이다. 이때 $a+b$의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}=t$라 하면

$x=2t-1,\ y=3t+1$

이것을 $ax+by+5=0$에 대입하면

$a(2t-1)+b(3t+1)+5=0$

$(2a+3b)t+(-a+b+5)=0$

이 식이 모든 실수 t에 대하여 성립해야 하므로

$2a+3b=0\cdots①$

$-a+b+5=0\cdots②$

①, ②를 연립하여 풀면

$a=3,\ b=-2 \quad \therefore\ a+b=3+(-2)=1$

해설

$\frac{A}{B}=\frac{C}{D} \Leftrightarrow AD=BC$ 성질 이용

$3x+3=2y-2$

$3x-2y+5=0$은 $ax+by+5=0$

$\therefore a=3,\ b=-2$

13. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$를 일차식 $x + 1$로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -10 ② 10 ③ -4 ④ 4 ⑤ 0

해설

$f(x) = (x+1)Q(x) + R$이라고 놓으면
$f(-1) = R$
$\therefore\ f(-1) = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$
따라서 $R = -10$

14. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$가 일차식 $x - 1$로 나누어 떨어 지도록 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x-1)Q(x)$
$f(1) = -4 + k + 1 = 0$
$\therefore\ k = 3$

15. 다항식 $ax + ay - bx - by$를 인수분해 하면?

① $x(a-b)$ ② $(a-b)(x-y)$ ③ $(a+b)(x-y)$

④ $(a-b)(x+y)$ ⑤ $(a+b)(x+y)$

해설

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= a(x+y) - b(x+y) \\ &= (a-b)(x+y) \end{aligned}$$

16. $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$의 몫을 a, 나머지를 b라 할 때, $a + b$를 구하면?

① $3x^2 + x + 1$ ② $x^2 + x + 1$ ③ $3x^2 + 1$
④ $x^2 + x - 1$ ⑤ $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2$, $b = 3$
$\therefore\ a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.
이 때, $2x - 1$로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$이고 나머지는 같다.

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R$$
$$= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R$$

17. 다항식 $f(x)$를 $2x^2+3x+2$로 나누었더니 몫이 $3x-4$이고, 나머지가 $2x+5$이었다. 이 때, $f(1)$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

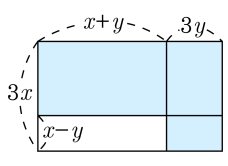
해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$=6x^3+9x^2+6x-8x^2-12x-8+2x+5$
$=6x^3+x^2-4x-3$
$\therefore\ f(1)=6+1-4-3=0$

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$f(1)=(2+3+2)(3-4)+(2+5)=-7+7=0$

18. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$
$=3x^2+12xy-x^2+y^2$
$=2x^2+12xy+y^2$

19. $(x+y)a-(x-y)b-(y-z)c-4z=0$이 x, y, z의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc를 구하면?

① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

x, y, z에 대해 정리하면

$(a-b)x+(a+b-c)y+(c-4)z=0$

x, y, z에 대한 항등식이므로

$a=b,\ a+b-c=0,\ c=4$

$\therefore\ a=b=2,\ c=4$

$\therefore\ abc=16$

20. $a,\ b$는 정수이고, ax^3+bx^2+1이 x^2-x-1로 나누어 떨어질 때, b의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로
ax^3+bx^2+1
$=(x^2-x-1)(ax-1)$
$=ax^3-(1+a)x^2+(1-a)x+1$
양변의 계수를 비교하면
$-(1+a)=b, 1-a=0$
$\therefore\ a=1, b=-2$

21. x에 대한 다항식 $(4x^2-3x+1)^5$을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 1024

해설

$(4x^2-3x+1)^5$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$(4x^2-3x+1)^5 = a_0x^{10}+a_1x^9+a_2x^8+\cdots+a_9x+a_{10}$과 같이 된다.
여기서 모든 계수들의 합
$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$을 구하려면
$x=1$을 대입하면 된다.
즉, $(4-3+1)^5 = a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$
모든 계수들의 합은 $2^5=32$

22. 다항식 $2x^3+ax^2+bx+8$이 $x-1$과 $x-2$로 각각 나누어 떨어지도록 하는 상수 $a,\ b$의 값은?

① $a=-2,\ b=-8$ ② $a=3,\ b=4$

③ $a=-1,\ b=-3$ ④ $a=4,\ b=-2$

⑤ $a=-3,\ b=7$

해설

$f(x)=2x^3+ax^2+bx+8$로 놓으면
$x-1$과 $x-2$로 각각 나누었을 때 나머지가 0이므로 $f(1)=0,\ f(2)=0$이어야 한다.

$\therefore f(1)=2+a+b+8=0,$
$\quad f(2)=16+4a+2b+8=0$

$\therefore\ a+b=-10,\ 2a+b=-12$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-2,\ b=-8$

23. x^3 의 항의 계수가 1 인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$

$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$

24. 다항식 ax^3+bx^2-4가 x^2+x-2로 나누어 떨어지도록 a, b를 정할 때, a와 b의 곱을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$ax^3+bx^2-4=(x^2+x-2)Q(x)$
$=(x-1)(x+2)Q(x)$
양변에 $x=1, x=-2$를 각각 대입하면
$a+b-4=0,\ -8a+4b-4=0$
두 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=3$
$\therefore\ ab=3$

해설

$ax^3+bx^2-4=(x^2+x-2)(ax+2)$
우변을 전개하여 계수를 비교하면
$a=1,\ b=3\ \therefore\ ab=3$

25. 다항식 x^3+ax^2+bx-1이 x^2-3x+2로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$f(x)=x^3+ax^2+bx-1$ 로 놓으면
$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1$, $x-2$ 로 나누어 떨어진다.
$f(1)=1+a+b-1=0$ 즉, $a+b=0\cdots$㉠
$f(2)=8+4a+2b-1=0$ 즉, $4a+2b=-7\cdots$㉡
㉠, ㉡으로부터 $a=-\frac{7}{2}$, $b=\frac{7}{2}$
$\therefore a+b=0$

26. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$가 $(x-1)(x+2)$로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 정하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,
$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$
$\therefore \ -a + b = 1 \cdots$㉠
$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$
$\therefore \ 2a + b = -5 \cdots$㉡
㉠, ㉡에서 $a = -2$, $b = -1$

27. 다항식 $2x^3+ax^2+bx+3$ 이 다항식 $2x^2-x-3$ 으로 나누어 떨어질 때, $a+b$ 의 값은 ?

① 3 ② 1 ③ -1 ④ -2 ⑤ -5

해설

$2x^3+ax^2+bx+3=(2x^2-x-3)Q(x)$

$=(x+1)(2x-3)Q(x)$

$x=-1$ 일 때, $-2+a-b+3=0$

$\therefore\ a-b=-1\cdots$㉠

$x=\frac{3}{2}$ 일 때, $\frac{27}{4}+\frac{9}{4}a+\frac{3}{2}b+3=0$

$27+9a+6b+12=0$

$\therefore\ 3a+2b=-13\cdots$㉡

㉠, ㉡ 에서 $a=-3,\ b=-2$

$\therefore\ a+b=(-3)+(-2)=-5$

28. 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$을 일차식 $x - 1$로 나누어 떨어지도록 a의 값을 정하면?

① -2　② -4　③ -6　④ -8　⑤ -10

해설

$f(1) = 1 + a + 3 = 0$, $a = -4$

29. 다항식 $8x^3-1$을 $4x^2+2x+1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때 $Q(x)$의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$8x^3-1=(2x)^3-1^3=(2x-1)\left(4x^2+2x+1\right)$

$\therefore Q(x)=2x-1$

$\therefore$ 상수항은 -1

30. $x^2+y^2+2xy-x-y$을 인수분해 하면?

① $(x-y)(x+y+1)$ ② $(x+y)(x-y-1)$

③ $(x-y)(x-y-1)$ ④ $(x+y)(x+y-1)$

⑤ $(x+y)(x+y+1)$

해설

$x^2+y^2+2xy-x-y$

$=(x+y)^2-(x+y)=(x+y)(x+y-1)$

31. $(x^2+x)(x^2+x+1)-6$을 인수분해하면?

① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$

③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$ ④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$

⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2+x=X$라 하자.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= X(X+1)-6\\ &= X^2+X-6\\ &= (X+3)(X-2)\\ &= (x^2+x+3)(x^2+x-2)\\ &= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)\end{aligned}$$

32. 다항식 $(x-1)^3+27$을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$　② $(x-1)(x^2-x-2)$

③ $(x-1)(x^2+3x+3)$　④ $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$을 A로 치환하면
준 식 $=A^3+27=(A+3)(A^2-3A+9)$
다시 $x-1$을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

33. x에 대한 다항식 x^3-2x^2-x+2가 $(x+a)(x+b)(x+c)$로 인수분해 될 때, $a^2+b^2+c^2$의 값은? (단, a, b, c는 상수)

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^3-2x^2-x+2=(x+1)(x-1)(x-2)$
$a^2+b^2+c^2=(-1)^2+1^2+2^2=6$

34. $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$의 전개식으로 옳은 것은?

① a^3+b^3 ② a^6+b^6 ③ a^6-b^6

④ a^9+b^9 ⑤ a^9-b^9

해설

(준 식)$=(a^3+b^3)(a^3-b^3)=a^6-b^6$

35. $(10^5+2)^3$의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15　② 18　③ 21　④ 26　⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$10^{15}+2^3+3\times2\times10^5(10^5+2)$

$=10^{15}+2^3+6\times10^{10}+12\times10^5$

$=10^{15}+10^{10}\times6+10^5\times12+8$

$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$

36. $(a^2-1)(b^2-1)-4ab$를 인수분해하면?

① $(ab-a+b-1)(ab-a-b-1)$

② $(ab-a+b+1)(ab-a-b+1)$

③ $(ab+a-b+1)(ab-a+b-1)$

④ $(ab+a+b-1)(ab-a-b-1)$

⑤ $(ab+a+b+1)(ab+a-b-1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2b^2-a^2-b^2+1-4ab \\ &= (a^2b^2-2ab+1)-(a^2+2ab+b^2) \\ &= (ab-1)^2-(a+b)^2 \\ &= (ab+a+b-1)(ab-a-b-1)\end{aligned}$$

37. $2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2$를 인수분해 하면$(x+ay+b)(2x+cy+d)$이다. 이 때, $a+b+c+d$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2$
$=2x^2+(y+5)x-3y^2+5y+2$
$=2x^2+(y+5)x-(y-2)(3y+1)$
$=\{x-(y-2)\}\{2x+(3y+1)\}$
$=(x-y+2)(2x+3y+1)$
$\therefore\ a=-1, b=2, c=3, d=1$

38. $x^6+4x^4+x^2-6$이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)(x^2+d)$로 인수분해 될 때, $a+b+c+d$의 값은?

① -5　② -2　③ 0　④ 3　⑤ 5

해설

조립제법을 이용한다.

$x^6+4x^4+x^2-6=(x+1)(x-1)(x^4+5x^2+6)$

$=(x+1)(x-1)(x^2+2)(x^2+3)$

$\therefore a+b+c+d=5$

39. $x = 1001$ 일 때, $\dfrac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

40. 실수 x, y가 $xy=6$, $x^2y+xy^2+x+y=63$을 만족시킬 때, x^2+y^2의 값은?

① 13 ② $\frac{1173}{32}$ ③ 55 ④ 69 ⑤ 81

해설

x^2y+xy^2+x+y
$=xy(x+y)+(x+y)$
$=(xy+1)(x+y)$
$=7(x+y)=63,$
$x+y=9,\ xy=6$
$\therefore\ x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=81-12=69$

41. $a+b=4$, $a^2+b^2=10$일 때, a^5+b^5의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 244

해설

$a+b=4$, $a^2+b^2=10$

$ab=\frac{1}{2}\{(a+b)^2-(a^2+b^2)\}=3$

$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=28$

$\therefore\ a^5+b^5=(a^3+b^3)(a^2+b^2)-a^2b^2(a+b)$

$=28\times10-9\times4$

$=244$

42. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나누면 몫이 $A(x)$, 나머지가 a이고, $x+2$로 나누면 몫이 $B(x)$, 나머지가 b라고 한다. 이때, $A(x)$를 $x+2$로 나눈 나머지를 a, b로 나타내면?

① $a-b$ ② $\frac{a-b}{2}$ ③ $\frac{a-b}{3}$ ④ $\frac{a-b}{4}$ ⑤ $\frac{a-b}{5}$

해설

$f(x)=(x-1)A(x)+a\cdots①$
$f(x)=(x+2)B(x)+b\cdots②$
①, ②에 각각 $x=1, x=-2$를 대입하면
$f(1)=a, f(-2)=b$
$A(x)$를 $x+2$로 나눈 나머지는 나머지정리에 의해 $A(-2)$이다.
①에 $x=-2$를 대입하면
$f(-2)=-3A(-2)+a=b$
$\therefore A(-2)=\frac{a-b}{3}$

43. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 할 때, $xf(x)+3$을 $x-1$로 나눈 몫과 나머지를 차례로 바르게 나열한 것은?

① $Q(x),\ R$　　② $Q(x),\ R+3$

③ $xQ(x), R$　　④ $xQ(x),\ R+3$

⑤ $xQ(x)+R,\ R+3$

해설

$f(x)=(x-1)Q(x)+R$

$$\begin{aligned} xf(x)+3 &= (x-1)xQ(x)+Rx+3 \\ &= (x-1)xQ(x)+R(x-1)+R+3 \\ &= (x-1)\{xQ(x)+R\}+R+3 \end{aligned}$$

$\therefore$ 몫 : $xQ(x)+R$, 나머지 : $3+R$

44. x^4+3x^2+4를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x^2+x+1)(x^2-2x+1)$　② $(x^2+2x+2)(x^2-x+2)$

③ $(x^2-x+2)(x^2+x+2)$　④ $(x^2+x-1)(x^2-2x+1)$

⑤ $(x^2+x-2)(x^2+x+2)$

해설

$$\begin{aligned} x^4+3x^2+4 &= (x^4+4x^2+4)-x^2 \\ &= (x^2+2)^2-x^2 \\ &= (x^2+x+2)(x^2-x+2) \end{aligned}$$

45. 다음 보기 중 $ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)$의 인수인 것을 모두 고르면?

㉠ $a-b$	㉡ $b+c$	㉢ $a-c$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$
\begin{aligned}
&ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)\\
&=ab^2-a^2b+ac^2-a^2c+2abc-b^2c-bc^2\\
&=-(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a-bc(b+c)\\
&=-(b+c)\{a^2-(b+c)a+bc\}\\
&=-(b+c)(a-b)(a-c)\\
&=(a-b)(b+c)(c-a)
\end{aligned}
$$

46. $a+b+c=0$일 때, $a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$a+b+c=0$이면 $a^3+b^3+c^3=3abc$이다.

$$(\text{준식}) = \frac{a(b+c)}{bc}+\frac{b(a+c)}{ac}+\frac{c(a+b)}{ab}$$
$$= \frac{a^2(-a)+b^2(-b)+c^2(-c)}{abc}$$
$$= \frac{-\left(a^3+b^3+c^3\right)}{abc}$$
$$= \frac{-3abc}{abc} = -3$$

해설

$$a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$
$$= \left(\frac{a}{b}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{a}{c}\right)+\left(\frac{b}{a}+\frac{c}{a}\right)$$
$$= \frac{a+c}{b}+\frac{b+a}{c}+\frac{b+c}{a}$$
$$= \frac{-b}{b}+\frac{-c}{c}+\frac{-a}{a} \quad (\because\ a+b+c=0)$$
$$= -3$$

47. 인수분해 공식 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ 을 이용하여 $\dfrac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10000

해설

$9999 = a$ 라 하면

$$\begin{aligned}\frac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{(a-1)a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 10000\end{aligned}$$