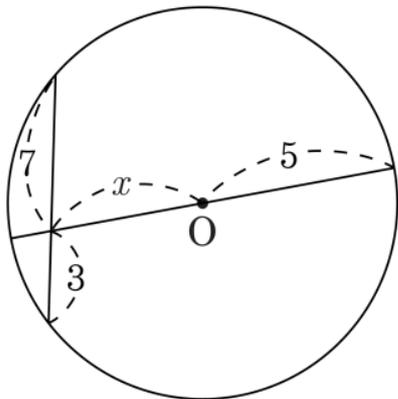


1. 다음 원 O 에서 x 의 값은?



① 2

② 2.5

③ 3

④ 3.5

⑤ 4

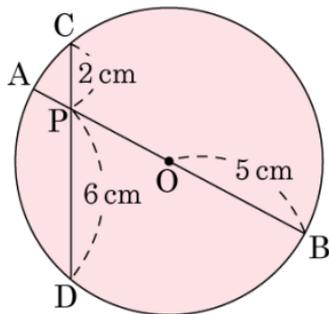
해설

$$7 \times 3 = (5 - x)(5 + x)$$

$$21 = 25 - x^2, x^2 = 4$$

$$x = 2 (\because x > 0)$$

2. 다음 그림과 같이 원 O의 지름 AB와 현 CD의 교점을 P라 하고, $\overline{OB} = 5\text{cm}$, $\overline{PC} = 2\text{cm}$, $\overline{PD} = 6\text{cm}$ 일 때, \overline{PO} 의 길이는?



① $\sqrt{13}\text{cm}$

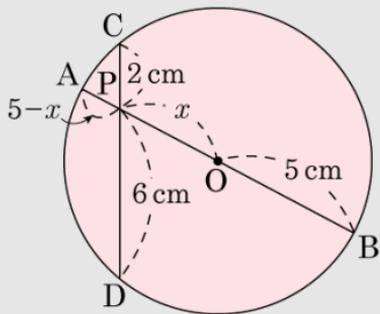
② $\sqrt{15}\text{cm}$

③ 4cm

④ $\sqrt{17}\text{cm}$

⑤ $3\sqrt{2}\text{cm}$

해설



$$\overline{PO} = x \text{ 라 하면 } \overline{AP} = 5 - x$$

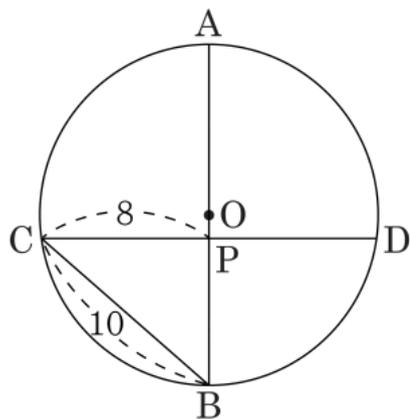
$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD} \text{ 이므로}$$

$$6 \times 2 = (5 + x)(5 - x), x^2 = 13$$

$$\therefore \overline{PO} = \sqrt{13}\text{cm}$$

3. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 원 O 의 지름이고 $\overline{BC} = 10$, $\overline{DC} = 16$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?

- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ 6
 ④ $\frac{25}{3}$ ⑤ 10



해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\overline{OP} \perp \overline{CD}, \overline{PC} = \overline{PD} = 8$$

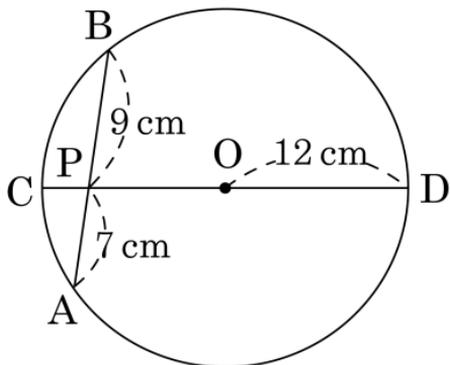
$\triangle CPB$ 에서

$$\overline{PB} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6, \quad \overline{CP} \times \overline{DP} = \overline{AP} \times \overline{BP} \text{에서}$$

$$64 = 6(2r - 6)$$

$$12r = 100 \quad \therefore r = \frac{25}{3}$$

4. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 cm 인 원 O 에서 $\overline{PA} = 7$ cm , $\overline{PB} = 9$ cm 일 때, \overline{OP} 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

$$\overline{OP} = x \text{ 라면 } \overline{CP} = 12 - x,$$

$$\overline{PD} = 12 + x \text{ 이고}$$

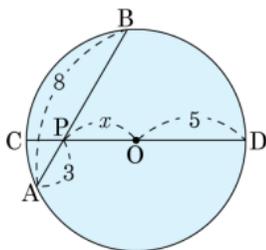
$$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} \text{ 이므로}$$

$$9 \times 7 = (12 - x)(12 + x)$$

$$63 = 144 - x^2, x^2 = 81$$

$$\therefore x = 9(\text{cm})$$

5. 다음 그림에서 x 의 값은?



① $\sqrt{7}$

② $\sqrt{10}$

③ $\sqrt{11}$

④ $\sqrt{13}$

⑤ $\sqrt{15}$

해설

$\overline{CP} = 5 - x$, $\overline{BP} = 5$ 이므로

$$3 \times 5 = (5 - x)(5 + x)$$

$$15 = 25 - x^2$$

$$x^2 = 10$$

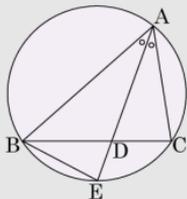
$$\therefore x = \sqrt{10}$$

6. $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 5$ 인 삼각형 ABC 에서 변 BC 를 3 : 2 로 내분하는 점을 D 라 할 때, 선분 AD 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설



각의 이등분선의 성질에 의하여 $\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC}$ 이므로 $\angle DAB = \angle DAC$ 이고

$$\overline{BD} = 3, \overline{DC} = 2$$

그림과 같이 삼각형 ABC 의 외접원을 그리고 선분 AD 의 연장선이 외접원과 만나는 점을 E 라 하면

$\angle BAE = \angle DAC$, $\angle AEB = \angle ACD$ 이므로

$$\triangle ABE \sim \triangle ADC$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} \cdot \overline{AC} &= \overline{AD} \cdot \overline{AE} \\ &= \overline{AD} \cdot (\overline{AD} + \overline{DE}) \\ &= \overline{AD}^2 + \overline{AD} \cdot \overline{DE} \\ &= 24 \end{aligned}$$

또 $\overline{AD} \cdot \overline{ED} = \overline{BD} \cdot \overline{CD} = 6$ 이므로

$$\overline{AD}^2 = 18 \quad \therefore \overline{AD} = 3\sqrt{2}$$

7. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하면?

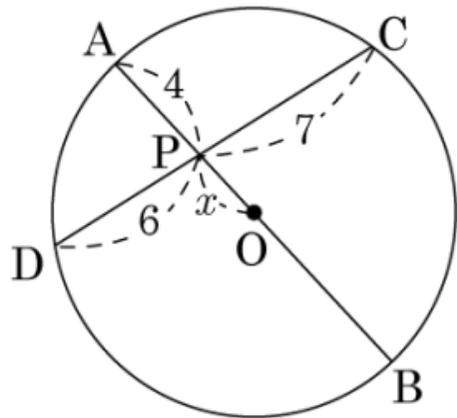
① $\frac{11}{4}$

② $\frac{13}{4}$

③ $\frac{15}{4}$

④ $\frac{17}{4}$

⑤ $\frac{19}{4}$



해설

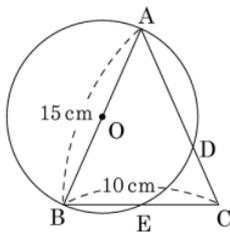
$$\overline{OB} = 4 + x \text{ 이므로 } \overline{BP} = 2x + 4$$

$$6 \times 7 = 4(2x + 4), 42 = 8x + 16$$

$$8x = 26$$

$$\therefore x = \frac{13}{4}$$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 15\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 \overline{AB} 를 지름으로 하는 원 O 를 그렸다. \overline{AC} 와 원 O 위 교점을 D 라 할 때, \overline{CD} 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AD} > \overline{CD}$)



▶ 답: cm

▶ 정답: $\frac{10}{3}$ cm

해설

\overline{AE} 를 이으면 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{CE} = 5(\text{cm})$ 이다.

$\overline{CD} = x$ 라 하면 $\overline{CD} \times \overline{CA} = \overline{CE} \times \overline{CB}$ 이므로

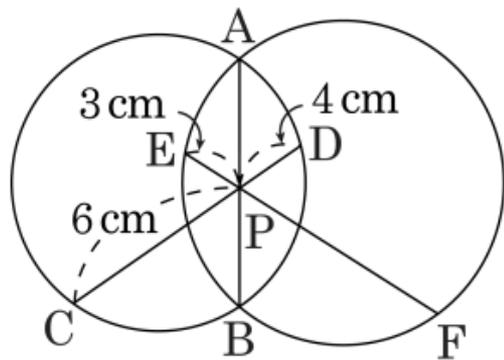
$x \times 15 = 5 \times 10$, $x = \frac{10}{3}$ 이다.

9. 다음 그림에서 $\overline{PC} = 6\text{cm}$, $\overline{PD} = 4\text{cm}$, $\overline{PE} = 3\text{cm}$ 일 때, \overline{PF} 의 길이는?

- ① $\frac{13}{2}\text{cm}$
 ③ $\frac{15}{2}\text{cm}$
 ⑤ $\frac{17}{2}\text{cm}$

② 7cm

④ 8cm

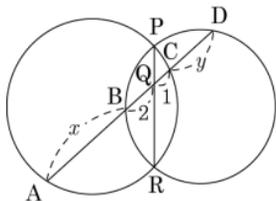


해설

$\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF}$ 이므로

$$6 \times 4 = 3 \times \overline{PF}, \overline{PF} = \frac{24}{3} = 8(\text{cm})$$

10. 다음 그림에서 $\overline{BQ} = 2$, $\overline{CQ} = 1$ 이고, $\overline{AB} = x$, $\overline{CD} = y$ 라 할 때,
 $\frac{3x^2 + 4y^2}{xy}$ 의 값은?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

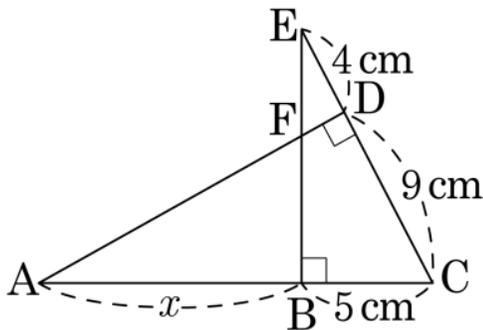
$$\overline{QP} \times \overline{QR} = \overline{QA} \times \overline{QC} = \overline{QB} \times \overline{QD} \text{ 에서}$$

$$(x + 2) \times 1 = 2 \times (1 + y)$$

$$x + 2 = 2 + 2y$$

$$\therefore x = 2y \frac{3x^2 + 4y^2}{xy} \text{ 에 대입하면 } \frac{12y^2 + 4y^2}{2y^2} = \frac{16y^2}{2y^2} = 8$$

11. 다음 그림에서 $\overline{AC} \perp \overline{EB}$, $\overline{AD} \perp \overline{CE}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 9\text{cm}$, $\overline{DE} = 4\text{cm}$ 일 때, \overline{AB} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $x = 18.4\text{cm}$

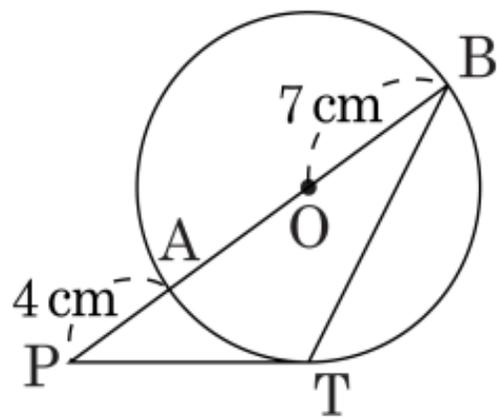
해설

$$9 \times (9 + 4) = 5(5 + x)$$

$$117 = 25 + 5x, \quad 5x = 92, \quad x = 18.4(\text{cm})$$

13. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 원 O 의 접선일 때, \overline{PT} 의 길이는?

- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
 ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$



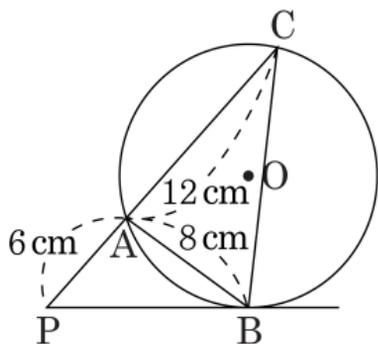
해설

$$\overline{PT}^2 = 4 \times 18 = 72$$

$$\therefore \overline{PT} = 6\sqrt{2} (\because \overline{PT} > 0)$$

14. 다음 그림에서 직선 PB는 원 O의 접선이
고 $\overline{PA} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$
일 때, \overline{BC} 의 길이는?

- ① $5\sqrt{3}\text{cm}$ ② $6\sqrt{3}\text{cm}$
③ $7\sqrt{3}\text{cm}$ ④ $8\sqrt{3}\text{cm}$
⑤ $9\sqrt{3}\text{cm}$



해설

$$\overline{PB}^2 = 6 \times 18 = 108, \overline{PB} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$\triangle BPA \sim \triangle CPB$$

$$\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{AB} : \overline{BC}$$

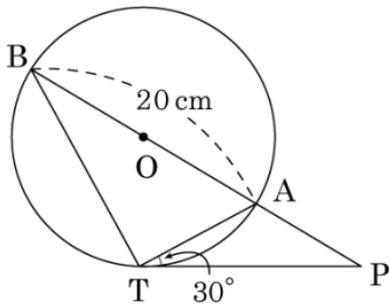
$$6 : 6\sqrt{3} = 8 : \overline{BC}$$

$$6\overline{BC} = 48\sqrt{3}$$

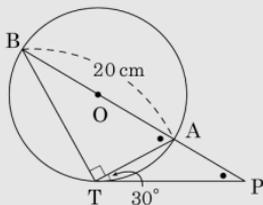
$$\therefore \overline{BC} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$

15. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 \overline{AB} 를 지름으로 하는 원 O 의 접선이고 $\overline{AB} = 20\text{ cm}$, $\angle PTA = 30^\circ$ 일 때, \overline{PT} 의 길이는?

- ① 10 cm ② 12 cm
 ③ 15 cm ④ $10\sqrt{3}\text{ cm}$
 ⑤ $12\sqrt{3}\text{ cm}$



해설



$\angle ATP = \angle ABT = 30^\circ$ 이므로 $\angle BAT = 60^\circ$

$$1 : 2 = \overline{AT} : 20$$

$$\therefore \overline{AT} = 10(\text{cm})$$

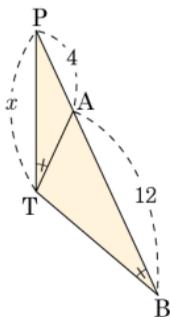
$\angle ATP = 30^\circ$, $\angle BAT = 60^\circ$ 이므로 $\angle APT = 30^\circ$,

$\triangle ATP$ 가 이등변삼각형이므로 $\overline{AP} = \overline{AT} = 10(\text{cm})$

$$\overline{PT}^2 = 10 \times (10 + 20) = 300$$

$$\therefore \overline{PT} = 10\sqrt{3}(\text{cm})$$

16. 다음 그림에서 $\angle ATP = \angle ABT$ 가 성립할 때, x 값을 구하면?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

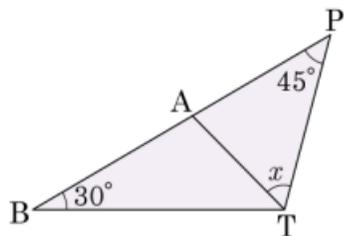
⑤ 10

해설

$\angle ATP = \angle ABT$ 이 같으므로 \overline{PT} 는 세 점 A, T, B 을 지나는 원의 접선이다.

따라서, $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$, $x^2 = 4 \times (4 + 12) = 4 \times 16 = 64$,
 $x = 8$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\overline{BT}^2 = \overline{BA} \times \overline{BP}$ 가 성립할 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30°

② 35°

③ 40°

④ 55°

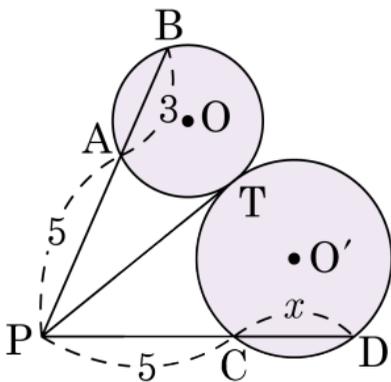
⑤ 60°

해설

\overline{BT} 가 세 점 A, P, T 를 지나는 원의 접선이므로 $\angle ATB = \angle APT = 45^\circ$

$\triangle PTB$ 의 삼각형의 세 내각의 크기의 합 $\angle x + 45^\circ + 30^\circ + 45^\circ = 180^\circ \therefore \angle x = 60^\circ$

18. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 두 원의 접선일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

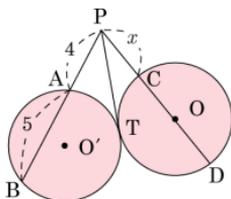
▷ 정답: 3

해설

$$5(5 + x) = 5 \times 8$$

$$\therefore x = 3$$

20. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 두 원 O, O' 의 공통접선이다. $\overline{PA} = 4, \overline{AB} = 5$ 이고 $\overline{PC} : \overline{CO} = 1 : 2$ 일 때, 원 O 의 넓이는 $\frac{b}{a}\pi$ 라고 한다. 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

$$4 \times 9 = x \times 5x, \quad x^2 = \frac{36}{5}$$

한편, 원의 넓이는 $\frac{144}{5}\pi$ 이다.

따라서 $a + b = 5 + 144 = 149$ 이다.