1. 다음 x, y의 다항식 P, Q에 대해 $\mathrm{P}+\mathrm{Q}$를 계산하면, 항의 개수는 (㉠) 개이고, 계수의 총합은 (㉡)이다. ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 써라.

$$\mathrm{P} = 5x^2y + 2y^2 + 2x^3$$
$$\mathrm{Q} = x^3 - 3y^2 + 2xy^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ 4

▷ 정답 : ㉡ 9

해설

동류항끼리 정리하면

$\mathrm{P}+\mathrm{Q} = 3x^3 + 5x^2y + 2xy^2 - y^2$

항의 개수는 4개이고 계수의 총합은 9이다.

2. 다음 중 다항식의 계산결과가 잘못된 것은?

① $(5x-y)+(3x-2y)=8x-3y$

② $(5x^3+x^2-6x+7)-(2x^3-4x^2-1)=3x^3+5x^2-6x+8$

③ $(xy+xy^2-x^2)-(3x^2-xy)$
$=2xy+xy^2-4x^2$

④ $(x^2+1)(3x^2-2x-1)$
$=3x^4-2x^3-2x^2+2x-1$

⑤ $(x^3-3xy^2-2y^3)\div(x+y)=x^2-xy-2y^2$

해설

$(x^2+1)(3x^2-2x-1)=3x^4-2x^3+2x^2-2x-1$

3. 다음 식을 계산했을 때, 몫은?

$$(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$$

① $4x^2 - 3x + 2$ ② $4x^2 - x - 2$ ③ $4x^2 - 2x + 1$
④ $-4x^2 - x - 2$ ⑤ $-4x^2 + x - 2$

해설

$\therefore$ 몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$

4. $(a-b-c)^2$을 옳게 전개한 것은?

① $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

② $a^2+b^2+c^2-2ab-2bc-2ca$

③ $a^2-b^2-c^2-2ab-2bc-2ca$

④ $a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$

⑤ $a^2-b^2-c^2+2ab-2bc-2ca$

해설

$(a-b-c)^2$
$=a^2+(-b)^2+(-c)^2+2a(-b)+2(-b)(-c)+2(-c)a$
$=a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$

5. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a+b) = ma + mb$

② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000-1) \times (2000+1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

6. $x+y+z=3,\ xy+yz+zx=-1$ 일 때 $x^2+y^2+z^2$ 의 값을 구하면?

① 11　　② 12　　③ 13　　④ 14　　⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} x^2+y^2+z^2 &= (x+y+z)^2-2(xy+yz+xz) \\ &= 9+2=11 \end{aligned}$$

7. 등식 $ax^2-(2a+c)x-1=(b-2)x^2+(b+3)x-c$가 x에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c를 정할 때, $a^2+b^2+c^2$의 값은?

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

(준식)$=(a-b+2)x^2-(2a+c+b+3)x-1+c=0$
이 식이 x에 대한 항등식이므로
$a-b+2=0,\ 2a+c+b+3=0,\ c=1$
$\Rightarrow a=-2,\ b=0,\ c=1$
$\therefore a^2+b^2+c^2=5$

8. 임의의 실수 x에 대하여 $x^2-3x+2=a+bx+cx(x-1)+dx(x-1)(x-2)$가 항상 성립할 때, $a+b+c+d$의 값을 구하면? (단, a, b, c, d는 상수)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$x=0$을 대입하면 $a=2$
$x=1$을 대입하면 $b=-2$
$x=2$을 대입하면 $c=1$
3차항은 없으므로$d=0$
$\therefore\ a+b+c+d=1$

9. 임의의 실수 x, y에 대하여, $(x+y)a^2+(x-y)b=4x+y$가 성립할 때, a^2+b^2의 값은?

① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ $\frac{21}{4}$

해설

$(a^2+b)x+(a^2-b)y=4x+y$

$a^2+b=4\cdots$①, $a^2-b=1\cdots$②

①, ②에서 $a^2=\frac{5}{2}$, $b=\frac{3}{2}$

$\therefore\ a^2+b^2=\frac{19}{4}$

10. 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나눈 몫을 $Q(x)$라 할 때, 나머지는?

① $f(2)$　② $f(-2)$　③ $f(2)+Q(2)$
④ $Q(2)$　⑤ $Q(-2)$

해설

$f(x)=(x-2)Q(x)+R$
$\therefore\ f(2)=R$

11. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$가 일차식 $x - 1$로 나누어 떨어 지도록 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x - 1)Q(x)$
$f(1) = -4 + k + 1 = 0$
$\therefore\ k = 3$

12. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)^2(x+1)$　　② $(x+1)^2(x-1)$

③ $(x-1)(x+1)$　　④ $(x-1)^3$

⑤ $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned} x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\ &= (x-1)(x^2-1) \\ &= (x-1)^2(x+1) \end{aligned}$$

$\therefore\ f(x) = (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.
$f(1) = 0$,
즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

13. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$을 $x - 1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?

① 몫: $x - 1$, 나머지: 1

② 몫: $x - 1$, 나머지: 4

③ 몫: $x^2 - x - 4$, 나머지: 1

④ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: 1

⑤ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: $x - 1$

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & -2 & 5 & -3 \\ & & 1 & -1 & 4 \\ \hline & 1 & -1 & 4 & \boxed{1} \end{array}$$

$\therefore\ x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$

따라서 몫은 $x^2 - x + 4$, 나머지는 1

14. 다항식 $f(x)$를 $2x^2+3x+2$로 나누었더니 몫이 $3x-4$이고, 나머지가 $2x+5$이었다. 이 때, $f(1)$의 값은?

① -1　　② 0　　③ 1　　④ 3　　⑤ 5

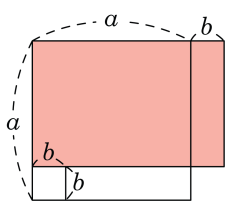
해설

$f(x) = (2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$= 6x^3+9x^2+6x-8x^2-12x-8+2x+5$
$= 6x^3+x^2-4x-3$
$\therefore\ f(1) = 6+1-4-3 = 0$

해설

$f(x) = (2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$
$f(1) = (2+3+2)(3-4)+(2+5) = -7+7 = 0$

15. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

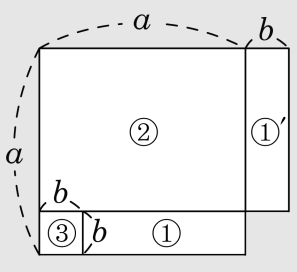
② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$

해설



$(a+b)(a-b) = ①' + ②$

$①' = ①$이므로

$(a+b)(a-b) = ① + ② = a^2 - b^2$

$\therefore\ (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

16. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)\left(x^2-x+1\right)=x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2=a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)\left(x^2-2x+4\right)=x^3+8$

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)=x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2=x^4-2x^2+1$

해설

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)$
$=(x^2+y^2)^2-(xy)^2$
$=x^4+x^2y^2+y^4$

17. 다항식 x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$가 되도록 상수 $a+b$의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 직접나눈 나머지는
$(a-b+16)x+4b-8$
$(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots$ ㉠
㉠이 x에 대한 항등식이므로,
$a-b+16=3,\ 4b-8=4$
$\therefore\ a=-10,\ b=3$
$\therefore\ a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10,\ b=3,\ p=-4$를 구해도 된다.

18. 다항식 $2x^3+ax^2+bx+8$이 $x-1$과 $x-2$로 각각 나누어 떨어지도록 하는 상수 $a,\ b$의 값은?

① $a=-2,\ b=-8$　　② $a=3,\ b=4$

③ $a=-1,\ b=-3$　　④ $a=4,\ b=-2$

⑤ $a=-3,\ b=7$

해설

$f(x)=2x^3+ax^2+bx+8$로 놓으면
$x-1$과 $x-2$로 각각 나누었을 때 나머지가 0이므로 $f(1)=0,\ f(2)=0$이어야 한다.

$\therefore f(1)=2+a+b+8=0,$
$f(2)=16+4a+2b+8=0$

$\therefore\ a+b=-10,\ 2a+b=-12$
두 식을 연립하여 풀면 $a=-2,\ b=-8$

19. $f(x) = x^2 - ax + 1$이 $x - 1$로 나누어 떨어질 때 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$

$\therefore\ a = 2$

20. x^3-2x^2+a 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=45$

해설

$f(-3)=(-3)^3-2(-3)^2+a=a-45=0$

$\therefore\ a=45$

21. $a^2b+b^2c-b^3-a^2c$을 인수분해하면?

① $(a+b)(a-b)(b+c)$
② $(a-b)(b-c)(c+a)$
③ $(a-b)(a+b)(b-c)$
④ $(a-b)(a+b)(c-a)$
⑤ $(a-b)(b+c)(c-a)$

해설

$a^2b+b^2c-b^3-a^2c$
$=a^2(b-c)-b^2(b-c)$
$=(a-b)(a+b)(b-c)$

22. $x^2+y^2+2xy-x-y$을 인수분해 하면?

① $(x-y)(x+y+1)$
② $(x+y)(x-y-1)$
③ $(x-y)(x-y-1)$
④ $(x+y)(x+y-1)$
⑤ $(x+y)(x+y+1)$

해설

$x^2+y^2+2xy-x-y$
$=(x+y)^2-(x+y)=(x+y)(x+y-1)$

23. $(a-b+c)(a+b-c)$를 전개한 식은?

① $a^2+b^2+c^2-2bc$
② $a^2-b^2+c^2-2bc$
③ $a^2-b^2-c^2+2bc$
④ $a^2+b^2-c^2-2bc$
⑤ $a^2+b^2+c^2+2bc$

해설

$(a-b+c)(a+b-c)$
$=\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}$
$=a^2-(b-c)^2$
$=a^2-b^2-c^2+2bc$

24. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

(좌 변) $= (x^2 + 2)^2 - x^2$

$= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)$

$\therefore\ a = -1,\ b = 2$

$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$

25. x^3-4x^2+x+6을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$이다. $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x)=x^3-4x^2+x+6$이라 놓으면,
$x=-1$일 때, $-1-4-1+6=0$
따라서, $f(x)$는 $(x+1)$로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$는 $(x+1)$의 인수를 갖는다.
즉, $f(x)=(x+1)Q(x)$몫
$Q(x)$는 조립제법으로 구한다.

-1	1	-4	1	6
		-1	5	-6
	1	-5	6	0

$f(x)=(x^2-5x+6)(x+1)$
$\therefore\ f(x)=(x-3)(x-2)(x+1)$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=(-3)^2+(-2)^2+1^2=14$