1. 등차수열 a_n의 일반항이 $a_n = 3n + 2$일 때, 첫째 항 a와 공차 d는?

① $a = -5,\ d = -3$
② $a = -5,\ d = 3$
③ $a = 5,\ d = -3$
④ $a = 5,\ d = 3$
⑤ $a = 5,\ d = 8$

해설

$a_n = 3n + 2$이므로
$a_1 = 3 \cdot 1 + 2 = 5,$
$a_2 = 3 \cdot 2 + 2 = 8$이므로
$d = a_2 - a_1 = 3$

2. 세 수 $4,\ x,\ -6$이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

x는 4와 -6의 등차중항이므로
$2x = 4 + (-6) = -2 \quad \therefore\ x = -1$

3. 첫째항이 $\frac{7}{4}$, 공차가 $\frac{3}{4}$인 등차수열의 첫째항부터 제 17항까지의 합은?

① $\frac{167}{4}$ ② $\frac{235}{4}$ ③ $\frac{527}{4}$ ④ $\frac{1105}{4}$ ⑤ $\frac{1054}{4}$

해설

구하는 합을 $S_{17} = \dfrac{17\left\{2 \cdot \frac{7}{4} + (17-1) \cdot \frac{3}{4}\right\}}{2} = \dfrac{527}{4}$

4. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 10항까지의 합 $S_{10} = 100$이고, 첫째항부터 제 20항까지의 합 $S_{20} = 200$일 때, $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

S_{10}은 첫째항부터 제10항까지의 합이고, S_{20}은 첫째항부터 제20항까지의 합이므로

$a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20} = S_{20} - S_{10}$

$= 200 - 100 = 100$

5. 첫째항이 2, 공비가 -3인 등비수열의 일반항 a_n을 구하면?

① $2 \cdot (-3)^{n-1}$ ② $-2 \cdot (-3)^{n-1}$ ③ $(-2) \cdot (-3)^{n}$
④ $-3n + 4$ ⑤ $-3n + 2$

해설

$a_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$

6. 다음 등비수열에서 ( ) 안에 알맞은 수는?

$32,\ -8,\ 2,\ -\frac{1}{2},\ \frac{1}{8},\ (\quad)$

① $-\frac{1}{16}$ ② $-\frac{1}{18}$ ③ $-\frac{1}{24}$ ④ $-\frac{1}{32}$ ⑤ $-\frac{1}{64}$

해설

공비가 $-\frac{1}{4}$ 인 등비수열이므로

$\frac{1}{8}\times\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{32}$

7. $\sum_{k=1}^{5} a_k = 20$, $\sum_{k=1}^{5} b_k = 5$ 일 때, $\sum_{k=1}^{5}(2a_k - b_k - 1)$ 의 값은?

① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

(주어진 식)
$= 2\sum_{k=1}^{5} a_k - \sum_{k=1}^{5} b_k - \sum_{k=1}^{5} 1$
$= 2 \cdot 20 - 5 - 5$
$= 30$

8. $\sum_{k=1}^{5}(2k-1)+\sum_{k=6}^{10}(2k-1)$ 의 값은?

① 70 ② 80 ③ 90 ④ 100 ⑤ 110

해설

$\sum_{k=1}^{5}(2k-1)+\sum_{k=6}^{10}(2k-1)$

$=\sum_{k=1}^{10}(2k-1)=2\cdot\sum_{k=1}^{10}k-\sum_{k=1}^{10}1$

$=2\cdot\frac{10\cdot 11}{2}-10$

$=110-10=100$

9. $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{99}$ 를 $\sum$를 이용하여 나타내면?

① $\sum_{k=1}^{99} a_k$ ② $\sum_{k=1}^{99} a_{2k-1}$ ③ $\sum_{k=1}^{99} a_{2k+1}$

④ $\sum_{k=1}^{50} a_k$ ⑤ $\sum_{k=1}^{50} a_{2k-1}$

해설

① $\sum_{k=1}^{99} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{99}$
② $\sum_{k=1}^{99} a_{2k-1} = a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{197}$
③ $\sum_{k=1}^{99} a_{2k+1} = a_3 + a_5 + a_7 + \cdots + a_{199}$
④ $\sum_{k=1}^{50} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{50}$
⑤ $\sum_{k=1}^{50} a_{2k-1} = a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{99}$

10. 수열 $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \cdots$ 에서 2014 번째 항은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

주어진 수열은 $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ 의 5 개의 숫자가 반복되므로 $2014 = 5 \times 402 + 4$ 에서 2014 번째 항은 4 이다.

11. 다음 (　　) 안에 알맞은 수는?

$$\frac{\sqrt{3}}{1},\ \frac{\sqrt{5}}{4},\ \frac{\sqrt{7}}{9},\ (\quad),\ \frac{\sqrt{11}}{25}$$

① $\frac{\sqrt{7}}{12}$　② $\frac{\sqrt{3}}{12}$　③ $\frac{3}{16}$　④ $\frac{3\sqrt{2}}{16}$　⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{18}$

해설

나열된 각 수는 분수 꼴이며, 분자는 $\sqrt{+2}$의 규칙으로 나타난다.
따라서 (　) 안에 들어갈 수의 분자는 $\sqrt{7+2} = \sqrt{9} = 3$이다.
분모는 $+1$이 된 수의 제곱의 규칙으로 나타난다.
따라서 (　) 안에 들어갈 수의 분모는 $(3+1)^2 = 16$이므로 (　) 안에 들어갈 수는 $\frac{3}{16}$

12. 수열 $1,\ -2,\ 3,\ -4,\ 5,\ \cdots$ 의 11 번째 항은?

① -13　② -10　③ 11　④ -11　⑤ 13

해설

주어진 수열은 각 항의 절댓값이 자연수이고, 부호가 교대로 변하는 꼴이다. 따라서 11 번째 항은 11 이다.

13. 등차수열 $10,\ a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_{99},\ -390$ 에서 공차는?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$b_1 = 10,\ b_2 = a_1,\ b_3 = a_2,\ \cdots,$

$b_{100} = a_{99},\ \ b_{101} = -390$

$\therefore\ b_{101} = 10 + (101-1)\cdot d = -390$

$100d = -400$

$\therefore\ d = -4$

14. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_5 = 4a_3,\ a_2 + a_4 = 4$가 성립할 때, a_6의 값은?

① 5　　② 8　　③ 11　　④ 13　　⑤ 16

해설

$a_2,\ a_3,\ a_4$는 이 순서로 등차수열을 이루므로 $a_3 = \dfrac{a_2 + a_4}{2} = 2$

$\therefore\ a_5 = 4a_3 = 8$

이때, 공차를 d라 하면 $a_5 = a_3 + 2d$이므로

$8 = 2 + 2d \quad \therefore\ d = 3$

$\therefore\ a_6 = a_5 + d = 8 + 3 = 11$

15. 다음 수열이 조화수열을 이룰 때, (가)에 알맞은 수는?

6, 3, 2, (가)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

주어진 수열이 조화수열이면 각 항의 역수로 이루어진 수열 $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{(가)}$이 등차수열이므로 이 등차수열의 공차는 $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$이다.

따라서 $\frac{1}{(가)}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$ $\therefore$ $(가)=\frac{3}{2}$

16. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n = n^2 + 2n$일 때, a_{10}의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$a_n = S_n - S_{n-1}$이므로 $a_{10} = S_{10} - S_9 = (10^2 + 20) - (9^2 + 18) = 21$

17. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 \cdot a_3 \cdot a_8 = 64$일 때, a_4의 값은?

① 2　　② 4　　③ 8　　④ 16　　⑤ 32

해설

$a_n = a \cdot r^{n-1}$

$a_1 \cdot a_3 \cdot a_8$

$= a \times ar^2 \times ar^7 = a^3r^9$

$a^3r^9 = (ar^3)^3 = 64 = 4^3$

$\therefore ar^3 = 4$

$\therefore a_4 = 4$

18. 세 수 $a,\ a+2,\ 2a+1$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, a 의 값은? (단, $a>0$)

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

세 수 $a,\ a+2,\ 2a+1$ 이 이 순서로 등비수열을 이루므로

$(a+2)^2 = a(2a+1)$

$a^2-3a-4=0$

$(a+1)(a-4)=0$

$\therefore\ a=4(\because a>0)$

19. 수열 $1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + \cdots + x^{2n-1}$ 의 합은? (단, $x \neq 1$)

① $2n$ ② $\frac{x^{2n}}{x-1}$ ③ $\frac{x^{2n}-1}{x-1}$
④ $\frac{x^{2n}-1}{x}$ ⑤ $\frac{x^{2n}+1}{x-1}$

해설

첫째항이 1, 공비가 x, 항수가 $2n$ 인 등비수열의 합이므로
$S = \frac{1 \cdot (x^{2n}-1)}{x-1} = \frac{x^{2n}-1}{x-1}$

20. $\sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k^2+k}$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{n+1}$　② $\dfrac{n}{n+1}$　③ $\dfrac{2n}{n+1}$
④ $\dfrac{2n}{2n+1}$　⑤ $\dfrac{2n}{2n+3}$

해설

(주어진 식)$= \sum_{k=1}^{n} \left(\dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+1}\right)$

$= \left(\dfrac{1}{1} - \dfrac{1}{2}\right) + \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}\right) + \left(\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}\right)$

$= 1 - \dfrac{1}{n+1} = \dfrac{n}{n+1}$

21. $a_1 = 4,\ a_{n+1} = a_n + 3(n = 1,\ 2,\ 3,\cdots)$ 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{10} 의 값은?

① 29 ② 31 ③ 33 ④ 35 ⑤ 37

해설

$a_1 = 4,\ a_{n+1} = a_n + 3$ 이므로
a_n 은 초항이 4, 공차가 3 인 등차수열
$\therefore a_n = 4 + (n-1)\cdot 3$
$= 4 + 3n - 3$
$= 3n + 1$
$\therefore a_{10} = 31$

22. $a_1 = 1,\ a_2 = 3$ 이고, $a_n a_{n+2} = a_{n+1}^2$ 을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\log_3 a_{10}$ 의 값은?

① $9\log_3 2$ ② $10\log_3 2$ ③ $11\log_3 2$

④ 9 ⑤ 10

해설

$a_n a_{n+2} = a_{n+1}^2$ 이므로 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이다.

$a_1 = 1,\ r = \dfrac{a_2}{a_1} = 3$ 이므로

$a_{10} = 1 \cdot 3^{10-1} = 3^9$

$\therefore\ \log_3 a_{10} = \log_3 3^9 = 9\log_3 3 = 9$

23. $a_1 = 2,\ a_{n+1} = a_n^2 - n(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$ 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_4 의 값은?

① 26　　② 31　　③ 36　　④ 46　　⑤ 51

해설

$a_1 = 2,\ a_{n+1} = a_n^2 - n$ 이므로 $a_2 = a_1^2 - 1 = 3$
$a_3 = a_2^2 - 1 = 3^2 - 2 = 7$
$a_4 = a_3^2 - 1 = 7^2 - 3 = 46$

24. 세 수 $a,\ b,\ 12$가 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 $4,\ a,\ b$가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, $a+b$의 값은?(단, $a>0,\ b>0$)

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

세 수 $a,\ b,\ 12$가 이 순서로 등차수열을 이루므로
$2b=a+12\cdots$㉠
세 수 $4,\ a,\ b$가 이 순서로 등비수열을 이루므로
$a^2=4b\cdots$㉡
㉠에서 $4b=2a+24$이므로 이것을 ㉡에 대입하면
$a^2=2a+24$
$a^2-2a-24=0,\ (a-6)(a+4)=0$
따라서 $a=6(\because\ a>0)$
이것을 ㉠에 대입하면
$2b=6+12\quad\therefore\ b=9$
$a+b=15$

25. $a_1 = 110$ 인 수열 $\{a_n\}$은 다음을 만족한다.

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 a_n (n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$$

a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하면

$S_n = n^2 a_n \cdots\cdots$ ㉠

$S_{n-1} = (n-1)^2 a_{n-1}\ (n \geq 2) \cdots\cdots$ ㉡

㉠ − ㉡에서 $S_n - S_{n-1} = a_n$ 이므로

$a_n = n^2 a_n - (n-1)^2 a_{n-1}$

$a_{n+1} = \dfrac{n}{n+2} a_n\ (n \geq 1)$

$\therefore a_n = a_1 \times \dfrac{1}{3} \times \dfrac{2}{4} \times \dfrac{3}{5} \times \cdots \times \dfrac{n-2}{n} \times \dfrac{n-1}{n+1}$ $\therefore\ a_{10} = 110 \times$

$= 110 \times \dfrac{2}{n(n+1)}$

$\dfrac{2}{110} = 2$

26. $a_1 = 5,\ a_{n+1} = 3a_n + 2(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 a_{20}의 값은?

① $2 \cdot 3^{19} - 1$　② $2 \cdot 3^{19} + 1$　③ $2 \cdot 3^{20} - 1$
④ $2 \cdot 3^{20} + 1$　⑤ $2 \cdot 3^{21} - 1$

해설

$a_{n+1} - \alpha = (a_n - \alpha)$꼴로 변형한다.
$a_{n+1} - \alpha = 3(a_n - \alpha)$의 꼴로 변형하면
$a_{n+1} = 3a_n - 2\alpha$에서
$-2\alpha = 2 \quad \therefore \alpha = -1$
즉, $a_{n+1} + 1 = 3(a_n + 1)$
따라서 수열 $\{a_n + 1\}$은
첫째항이 $a_1 + 1 = 5 + 1 = 6$이고 공비가 3인 등비수열이므로
$a_n + 1 = 6 \cdot 3^{n-1}$
$\therefore a_n = 6 \cdot 3^{n-1} - 1$
$\therefore a_{20} = 6 \cdot 3^{19} - 1 = 2 \cdot 3^{20} - 1$

27. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$이고, $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0(n = 1, 2, 3, \cdots)$을 만족할 때, 일반항 a_n을 구하면?

① 2^{n-1}　② 3^{n-1}　③ 4^{n-1}　④ 5^{n-1}　⑤ 6^{n-1}

해설

$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$에서
$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n)$
$a_{n+1} - a_n = b_n$으로 놓으면 $b_{n+1} = 3b_n$
이때, 수열 $\{b_n\}$은 공비가 3인 등비수열이고,
$b_1 = a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$이므로
$b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$
수열 $\{b_n\}$은 수열 $\{a_n\}$의 계차수열이므로
$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2 \cdot 3^{k-1}$
$= 1 + \dfrac{2(3^{n-1} - 1)}{3 - 1} = 3^{n-1}$

28. $a_1 = 4$인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 이 수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. $a_{n+1} = 3S_n$ $(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$이 성립할 때, 제 5항은?

① 678　　② 708　　③ 738　　④ 768　　⑤ 798

해설

$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$이고 $a_{n+1} = 3S_n$이므로

$S_{n+1} - S_n = 3S_n$

$\therefore S_{n+1} = 4S_n$

이때, $a_1 = S_1 = 4$이므로 수열 $\{S_n\}$은 첫째항이 4, 공비가 4인 등비수열이다.

$\therefore S_n = 4 \cdot 4^{n-1} = 4^n$

$\therefore a_n = S_n - S_{n-1} = 4^n - 4^{n-1} = 3 \cdot 4^{n-1} (n \geq 2)$

$\therefore a_5 = 3 \cdot 4^4 = 768$

29. 다음은 $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(i) $n = 1$일 때, $1^3 = \left(\frac{1 \cdot 2}{2}\right)^2$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
(ii) $n = m$일 때 주어진 명제가 성립한다고 가정하면,
$\sum_{k=1}^{m} k^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2$
양변에 (㉠)^{3}을 더하면
$\sum_{k=1}^{m} k^3 + (\boxed{㉠})^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2 + (\boxed{㉠})^3$
$\sum_{k=1}^{m+1} k^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2 + (\boxed{㉠})^3$
$= \frac{(m+1)^2(\boxed{㉡})^2}{4}$
$= \left\{\frac{(m+1)(\boxed{㉡})}{2}\right\}^2$
따라서 $n = m+1$일 때도 주어진 명제가 성립한다.
(i),(ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여
$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ 이 성립한다.

위의 증명 과정에서 ㉠에 들어갈 식을 $f(m)$, ㉡에 들어갈 식을 $g(m)$이라 할 때, $f(5) + g(6)$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

(i) $n = 1$일 때, $1^3 = \left(\frac{1 \cdot 2}{2}\right)^2$ 이므로 주어진 명제가 성립한다.

(ii) $n = m$일 때 주어진 명제가 성립한다고 가정하면,

$\sum_{k=1}^{m} k^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2$

양변에 (㉠)^{3}을 더하면

$\sum_{k=1}^{m} k^3 + (m+1)^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2 + (m+1)^3$

$\sum_{k=1}^{m+1} k^3 = \frac{(m+1)^2(m+2)^2}{4}$

$= \left\{\frac{(m+1)(m+2)}{2}\right\}^2$

따라서 $n = m+1$일 때도 주어진 명제가 성립한다.
(i),(ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ 이 성립한다.

즉, $f(m) = m+1,\ g(m) = m+2$
$\therefore f(5) = 5+1 = 6,\ g(6) = 6+2 = 8$
$\therefore f(5) + g(6) = 6+8 = 14$

30. 첫째항이 50이고, 공차가 −4인 등차수열은 첫째항부터 몇 째항까지의 합이 최대가 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13번째 항

해설

$S_n = \dfrac{n\left\{2\cdot 50+(n-1)\cdot(-4)\right\}}{2}$

$= \dfrac{n(100-4n+4)}{2}$

$= \dfrac{n(-4n+104)}{2}$

$= n(-2n+52)$

$= -2n^2+52n$

$= -2(n^2-26n+13^2-13^2)$

$= -2(n-13)^2+2\times 13^2$

$\therefore n=13$일 때 최대

31. $\sum_{k=1}^{30} k - 2\sum_{k=1}^{30} \left[\frac{k}{2}\right]$의 값을 구하여라. (단. $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\sum_{k=1}^{30} k - 2\sum_{k=1}^{30} \left[\frac{k}{2}\right] = \sum_{k=1}^{30} \left(k - 2\left[\frac{k}{2}\right]\right)$이므로

k에 1부터 30까지 차례로 대입하면

(주어진 식)$= 1+0+1+0+1+0+\cdots+1+0 = 15$

32. 수열 2, 3, 6, 11, 18, $\cdots$ 의 일반항 a_n 은?

① n^2+2n+3 ② n^2-2n+3 ③ n^2-2n-3

④ n^2+2n-3 ⑤ n^2-2n

해설

주어진 수열을 $\{a_n\}$, 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라하면

$\{a_n\}:\ 2,\ \ 3,\ \ 6,\ \ 11,\ \ 18,\ \cdots$

$\qquad\ \ \bigvee\ \ \bigvee\ \ \bigvee\ \ \bigvee$

$\{b_n\}:\ \ 1,\ \ 3,\ \ 5,\ \ 7,\ \cdots$

계차수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항이 1, 공차가 2 인 등차수열이므로

$b_n = 2n-1$

$\therefore a_n = 2+\sum_{k=1}^{n-1}(2k-1)$

$= 2+2\cdot\dfrac{(n-1)n}{2}-(n-1) = n^2-2n+3$

33. 다음과 같이 규칙적으로 나열된 55개의 분수가 있다.

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{4}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{4}{2^3}, \frac{4^2}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{4}{2^4}, \frac{4^2}{2^4}, \frac{4^3}{2^4}, \cdots \frac{4^9}{2^{10}}$$

위의 55개의 수를 모두 곱한 값을 P라 할 때, $\log_2 P$의 값은?

① -55 ② -25 ③ 0 ④ 25 ⑤ 55

해설

주어진 55개의 분수에서 분모들의 곱을 a, 분자들의 곱을 b라 하면

$a = 2 \times (2^2)^2 \times (2^3)^2 \times \cdots \times (2^{10})^{10}$

$= 2^{1+2^2+3^2+\cdots+10^2} = 2^{\frac{10\cdot 11\cdot 21}{6}} = 2^{385}$

$b = 4^{1+(1+2)+(1+2+3)+\cdots+(1+2+\cdots+9)}$

$= 4^{\sum_{n=1}^{9}(1+2+\cdots+n)}$

$= 4^{\sum_{n=1}^{9}(1+2+\cdots+n)}$

$= 4^{\frac{1}{2}\left(\frac{9\cdot 10\cdot 19)}{6}+\frac{9\cdot 10}{2}\right)} = 4^{165} = 2^{330}$

따라서 $P = \dfrac{2^{330}}{2^{385}} = 2^{-55}$이므로 구하는 값은

$\log_2 P = \log_2 2^{-55} = -55$