

1. $\frac{5}{360}$ 에 가장 작은 자연수를 곱하여 유한소수로 나타내려고 한다. 이때, 가장 작은 자연수를 구하여라.

- ① 3
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

$\frac{5}{360} = \frac{5}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \frac{1}{2^3 \times 3^2}$ 이므로 가장 작은 자연수를 곱하여 유한소수로 나타내려면 9를 곱하면 된다.

2. 다음 중 옳은 것은?

㉠ $1.\dot{3} > 1.3\dot{2}$

㉡ $1.\dot{7}\dot{9} = \frac{179}{99}$

㉢ $0.\dot{5} = 0.5\dot{0}$

㉣ $3.\dot{9} < 4$

㉤ $10.0\dot{4} = \frac{994}{90}$

해설

㉡ $1.\dot{7}\dot{9} = \frac{179-1}{99}$

㉢ $0.\dot{5} > 0.5\dot{0}$

㉣ $3.\dot{9} = 4$

㉤ $10.0\dot{4} = \frac{1004-100}{90} = \frac{904}{90}$

3. $A + \frac{1}{2} = 0.5$ 일 때, A 의 값은?

① $\frac{1}{18}$

② $\frac{1}{9}$

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ 9

해설

$$A = \frac{5}{9} - \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{10-9}{18} = \frac{1}{18}$$

4. 다음 □안에 알맞은 수는?

$$32^2 = 4^3 \times 2^\square$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$32^2 = (2^5)^2 = 2^{10} = (2^2)^3 \times 2^\square$$

$$\text{이므로 } 6 + \square = 10$$

$$\therefore \square = 4$$

5. 다음 식을 계산한 결과가 $\frac{3}{a}$ 이 되는 것은?

① $15a^2b \div \left(-\frac{1}{3}ab\right)$

② $\left(\frac{2}{5}a^2\right)^2 \div 25a^3$

③ $\frac{3}{4}a^2 \div \left(-\frac{3}{2}a\right)^2$

④ $-4a^2b \div \left(\frac{2}{3}ab^2\right)$

⑤ $\left(-\frac{9}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{3}{7}a^3\right)$

해설

① $15a^2b \div \left(-\frac{1}{3}ab\right) = 15a^2b \times \left(\frac{-3}{ab}\right) = -45a$

② $\left(\frac{2}{5}a^2\right)^2 \div 25a^3 = \frac{4a^4}{25} \times \frac{1}{25a^3} = \frac{4a}{625}$

③ $\frac{3}{4}a^2 \div \left(-\frac{3}{2}a\right)^2 = \frac{3a^2}{4} \times \frac{4}{9a^2} = \frac{1}{3}$

④ $-4a^2b \div \left(\frac{2}{3}ab^2\right) = -4a^2b \times \frac{3}{2ab^2} = \frac{-6a}{b}$

⑤ $\left(-\frac{9}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{3}{7}a^3\right) = \left(-\frac{9a^2}{7}\right) \times \left(-\frac{7}{3a^3}\right)$
 $= \frac{3}{a}$

6. $\left(-\frac{3xy^2}{x}\right)^3 \times \frac{xz^2}{3y} \div \left(\frac{xy}{z}\right)^2$ 을 간단히 하면?

① $\frac{9z}{x}$
④ $\frac{27xy}{z}$

② $-\frac{9y^3z^4}{x}$
⑤ $-\frac{3yz}{x^2}$

③ $\frac{3z^2}{y}$

해설

$$(\text{준식}) = -\frac{27x^3y^6}{x^3} \times \frac{xz^2}{3y} \times \frac{z^2}{x^2y^2} = -\frac{9y^3z^4}{x}$$

7. $(-2x^4y)^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \square = 8x$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 식을 고르면?

① $32x^4$

② $-2x^2$

③ $2x^2y^3$

④ $-2x^2y^4$

⑤ $2xy^3$

해설

$$\begin{aligned}\square &= 8x \div (-2x^4y)^2 \times (-x^3y^2)^3 \\ &= 8x \div (4x^8y^2) \times (-x^9y^6) \\ &= -2x^2y^4\end{aligned}$$

8. 다음 중 가로 길이가 $\left(\frac{2a}{b^2}\right)^2$, 세로 길이가 $\left(\frac{5b^2}{2a}\right)^2$ 인 직사각형의 넓이를 구하면?

① 9

② 16

③ 25

④ 49

⑤ 64

해설

(직사각형의 넓이) = (가로) $\times$ (세로) 이므로

$$\begin{aligned} \text{(직사각형의 넓이)} &= \left(\frac{2a}{b^2}\right)^2 \times \left(\frac{5b^2}{2a}\right)^2 \\ &= \frac{4a^2}{b^4} \times \frac{25b^4}{4a^2} \\ &= 25 \end{aligned}$$

9. 다음은 분수 $\frac{11}{20}$ 을 소수로 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 수로 옳지 않은 것은?

$$\frac{11}{20} = \frac{11}{2^{\text{㉠}} \times 5} = \frac{11 \times \text{㉡}}{2^2 \times 5 \times \text{㉢}} = \frac{55}{\text{㉣}} = \text{㉤}$$

- ㉠ ㉠ 2

㉡ ㉡ 5

㉢ ㉢ 5²
- ㉣ ㉣ 100

㉤ ㉤ 0.55

해설

$$\frac{11}{20} = \frac{11}{2^2 \times 5} = \frac{11 \times 5}{2^2 \times 5 \times 5} = \frac{55}{100} = 0.55 \text{ 에서}$$

㉢ ㉣에 알맞은 수는 5이다.

10. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾은 것은?

㉠ $\frac{13}{20}$	㉡ $\frac{42}{75}$	㉢ $\frac{51}{180}$
㉤ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 7}$	㉥ $\frac{27}{2^2 \times 3^2}$	㉦ $\frac{6}{50}$

① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉡, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉤, ㉥, ㉦

해설

㉢ $\frac{51}{180} = \frac{3 \times 17}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{17}{2^2 \times 3 \times 5}$ 이므로 무한소수로 나타내어진다.

11. $\frac{19}{7}$ 를 계산한 값의 소수점 아래 500 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\frac{19}{7} = 2.\dot{7}1428\dot{5}$
500 = 6 × 83 + 2 이므로
소수점 아래의 500 번째 숫자는 순환마디의 2 번째 숫자 1 이다.

12. 다음 중 순환소수 $x = 1.2\overline{54}$ 를 분수로 나타낼 때, 가장 알맞은 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $100x - 10x$

④ $1000x - 10x$

⑤ $1000x - 100x$

해설

반복되는 순환마디의 차를 이용하여 분수로 나타낸다. 따라서
④ $1000x - 10x$ 이다.

13. 다음 수 중에서 $\frac{1}{4}$ 보다 크고 $\frac{1}{2}$ 보다 작은 수는 모두 몇 개인가?

0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5

- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} < x < \frac{1}{2} \\ 0.25 < x < 0.5 \\ \therefore x = 0.3, 0.4 \end{aligned}$$

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 음의 정수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ② 모든 순환소수는 유리수이다.
- ③ 소수는 유한소수와 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 모든 소수는 유리수이다.

해설

- ① 음의 정수는 유리수이므로 분수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{1}{3} = 0.333\cdots$
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

15. $2^{15} = 8^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{15} = (2^3)^x = 2^{3x}$$

$$3x = 15$$

$$\therefore x = 5$$

16. $2^n = x$, $3^n = y$ 일 때, $9^n \times 24^{3n} \div 3^{2n}$ 을 x , y 에 관한 식으로 옳게 나타낸 것은?

- ① x^5y^2 ② x^6y ③ x^6y^4 ④ x^8y^2 ⑤ x^9y^3

해설

$$\begin{aligned} 9^n \times 24^{3n} \div 3^{2n} &= 3^{2n} \times 2^{9n} \times 3^{3n} \div 3^{2n} \\ &= 3^{3n} \times 2^{9n} \\ &= y^3 \times x^9 \\ &= x^9y^3 \end{aligned}$$

17. 부등식 $5^{100} < x^{200} < 4^{300}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5개

해설

$$5^{100} < (x^2)^{100} < (4^3)^{100}$$

$$5 < x^2 < 4^3$$

따라서 만족하는 자연수는 3, 4, 5, 6, 7로 5개이다.

18. $\frac{a}{70}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이다. a 가 가장 작은 한 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수이려면 a 는 7 의 배수이어야 하고,
가장 작은 한 자리의 자연수이므로 7 이다. $\frac{7}{70} = \frac{7}{2 \times 5 \times 7} =$

$\frac{1}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$ 이므로 $b = 10$ 이다.
따라서 $a+b = 7+10 = 17$ 이다.

19. $\frac{3654}{9990} = 0.abcd$ 에서 a, b, c, d 는 $0, 1, \dots, 9$ 중 어느 한 수를 나타낸다.
이때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} \frac{3654}{9990} &= 0.3\dot{6}5\dot{7} \\ a &= 3, \quad b = 6, \quad c = 5, \quad d = 7 \\ \therefore a + b + c + d &= 21 \end{aligned}$$

20. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}7$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{99}$

해설

영철 : $0.\dot{3}7 = \frac{37}{99}$,

영은 : $1.3\dot{5} = \frac{135 - 13}{90} = \frac{61}{45}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{영은이가 본 분자})}{(\text{영철이가 본 분모})} = \frac{61}{99} = A$ 이다.

21. $(-27)^3 \div (-3)^n = 3^4$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(-3)^9 \div (-3)^n = 3^4$$

$$9 - n = 4$$

$$\therefore n = 5$$

22. $(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$2^{am} \times 3^{bm} \times 5^{cm} = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$am = 8, \quad bm = 12, \quad cm = 20$$

모두 자연수의 곱이므로 8, 12, 20의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 4이다.

23. $0.\dot{7}$ 에 어떤 수 a 를 곱하여 $3.\dot{1}$ 이 되었다. 이 때 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 순환소수를 분수로 나타내면

$0.\dot{7} = \frac{7}{9}$ 이고 $3.\dot{1} = \frac{31-3}{9} = \frac{28}{9}$ 이므로

$\frac{7}{9}a = \frac{28}{9}$ 이다.

$\therefore a = 4$

24. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(ab)^2 \times ab = a^3b^3$

② $(a^3b)^2 \times \frac{a^2}{b^4} = \frac{a^8}{b^2}$

③ $(-2a)^2 \times (2b)^2 \div \frac{1}{a^2} = 16b^2$

④ $\left(\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{2}\right)^3 = \frac{a^5b^3}{32}$

⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{1}{b}\right)^2 \times (a^2b)^2 = \frac{a^6b^4}{16}$

해설

① $(ab)^2 \times ab = a^2b^2 \times ab = a^{2+1}b^{2+1} = a^3b^3$

② $(a^3b)^2 \times \frac{a^2}{b^4} = a^6b^2 \times \frac{a^2}{b^4} = \frac{a^{6+2}}{b^{4-2}} = \frac{a^8}{b^2}$

③ $(-2a)^2 \times (2b)^2 \div \frac{1}{a^2} = 4a^2 \times 4b^2 \times a^2 = 16a^4b^2$

④ $\left(\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{2}\right)^3 = \frac{a^2}{4} \times \frac{a^3b^3}{8} = \frac{a^5b^3}{32}$

⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{1}{b}\right)^2 \times (a^2b)^2 = \frac{a^2}{16} \times b^2 \times a^4b^2 = \frac{a^6b^4}{16}$

25. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$
따라서 10 자리의 수이다.