

1. 분식집에서 1주년 개업기념을 맞이하여 특별히 학생들의 기호에 맞추어 새로운 메뉴판을 제작하기로 했다. 다음 중 집합인 것은?

- ① 가격이 2000 원인 음식
 ② 여학생들이 좋아하는 음식
 ③ 남학생들이 좋아하는 음식
 ④ 가격이 비교적 싼 음식
 ⑤ 맛있는 음식

메뉴	가격
라면	2000원
김밥	1000원
볶음밥	2000원
우동	2000원
순대	2000원
떡볶이	1000원
냉면	2000원

해설

- ① 가격이 2000 원으로 명확하게 기준이 정해져 있으므로 집합이다.
 ②, ③ 남학생과 여학생에 대한 정보가 없고 ‘좋아하는’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 아니다.
 ④ ‘비교적 싼’이라는 단어는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
 ⑤ ‘맛있는’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 아니다.

2. 다음 중 공집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{0\}$

② $\emptyset$

③ $\{x|x \leq 2 \text{인 짝수}\}$

④ $\{x|1 < x < 2 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{\emptyset\}$

해설

③ $\{x|x \leq 2 \text{인 짝수}\} = \{2\}$

④ 1 과 2 사이에는 자연수가 없으므로 $\{x|1 < x < 2 \text{인 자연수}\} = \emptyset$

3. 다음 중 부분집합의 개수가 8 개인 것은?

① $\{L, O, V, E\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } -2 \leq x \leq 0 \text{인 자연수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 소수}\}$

해설

① 16 개 ② 8 개 ③ $\emptyset$

④ 무한집합 ⑤ 16 개

4. 다음 ①, ②, ③, ④와 서로 같은 집합을 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중에서 차례대로 골라 쓰시오.

- | | |
|-------------------|--------------------|
| ① {1, 2, 3} | ㉠ {가, 나, 다} |
| ② {d, e, b} | ㉡ {x x는 4 미만의 자연수} |
| ③ {5, 7, 9, 1, 3} | ㉢ {b, e, d} |
| ④ {다, 나, 가} | ㉣ {1, 3, 5, 7, 9} |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉠

해설

$\{x|x\text{는 } 4 \text{ 미만의 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$

5. 다음 안에 들어갈 알맞은 것은?(단, $A \cap B \neq \emptyset$)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - \text{}$$

① $n(A)$

② $n(B)$

③ $n(A \cap B)$

④ $n(A \cup B)$

⑤ $n(\emptyset)$

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

6. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c = \{4, 5, 7\}$, $B^c = \{3, 4, 6, 8\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 2, 9, 10\}$

해설

$$A = (A^c)^c = \{1, 2, 3, 6, 8, 9, 10\}$$

$$B = (B^c)^c = \{1, 2, 5, 7, 9, 10\}$$

$$\therefore A \cap B = \{1, 2, 9, 10\}$$

7. $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, 7, 9, 10\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16\} \text{ 이므로 } n(A) = 5$$

$$\therefore n(A) + n(B) = 5 + 5 = 10$$

8. 집합 $A = \{a, \emptyset, \{a\}, \{a, b\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은 ?

① $\emptyset \in A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{a\} \in A$

④ $\{\emptyset\} \subset A$

⑤ $\{a, b\} \subset A$

해설

$\emptyset$ 는 A 의 원소이고 모든 집합의 부분집합이다. 또, $\{\emptyset\}$ 는 $\emptyset$ 를 원소로 하므로 A 의 부분집합이다. $\{a, b\}$ 는 원소이므로 A 의 부분집합이 아니다.

9. 집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, a^2 + 2, a^2 + a + 6\}$ 일 때, $A = B$ 를 만족시키는 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이고 $A = B$ 이므로

$$a^2 + 2 = 3 \text{ 또는 } a^2 + 2 = 6$$

(i) $a^2 + 2 = 3$ 일 때 $a^2 = 1$

$$\therefore a = \pm 1$$

$a = 1$ 이면 $a^2 + a + 6 = 8$ 이므로

$$A \neq B$$

$a = -1$ 이면 $a^2 + a + 6 = 6$ 이므로

$$A = B$$

(ii) $a^2 + 2 = 6$ 일 때 $a^2 = 4$

$$\therefore a = \pm 2$$

$a = 2$ 이면 $a^2 + a + 6 = 12$ 이므로

$$A \neq B$$

$a = -2$ 이면 $a^2 + a + 6 = 8$ 이므로

$$A \neq B$$

따라서 $A = B$ 를 만족시키는 $a = -1$ 이다.

10. 집합 $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 에 대하여 $\{1, 2\} \subset X$ 이고 $X \subset A$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 없는 것은?

① $\{1, 2\}$

② $\{1, 2, 4\}$

③ $\{2, 4, 8\}$

④ $\{1, 2, 4, 8\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8, 16\}$

해설

$\{1, 2\} \subset X$ 이고 $X \subset A$ 이므로 A 의 부분집합 중 1, 2를 항상 포함하여야 한다.

그러므로 1을 포함하지 않은 $\{2, 4, 8\}$ 이 집합 X 가 될 수 없다.

11. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \subset B$ 이면, $n(A)$ 는 $n(B)$ 보다 작다.
- ② $A \subset B$ 이고, $A \neq B$ 이면, $n(A) = n(B)$ 이다.
- ③ $A = B$ 이면 $n(A)$ 와 $n(B)$ 는 같다.
- ④ $n(A) < n(B)$ 이면, $A \subset B$ 이다.
- ⑤ $A = \{0, \emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

해설

- ① 반례 : $A = \{1\}$, $B = \{1\}$
- ② 반례 : $A = \{1\}$, $B = \{1, 3\}$
- ④ 반례 : $A = \{2\}$, $B = \{1, 3\}$
- ⑤ $A = \{0, \emptyset\}$ 이면 $n(A) = 2$ 이다.

12. 세 집합 $A = \{x|x\text{는 } 10\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 16\text{의 약수}\}$, $C = \{x|x\text{는 } 20\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup C) \cap B$ 는?

① $\{4, 8, 16\}$

② $\{1, 2, 4\}$

③ $\{1, 2, 6, 8\}$

④ $\{3, 6, 12\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

해설

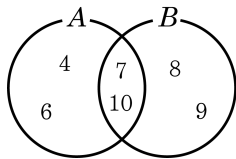
조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, $C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이다.

$A \cup C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이 된다.

집합 B 와의 공통 원소를 찾으면 $\{1, 2, 4\}$ 가 된다.

13. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 44

해설

$A \cup B$ 은 A 에 속하거나 B 에 속하는 원소를 합한 집합이다.

그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cup B = \{4, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.

$A \cup B$ 의 원소의 합은 $4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 44$

14. 두 집합 $A = \{a + 1, 4, 5\}$, $B = \{a, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 5\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

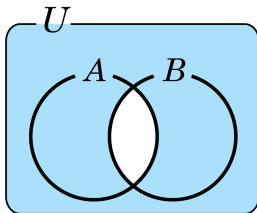
⑤ 5

해설

$3 \in A$ 이므로 $a + 1 = 3$

$\therefore a = 2$

15. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 9\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분을 나타내는 집합은?



① $\{1, 7\}$

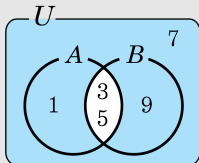
② $\{7, 9\}$

③ $\{5, 9\}$

④ $\{1, 5, 9\}$

⑤ $\{1, 7, 9\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{1, 7, 9\}$ 이다.

16. 다음 집합 중에서 조건제시법을 원소나열법으로, 원소나열법을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? (정답 2개)

① $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{1, 3, 6, \dots\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8, \dots\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, \dots, 23, 29\}$

④ $\{3, 6, 9, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7, \dots, 99\} = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 홀수}\}$

해설

① $\{1, 3, 5, \dots\}$

② $\{1, 2, 5, 10\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

17. 다음 보기에서 집합에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

보기

㉠ $n(\{0\}) = 1$

㉡ $\{1, 2\} \supset \{2, 1\}$

㉢ $\{1, 2, 3, \dots, 100\} \supset \{1, 100\}$

㉣ $n(\{2, 3, 5, 7\}) = n(\{0, \{\emptyset\}, \emptyset, \{0\}\})$

㉤ $n(\{1, 10, \{1, 10\}\}) = 4$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

해설

㉤ $n(\{1, 10, \{1, 10\}\}) = 3$

18. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\{0\} \subset A$

㉡ $\emptyset \subset A$

㉢ $0 \notin A$

㉣ $A \not\subset \{2, 3, 1\}$

㉤ $\{1\} \subset A$

㉥ $\{0, 1\} \not\subset A$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

해설

㉠ $\{0\} \not\subset A$

㉣ $A \subset \{2, 3, 1\}$

19. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 이고 $n(B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

따라서 원소가 3개인 A 의 부분집합은

$\{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 6, 8\}, \{4, 6, 8\}$ 4 개

20. 두 집합 $A = \{2, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 집합 B 의 부분집합 중 집합 A 의 원소를 포함하는 부분집합의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 6개

⑤ 8개

해설

집합 B 의 부분집합 중 집합 A 의 원소를 포함하는 부분집합을 구하면

$\{2, 4\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 4, 6, 8\}$ 이고 총 4개이다.

21. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 적어도 하나의 홀수를 포함하는 부분집합의 개수를 구하시오.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 28개

해설

전체의 부분집합에서 짝수만을 원소로 가지는 부분집합은 제외한다.

$$\therefore 2^5 - 2^2 = 28(\text{개})$$

22. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 2 를 반드시 포함하고 n 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 16 개 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$2^{(1, 2, n \text{ 을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-3} = 16 = 2^4 \quad \therefore n = 7$$

23. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 두 조건을 만족시키는 집합 X 는 모두 몇 개인가?

$$(1) (A \cap B) \cup X = X$$

$$(2) (A \cup B) \cap X = X$$

① 2 개

② 4 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

(1) 과 (2) 에서 $(A \cap B) \subset X$, $X \subset (A \cup B)$ 이므로

$$(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$$

$$\therefore \{4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

따라서 집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 원소 4, 5 를 반드시 포함하는 부분집합이다.

$$\therefore (\text{집합 } X \text{ 의 개수}) = 2^4 = 16 \text{ (개)}$$

24. 우리 반 학생 중에서 형이 있는 학생이 15 명, 누나가 있는 학생이 10 명이고, 형과 누나가 모두 있는 학생이 5 명이다. 형이나 누나가 있는 학생의 수는?

① 10 명

② 12 명

③ 15 명

④ 17 명

⑤ 20 명

해설

형이 있는 학생을 A 라 하면 $n(A) = 15$

누나가 있는 학생을 B 라 하면 $n(B) = 10$

형과 누나가 모두 있는 학생은 $A \cap B$ 이므로 $n(A \cap B) = 5$

형이나 누나가 있는 학생은 $A \cup B$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 15 + 10 - 5 = 20\end{aligned}$$

따라서 형이나 누나가 있는 학생은 모두 20 명이다.

25. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $\{(A - B) \cup (A \cap B)\} \cap B = A$ 가 성립할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

① $A \cup B = A$

② $A - B = U$

③ $A \cap B^c = \emptyset$

④ $A^c \subset B^c$

⑤ $A^c \cup B = \emptyset$

해설

$$\{(A - B) \cup (A \cap B)\} \cap B = \{(A \cap B^c) \cup (A \cap B)\} \cap B = \{A \cap (B^c \cup B)\} \cap B \\ = (A \cap U) \cap B = A \cap B \therefore A \cap B = A \rightarrow A \subset B$$

※ $A \subset B$ 일 때,

i) $A \cup B = B$

ii) $A \cap B = A$

iii) $A - B = A \cap B^c = \emptyset$

iv) $A^c \cup B = U$

v) $B^c \subset A^c$

26. 두 집합 $A = \{2, 5, a, 9\}$, $B = \{3, 7, b-2, b+2\}$ 에 대하여 $A-B = \{2, 8\}$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

집합 A 에서 $a = 8$

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로

(i) $b+2 = 5$ 일 때, $b = 3$ 이므로

$B = \{1, 3, 5, 7\}$ $A \cap B = \{5\}$ (×)

(ii) $b-2 = 5$ 일 때, $b = 7$ 이므로

$B = \{3, 5, 7, 9\}$ $A \cap B = \{5, 9\}$ (○)

$\therefore a-b = 8-7 = 1$

27. 전체 집합 $U = \{x|x \text{는 } 12 \text{보다 작은 자연수}\}$ 라 하고 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{보다 작은 소수}\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 은?

① $\{4, 8\}$

② $\{4, 9\}$

③ $\{4, 8, 9\}$

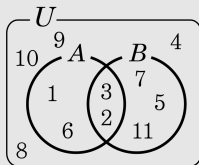
④ $\{4, 8, 10\}$

⑤ $\{4, 8, 9, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ 이므로

$$\begin{aligned} A^c \cap B^c &= (A \cup B)^c \\ &= (\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 11\})^c \\ &= \{4, 8, 9, 10\} \text{ 이다.} \end{aligned}$$



28. 전체집합 U 와 그 두 부분집합 A, B 가 다음과 같을 때, $A^c \cap B$ 의 모든 원소의 곱을 구하여라.

보기

$$U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$$

$$A = \{2, 4, 5, 8\}$$

$$B^c = \{2, 4, 6, 7, 9\}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $A = \{2, 4, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 8, 10\}$ 이므로

$$A^c \cap B = B - A = \{1, 3, 10\}$$

$$\therefore 1 \times 3 \times 10 = 30$$

29. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, e\}$, $B = \{b, c\}$ 에 대하여
 $(A \cup B)^c \subset X$, $(A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$$(A \cup B)^c = \{d\}, (A - B)^c = \{b, c, d\}$$

$(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{d\} \subset X \subset \{b, c, d\}$ 이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

30. 집합 A, B, C, D 에서 다음 중 성립하지 않는 것은?

① $A \cap (A \cup B) = A$

② $A \cup (A \cap B) = A$

③ $(A - B) - C = A - (B \cup C)$

④ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

⑤ $A \cap B = \emptyset, A \subset C, B \subset D$ 이면 $C \cap D = \emptyset$ 이다.

해설

⑤ 주어진 조건대로 벤다이어그램을 그려보면 다음과 같을 수 있다. $C \cap D \neq \emptyset$ 이므로 옳지 않다.

