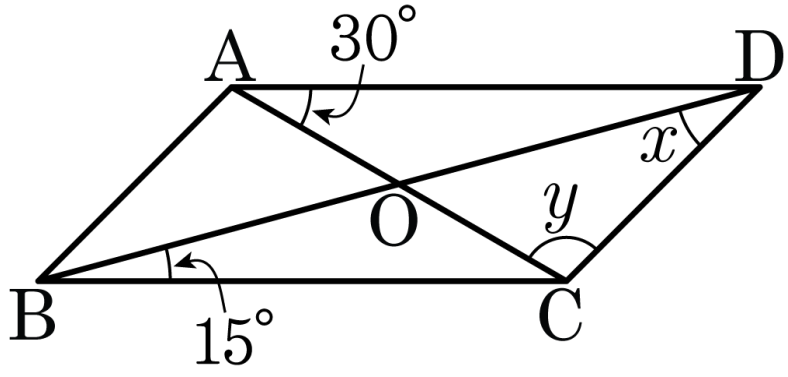
1. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle CAD = 30°$, $\angle CBD = 15°$ 라고 할 때, $\angle x + \angle y = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



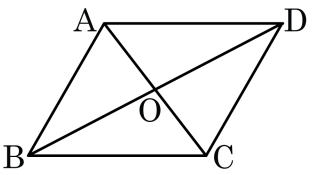
▶ 답 :

▷ 정답 : 135

해설

$\angle ODA = \angle OBC = 15°$ $\angle AOB = 30 + 15 = 45°$, $\angle BOC = 135° = \angle x + \angle y$ 이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



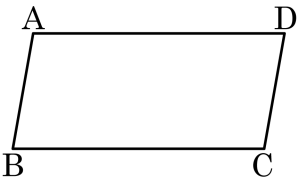
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$ ⋯ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
∠OAD = ∠OCB (엇각) ⋯ ㉡,
∠ODA = □ (엇각) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
∴ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① ∠ODA ② ∠OAB ③ ∠CDO
④ ∠OBC ⑤ ∠BCO

해설

△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고
∠OAD = ∠OCB (엇각), ∠ODA = ∠OBC (엇각) 이므로
△OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이다.

3. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}=7$, $\overline{BC}=3x-2y$, $\overline{CD}=-2x+7y$, $\overline{DA}=15$ 일 때, 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=7$

▷ 정답: $y=3$

해설

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$ 이므로

$$\begin{cases} -2x+7y=7 & \cdots ㉠ \\ 3x-2y=15 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ $\times 3+$ ㉡ $\times 2$ 를 하면

$17y=51, y=3$

$y=3$ 을 ㉠ 에 대입하면

$-2x+21=7, 2x=14, x=7$

4. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선 AC, BD 의 교점이다.)

① $\overline{AB} = 5cm$, $\overline{BC} = 5cm$, $\overline{CD} = 7cm$, $\overline{DA} = 7cm$

② $\overline{AB} = 3cm$, $\overline{DC} = 3cm$, $\overline{AB} // \overline{DC}$

③ $\overline{OA} = 4cm$, $\overline{OB} = 4cm$, $\overline{OC} = 5cm$, $\overline{OD} = 5cm$

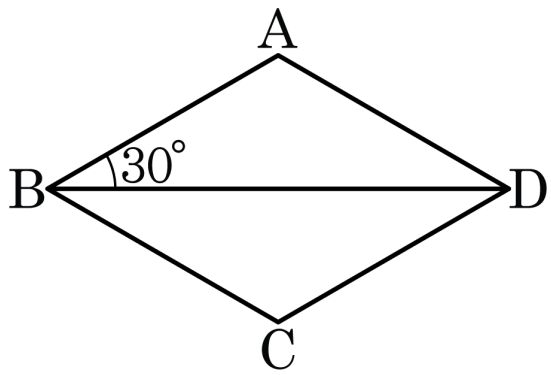
④ $\overline{AC} = 7cm$, $\overline{BD} = 7cm$

⑤ $\angle A = \angle B$

해설

평행사변형이 되기 위한 조건
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

5. 다음 그림의 □ABCD 는 마름모이다. $\angle ABD = 30°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



① 100° ② 120° ③ 140°

④ 150° ⑤ 155°

해설

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB = 30°$, $\overline{CB} = \overline{CD}$ 이므로

$\angle CDB = \angle CBD = 30°$

$\therefore \angle C = 180° - 30° \times 2 = 120°$

6. 다음 보기에서 항상 닮음 도형인 것을 모두 골라라.

㉠ 두 둔각삼각형	㉡ 두 직각이등변삼각형
㉢ 두 직각삼각형	㉣ 두 정사각형
㉤ 두 예각삼각형	

▶ 답 :

▶ 답 :

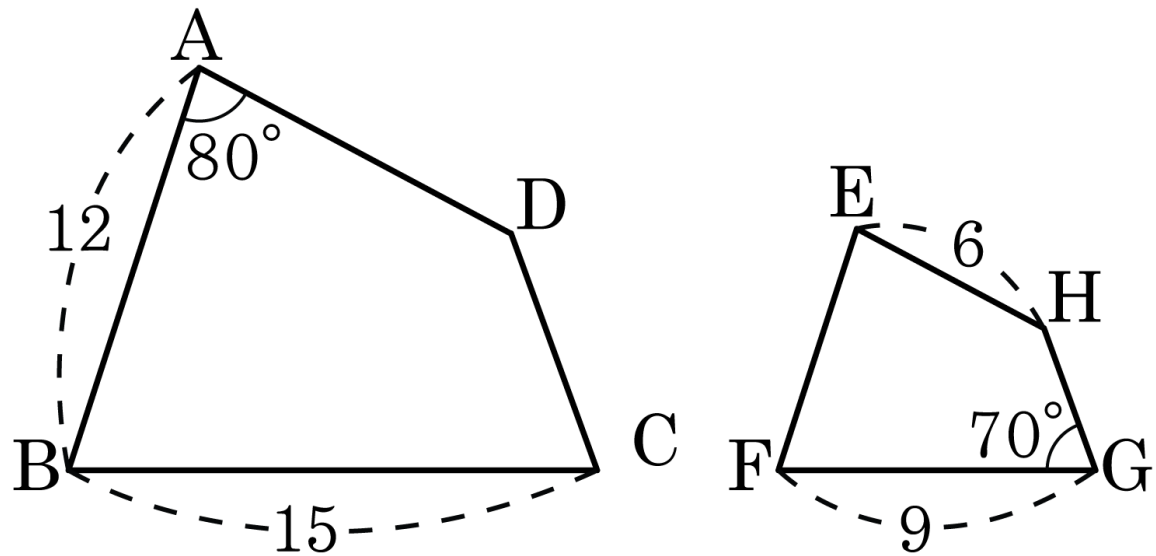
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

평면도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 원, 중심각의 크기가 같은 부채꼴, 모든 직각이등변삼각형, 모든 정다각형이다.
입체도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 구와 모든 정다면체이다.

7. 다음 그림에서 □ABCD ∽ □EFGH 이다. □ABCD 와 □EFGH 의 둘레의 길이의 비는?

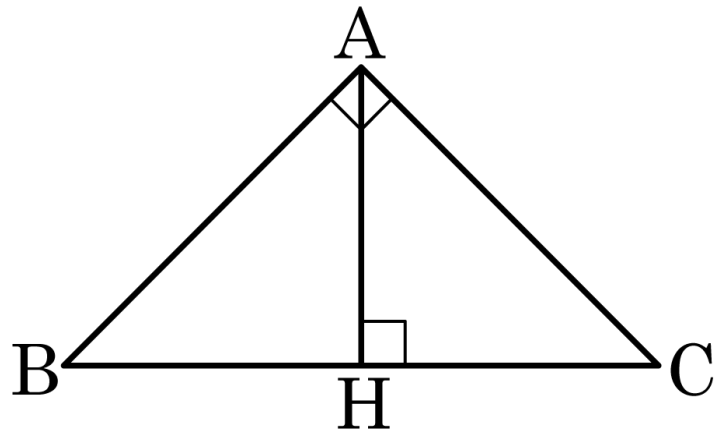


① 2 : 1 ② 4 : 3 ③ 5 : 3 ④ 3 : 5 ⑤ 3 : 2

해설

$\overline{BC} : \overline{FG} = 15 : 9 = 5 : 3$ 이므로 둘레의 길이의 비는 5 : 3 이다.

8. 다음 그림에서 $\angle AHB = \angle BAC = 90°$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BH} : \overline{CH}$

② $\triangle ABC \backsim \triangle HAC$

③ $\angle C = \angle BHA$

④ $\angle B = \angle ACH$

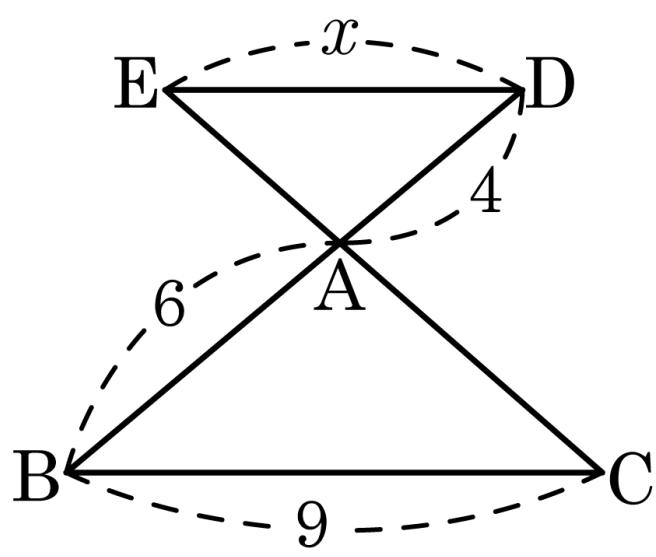
⑤ $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$ 에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BH} : \overline{AH}$

$\angle C = \angle BAH$, $\angle B = \angle CAH$

9. 다음 그림에서 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 6 ② 5 ③ 4.5 ④ 4 ⑤ 3.5

해설

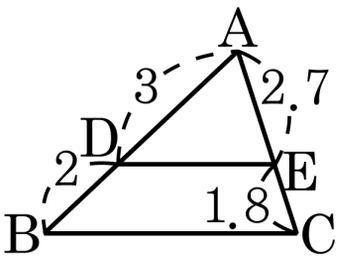
$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{ED}$

$6 : 4 = 9 : x$

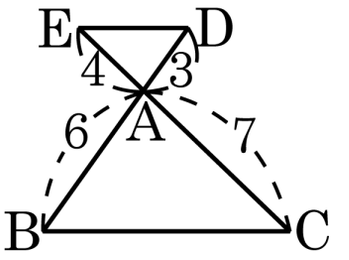
$6x = 36 \quad \therefore \ x = 6$

10. 다음 그림에서 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 가 평행하지 않은 것은?

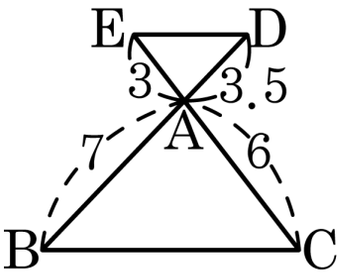
①



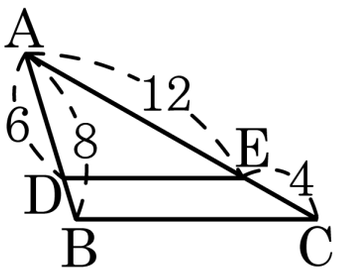
②



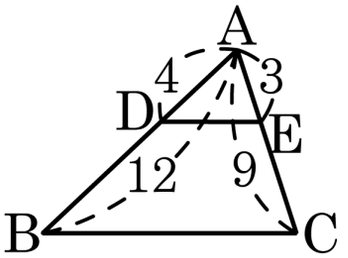
③



④



⑤

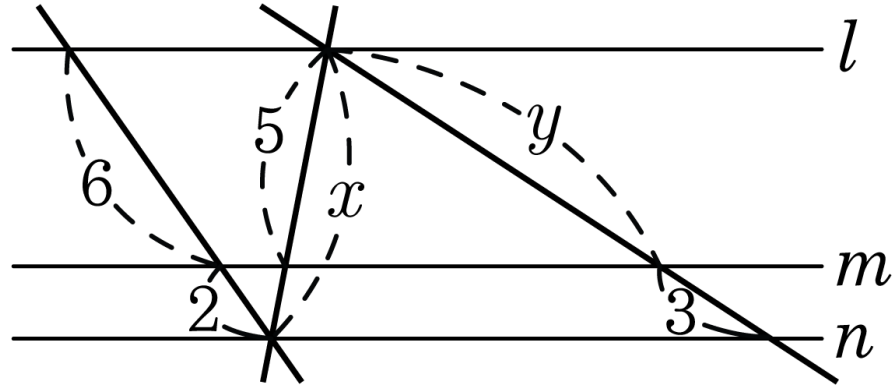


해설

② $\overline{BC}//\overline{DE}$ 라면, $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AB}$ 이다.

$4 : 7 \neq 3 : 6$ 이므로 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 이 아니다.

11. 다음 그림에서 $l \parallel m \parallel n$일 때, xy의 값을 구하여라.



▶ 답 :

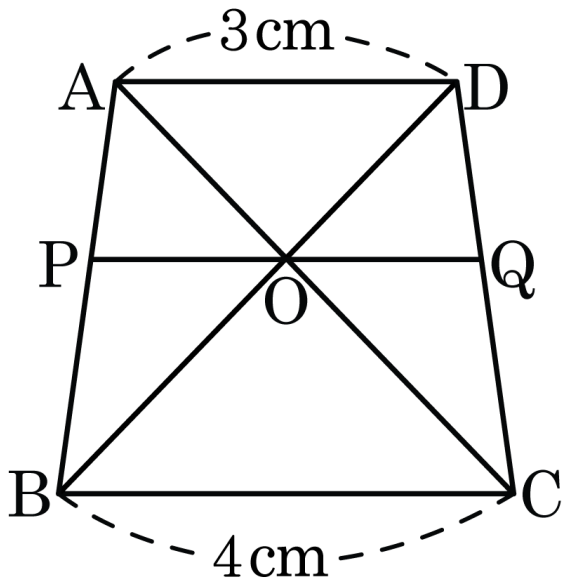
▷ 정답 : 60

해설

$x : 5 = 8 : 6$, $y : 3 = 6 : 2$이므로 $x = \frac{20}{3}$, $y = 9$이다.

따라서 $xy = \frac{20}{3} \times 9 = 60$이다.

12. 다음 그림과 같이 사다리꼴의 두 대각선의 교점 O 를 지나고 밑변에 평행한 직선이 사다리꼴과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{PO}$ 의 길이는? (단, $\overline{AD} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\text{cm}$)



① $\frac{8}{7}\text{cm}$ ② $\frac{10}{7}\text{cm}$ ③ $\frac{12}{7}\text{cm}$

④ $\frac{14}{7}\text{cm}$ ⑤ $\frac{16}{7}\text{cm}$

해설

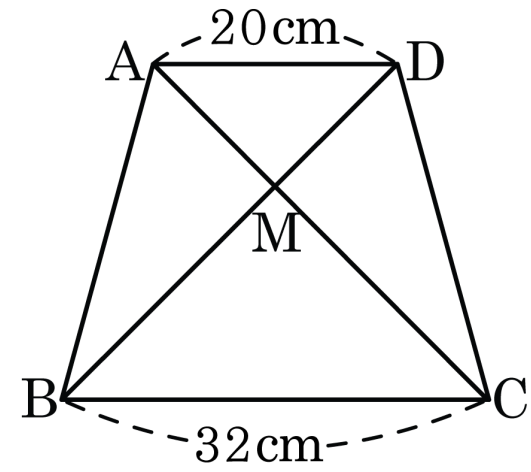
$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PO} : \overline{BC}$ 이다.

$\overline{AP} : \overline{AB} = 3 : 7$이므로

$3 : 7 = \overline{PO} : 4$

따라서 $\overline{PO} = \frac{12}{7}(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 두 대각선의 교점이 M 이고, $\overline{AD} = 20\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 32\,\text{cm}$ 이다. $\triangle ADM = 50\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle BCM$ 의 넓이는?



① $100\,\text{cm}^2$ ② $120\,\text{cm}^2$ ③ $128\,\text{cm}^2$

④ $160\,\text{cm}^2$ ⑤ $180\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle DAM$과 $\triangle BCM$ 의 닮음비가 5 : 8 이므로 넓이의 비는 25 : 64 이다.

$25 : 64 = 50 : \triangle BCM$

$\therefore \triangle BCM = 128(\,\text{cm}^2)$

14. 세 정사면체의 겉넓이의 비가 $1 : 25 : 49$ 일 때, 부피의 비는?

① $1 : 15 : 21$ ② $1 : 27 : 64$ ③ $1 : 50 : 98$

④ $1 : 75 : 147$ ⑤ $1 : 125 : 343$

해설

$1 : 25 : 49 = 1^2 : 5^2 : 7^2$

$\therefore 1^3 : 5^3 : 7^3 = 1 : 125 : 343$

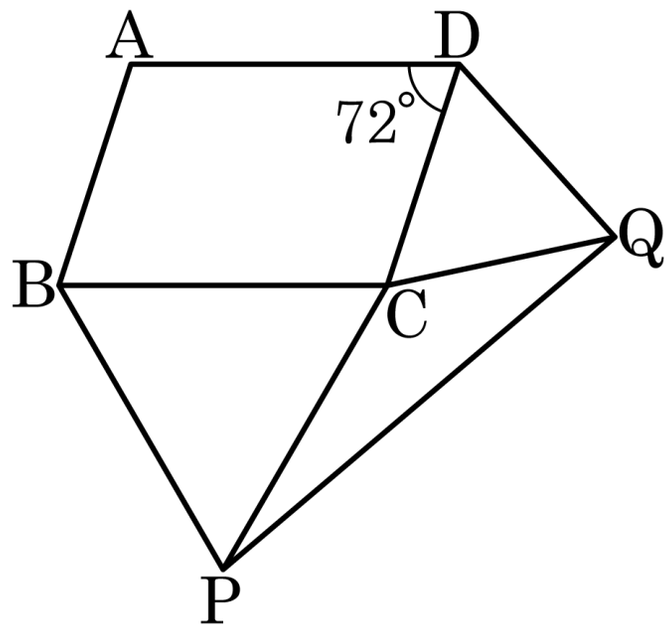
15. 길이가 4m 인 나무막대의 그림자가 3m 로 나타날 때, 그림자의 길이가 2.4m 로 나타나는 나무막대의 실제 길이는?

① 2.8m ② 3m ③ 3.2m ④ 4m ⑤ 4.8m

해설

길이가 4m 인 나무막대의 그림자가 3m 로 나타나므로 실제 길이를 x 라 하면 $4 : 3 = x : 2.4 \therefore x = 3.2(\mathrm{m})$

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\triangle BPC$ 와 $\triangle DCQ$ 는 각각 정삼각형이다. $\angle ADC = 72°$ 일 때, $\angle PCQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : $\angle PCQ = 132°$

해설

$\angle DCB = 180° - 72° = 108°$

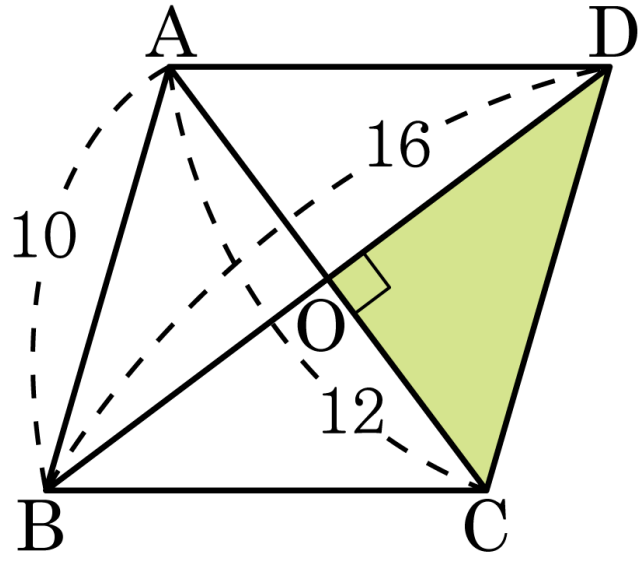
$\angle BCP = \angle DCQ = 60°$

$\therefore \angle PCQ = 360° - (108° + 60° + 60°)$

$= 360° - 228°$

$= 132°$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle COD = 90°$일 때, $\triangle COD$의 넓이는?

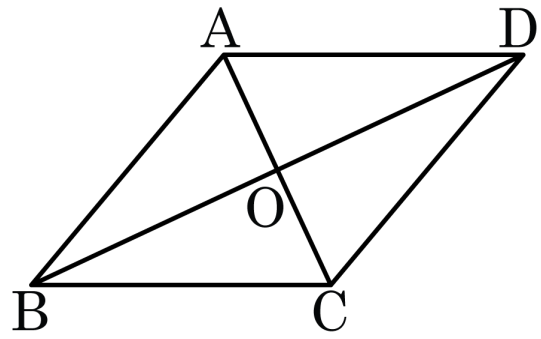


① 20 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

$\triangle COD$의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{CO} \times \overline{DO} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$이다.

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 마름모가 되는 조건이 아닌 것을 모두 고르면? (2 개)



① $\overline{AC} = \overline{BD}$

② $\overline{AB} = \overline{AD}$

③ $\angle BCD = \angle CDA$

④ $\angle ABD = \angle DBC$

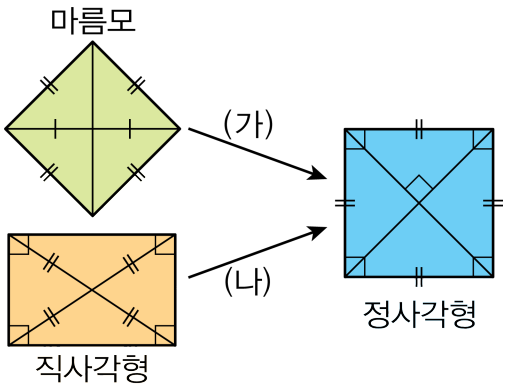
⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

① 직사각형의 성질

③ $\angle BCD = \angle CDA = \dfrac{180°}{2} = 90°$ 이므로 직사각형이 된다.

19. 다음 보기 중에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 조건으로 옳은 것은?



보기

㉠ 이웃한 두 변의 길이가 같다.

㉡ 두 대각선이 서로 수직이다.

㉢ 한 쌍의 대변이 평행하다.

㉣ 다른 한 쌍의 대변도 평행하다.

㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

㉥ 한 내각의 크기가 90° 이다.

① (가) : ㉡, ㉥ (나) : ㉡, ㉣

② (가) : ㉢, ㉥ (나) : ㉢, ㉣

③ (가) : ㉡, ㉤ (나) : ㉠, ㉢

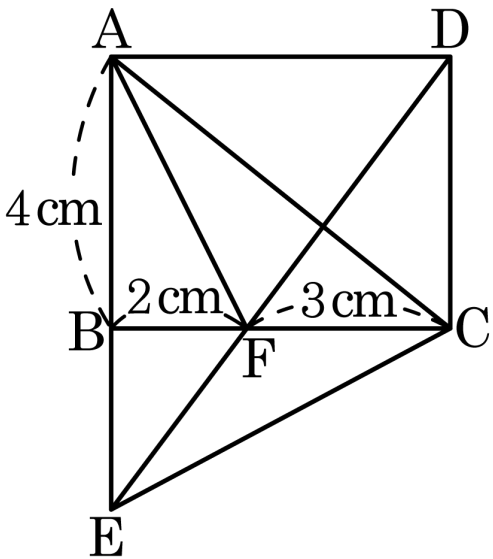
④ (가) : ㉤, ㉥ (나) : ㉠, ㉡

⑤ (가) : ㉠, ㉡ (나) : ㉡, ㉣, ㉤

해설

마름모에서 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고, 한 내각의 크기가 90°이면 된다.
직사각형이 정사각형이 되려면 두 대각선이 서로 수직 이등분하고, 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 된다.

20. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 에서 점 E 는 $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 의 교점이 F 이다. 이때 $\triangle FEC$ 의 넓이는?



① $1\,\mathrm{cm}^2$ ② $1.5\,\mathrm{cm}^2$ ③ $2\,\mathrm{cm}^2$

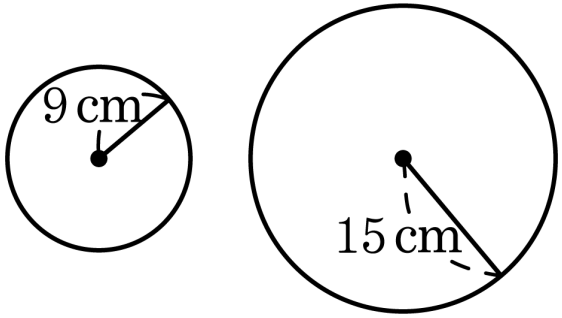
④ $3\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $4\,\mathrm{cm}^2$

해설

그림에서 $\overline{BD}$ 를 그으면, $\triangle BFD = \triangle FEC$ 이므로

$$\triangle FEC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4\ (\mathrm{cm}^2)$$

21. 다음과 같이 닮은 도형의 닮음비는?



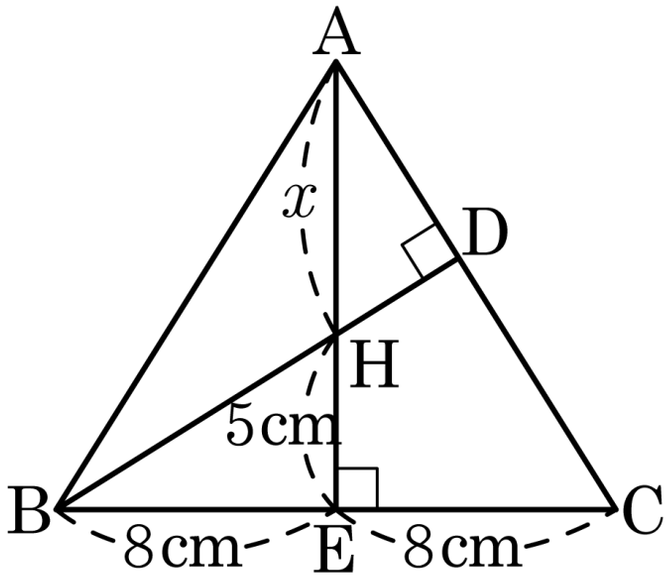
① 2 : 3 ② 3 : 4 ③ 3 : 5

④ 4 : 5 ⑤ 4 : 7

해설

$9 : 15 = 3 : 5$

22. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BE} = \overline{CE} = 8\text{cm}$, $\overline{HE} = 5\text{cm}$ 일 때, x 의 길이는?



① 4cm ② 7.4cm ③ 12.8cm

④ 6cm ⑤ 7.8cm

해설

$\triangle HBE \backsim \triangle CAE$ (AA 닮음)

$\overline{HE} : \overline{EB} = \overline{CE} : \overline{EA}$

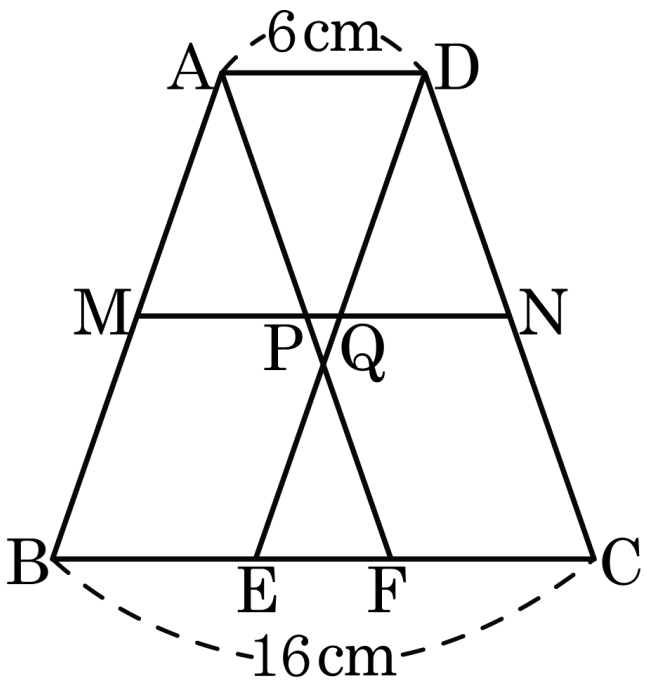
$5 : 8 = 8 : (x+5)$

$5(x+5) = 64$

$5x = 39$

$\therefore \ x = 7.8(\text{cm})$

23. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이고 $\overline{AB}//\overline{DE}$, $\overline{AF}//\overline{DC}$ 이다. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 1 cm

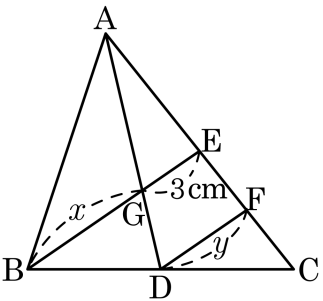
해설

$\overline{MN} = \dfrac{6+16}{2} = 11$

$\overline{MQ} = \overline{PN} = \overline{AD} = 6(\text{cm})$

$\overline{PQ} = 6 + 6 - 11 = 1(\text{cm})$

24. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고, $\overline{BE} /\!/ \overline{DF}$ 이다. $\overline{GE} = 3\text{cm}$ 일 때, x, y 의 곱 xy 의 값을 구하여라.



① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

해설

$\overline{BE}$ 가 $\triangle ABC$ 의 중선이므로 $\overline{BG} = 2\overline{GE} = 6(\text{cm})$

$\therefore x = 6$

$\triangle BCE$ 에서 $\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BE} = \frac{9}{2}(\text{cm})$

$\therefore y = \frac{9}{2}$

$\therefore xy = 6 \times \frac{9}{2} = 27$

25. 실제로 땅의 넓이가 $5\,\mathrm{km}$ 인 땅은 축척이 $1:20000$ 인 지도 위에서 몇 cm^2 로 나타나는지 구하여라.

▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : 125 cm^2

해설

축척이 $1:20000$ 이므로

넓이의 비는 $1:400000000$ 이다.

$5\,\mathrm{km}^2 = 50000000000\mathrm{cm}^2$

$1:400000000 = x:50000000000$

$x = 125\left(\mathrm{cm}^2\right)$