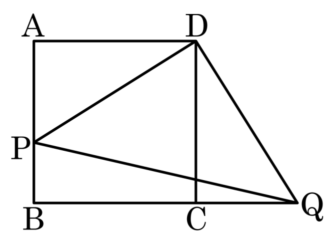
1. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 위의 점이고, 점 Q 는 $\overline{BC}$ 의 연장선 위에 $\overline{DP} = \overline{DQ}$ 인 점이다. $\angle ADP = 30°$ 일 때, $\angle BQP$ 의 크기를 구하여라.



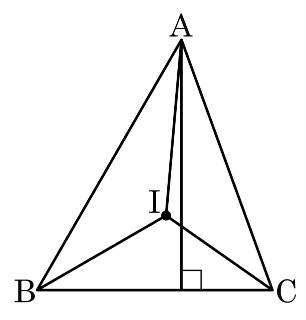
▶ 답： °

▷ 정답： 15 °

해설

$\triangle APD$ 와 $\triangle CQD$ 에서
$\overline{DP} = \overline{DQ}$, $\angle A = \angle C = 90°$,
$\overline{DA} = \overline{DC}$ 이므로
$\triangle APD \equiv \triangle CQD$ (RHS합동)
따라서 $\angle CDQ = \angle ADP = 30°$ 이므로
$\angle PDQ = 90°$ 이고, $\overline{DP} = \overline{DQ}$ 에서
$\triangle DPQ$ 는 직각이등변삼각형이 되어
$\angle DQP = 45°$ 이다.
즉, $\triangle DCQ$ 에서 $\angle DQC = 60°$ 이므로
$\angle BQP = 60° - 45° = 15°$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\angle ABC = 60°$, $\angle BCA = 70°$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$이다. $\angle IAH : \angle BIC$를 가장 간단한 정수의 비 $x : y$로 나타냈을 때, $x + y$의 값을 구하여라.



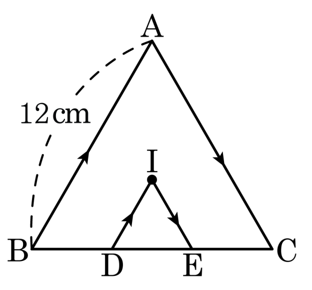
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\angle A = 180° - (60° + 70°) = 50°$이므로 $\angle IAB = 25°$이다.
$\angle BAH = 90° - 60° = 30°$이므로 $\angle IAH = 5°$이다.
$\angle BIC = 180° - (30° + 35°) = 115°$이므로 $x : y = 1 : 23$

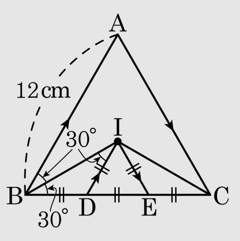
3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 정삼각형이고, 점I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$, $\overline{AC} /\!/ \overline{IE}$이고 $\overline{AB} = 12\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이는?



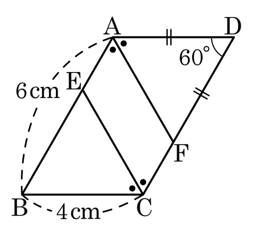
① $\frac{5}{2}\text{cm}$ ② 3cm ③ $\frac{7}{2}\text{cm}$ ④ 4cm ⑤ $\frac{9}{2}\text{cm}$

해설

점I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
$\angle ABI = \angle CBI = 30°$ 또, $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$ 이므로
$\angle ABI = \angle BID = 30°$ (엇각) 같은 방법으로
$\angle ICA = \angle CIE = 30°$ 이므로 $\triangle IDE$ 에서 $\angle IDE = \angle IED = 60°$
따라서 $\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$
$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{3}\overline{BC} = 4(\text{cm})$



4. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\angle ADC = 60^\circ$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?

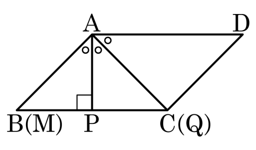


① 10 cm　② 12 cm　③ 14 cm
④ 16 cm　⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.
$\angle ADF = 60^\circ$, $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle FAD = 60^\circ$ 이므로, $\angle AFD = 60^\circ$ 이므로
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.
$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\ (\text{cm})$ 이다.
그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는
$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\ (\text{cm})$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP}$, $\overline{AQ}$ 는 $\angle DAM$ 의 삼등분선이다. 점 M 이 점 B 를 출발하여 점 C 까지 움직일 때, $\overline{AP}$ 가 이동한 각도는?



① 30°　② 60°　③ 75°　④ 80°　⑤ 95°

해설

$\angle DAC = \angle ACP$ (엇각)

$\angle APC = 90°$ 이므로 $\angle DAC = 45°$

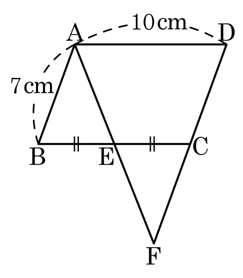
$\angle DAB = 45° \times 3 = 135°$

(점 M) = (점 B) 일 때, $\angle PAC = 45°$

(점 M) = (점 C) 일 때, $\angle CAP = \frac{1}{3} \times 45° = 15°$

점 M이 점 B에서 점 C까지 움직일 때, $\overline{AP}$ 는 $45° + 15° = 60°$ 만큼 이동한다.

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 7 cm　　② 9 cm　　③ 14 cm

④ 16 cm　　⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 7\,\text{cm}$, $\overline{BE} = \overline{CE} = 5\,\text{cm}$

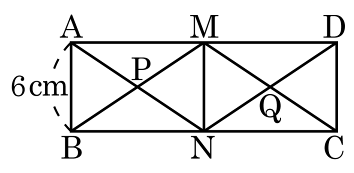
$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)

$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE$, $\overline{AB} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{FC} = 14(\,\text{cm})$

7. 다음 직사각형 ABCD에서 $\overline{AD} = 18\,\mathrm{cm}$이다. 점 M, N이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점일 때, □MPNQ의 넓이를 바르게 구한것은?



① $18\,\mathrm{cm}^2$　② $21\,\mathrm{cm}^2$　③ $24\,\mathrm{cm}^2$　④ $27\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $30\,\mathrm{cm}^2$

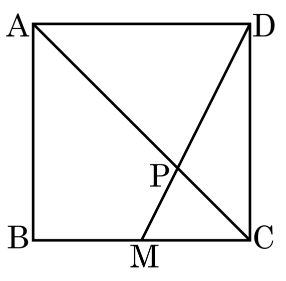
해설

$\overline{AB} = \overline{AM}$이므로

$\triangle MPN = \frac{1}{4}\square ABNM$

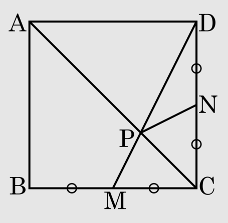
$$\begin{aligned}\square MPNQ &= \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4} \times 18 \times 6 \\ &= 27\,(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

8. 다음 그림의 정사각형 ABCD에서 점 M은 B, C의 중점이다. $\triangle PMC = 24\,cm^2$일 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



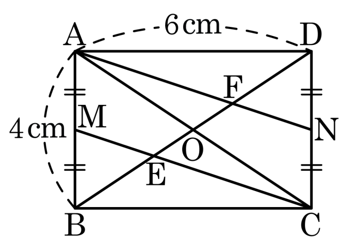
① $72\,cm^2$ ② $144\,cm^2$ ③ $216\,cm^2$
④ $288\,cm^2$ ⑤ $352\,cm^2$

해설



$\overline{CD}$의 중점 N을 잡으면
$\triangle PMC \equiv \triangle PNC$ (SAS 합동)
$\triangle PCN = \triangle PND = \triangle PMC = 24\,cm^2$
$\therefore$ □ABCD $= 4\triangle DMC$
$= 4 \times 24 \times 3$
$= 288\,(cm^2)$

9. 다음 그림에서 점 M, N은 직사각형 ABCD의 두 변 AB, CD의 중점이다. □AMEF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

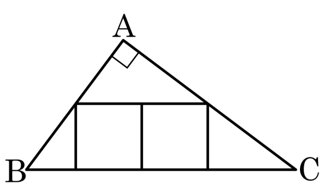
▷ 정답 : $6\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (ASA 합동)이므로

$$\square AMEF = \triangle AMC = \frac{1}{2}\triangle ABC$$
$$= \frac{1}{4}\square ABCD$$
$$= \frac{1}{4} \times 6 \times 4 = 6\ (\text{cm}^2)$$

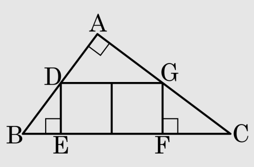
10. 다음 그림에서 크기가 같은 정사각형 2 개가 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 안에 내접하고 있다. $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{AC} = 12$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{180}{49}$

해설



정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면 $\overline{DE} = \overline{GF} = x$, $\overline{DG} = \overline{EF} = 2x$

$\triangle DBE$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle A = \angle BED = 90°$, $\angle B$ 가 공통이므로

$\triangle DBE \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)

$\overline{DB} : \overline{CB} = \overline{BE} : \overline{BA} = \overline{DE} : \overline{CA}$ 를 이용하여 $\overline{BE}$ 를 구하면

$\overline{BE} : 9 = x : 12$

$\therefore\ \overline{BE} = \frac{3}{4}x$

$\triangle GFC$ 와 $\triangle BAC$ 에서 $\angle A = \angle GFC = 90°$, $\angle C$ 가 공통이므로

$\triangle GFC \backsim \triangle BAC$ (AA 닮음)

$\overline{GF} : \overline{BA} = \overline{FC} : \overline{AC} = \overline{GC} : \overline{BC}$ 를 이용하여 $\overline{FC}$ 를 구하면

$x : 9 = \overline{FC} : 12$

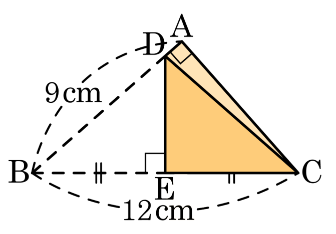
$\therefore\ \overline{FC} = \frac{4}{3}x$

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EF} + \overline{FC} = 15$

$\frac{3}{4}x + 2x + \frac{4}{3}x = 15$

$\therefore\ x = \frac{180}{49}$

11. 다음 그림에서 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 를 선분 DE 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 B 와 C 를 일치하게 접었을 때, $\overline{AD}$ 의 값은?

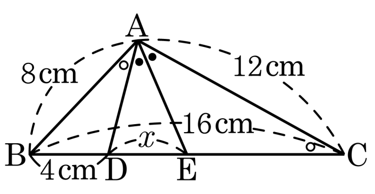


① $\frac{4}{5}$cm ② 1cm ③ $\frac{6}{5}$cm ④ $\frac{4}{3}$cm ⑤ $\frac{3}{2}$cm

해설

$\angle B$ 는 공통, $\angle BED = \angle BAC$ 이므로
$\triangle BED \backsim \triangle BAC$ (AA 닮음)
$\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{BD} : \overline{BC}$
$6 : 9 = \overline{BD} : 12$
$\overline{BD} = 8$ (cm)
$\overline{BE} = 9 - 8 = 1$ (cm)

12. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle DAB = \angle ACB$, $\angle DAE = \angle CAE$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



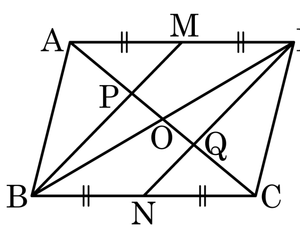
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\angle B$ 는 공통, $\angle BAD = \angle BCA$ $\therefore \triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)
닮음비로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CA}$ 에서 $8 : 16 = \overline{AD} : 12$
$\therefore \overline{AD} = 6(\text{cm})$
$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle CAD$ 의 이등분선이므로 $6 : 12 = x : (12 - x)$
$\therefore x = 4(\text{cm})$

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AM} = \overline{DM}$, $\overline{BN} = \overline{CN}$ 이고, $\overline{AC} = 15cm$ 일 때, 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① 점 P 는 $\triangle ABD$ 의 무게중심이다.

② $\overline{CO}$ 는 $\triangle CBD$ 의 중선이다.

③ $\overline{PQ} = 5cm$

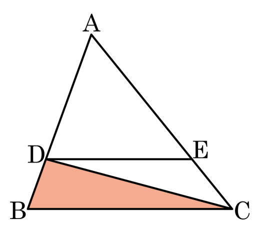
④ $\triangle CQN : \square ABCD = 1 : 16$

⑤ $3\overline{OQ} = \overline{OA}$

해설

④ $\triangle CQN : \square ABCD = 1 : 12$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD}$: $\overline{DB}$ =5 : 2이다. $\triangle ADE$ 의 넓이가 $25\,cm^2$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?



① $10\,cm^2$ ② $11\,cm^2$ ③ $12\,cm^2$

④ $13\,cm^2$ ⑤ $14\,cm^2$

해설

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$

(넓이의 비) $= 5^2 : 7^2$

$25 : \triangle ABC = 25 : 49$

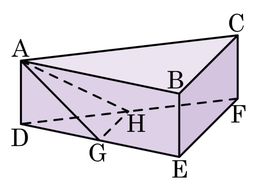
$\triangle ABC = 49(\,cm^2)$

$\square DBCE = \dfrac{24}{49}\triangle ABC = \dfrac{24}{49} \times 49 = 24(\,cm^2)$

$\triangle CED : \triangle DBC = 5 : 7$ 이므로

$\therefore\ \triangle DBC = \dfrac{7}{12}\square DBCE = \dfrac{7}{12} \times 24 = 14(\,cm^2)$

15. 다음 삼각기둥에서 점 G, H 는 각각 $\overline{\mathrm{DE}}$, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 중점이다. 삼각기둥의 부피가 $72\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 삼각뿔 A – DGH 의 부피는?



① $5\,\mathrm{cm}^3$ ② $6\,\mathrm{cm}^3$ ③ $7\,\mathrm{cm}^3$ ④ $8\,\mathrm{cm}^3$ ⑤ $9\,\mathrm{cm}^3$

해설

(삼각뿔 A – DGH 의 부피)

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \triangle\mathrm{DEF} \times \overline{\mathrm{AD}} = \frac{1}{12} \times (\text{삼각기둥의 부피}) = \frac{1}{12} \times 72 =$

$6\ (\mathrm{cm}^3)$