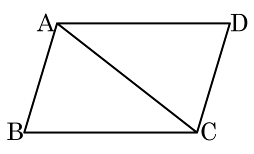
1. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 빈 칸에 들어갈 것 중 옳지 않은 것은?



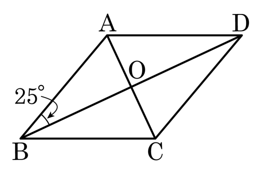
> 대각선 AC 를 그어보면 대각선 AC 는 삼각형 ADC 와 삼각형 CBA 의 공통부분이 된다.
> $\overline{AB} = ($ ① $)$ 이고, $\overline{AD} = ($ ② $)$ 이므로
> $\triangle ADC \equiv \triangle CBA$ (③ 합동)
> $\angle BAC = \angle DCA$, $\angle DAC = \angle BCA$(④)
> 따라서 두 쌍의 대변이 각각 (⑤)하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

① $\overline{CD}$
② $\overline{CB}$
③ SSS
④ $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$
⑤ 평행

해설

④ $\overline{AB} // \overline{DC}, \overline{AD} // \overline{BC}$

2. 다음 그림의 마름모 ABCD 에서 $\angle ABD = 25°$ 일 때, $\angle DAC$ 의 크기는?

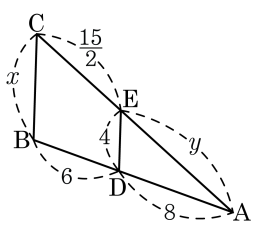


① 45° ② 50° ③ 55°
④ 60° ⑤ 65°

해설

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직 이등분하므로 $\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ 이고
$\angle ABO = \angle ADO = 25°$ 이다.
수직 이등분하므로 $\angle AOD = 90°$ 이므로 $\angle DAC$ 의 크기는 $25° + 90° + \angle DAC = 180°$ 이다.
따라서 $\angle DAC = 65°$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, x 와 y 의 값을 구하면?

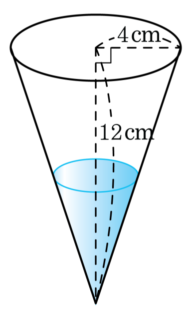


① $x = 7, y = 9$　② $x = 7, y = 10$
③ $x = 7, y = 12$　④ $x = 8, y = 10$
⑤ $x = 8, y = 14$

해설

$8 : (8 + 6) = 4 : x$
$8x = 56, x = 7$
$8 : 6 = y : \frac{15}{2}$
$6y = 60, y = 10$

4. 다음 그림과 같은 원뿔모양의 그릇에 물을 부어서 높이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 채웠다고 할 때, 수면의 넓이를 알맞게 구한 것은?



① πcm^2 ② $4\pi \text{cm}^2$ ③ $6\pi \text{cm}^2$

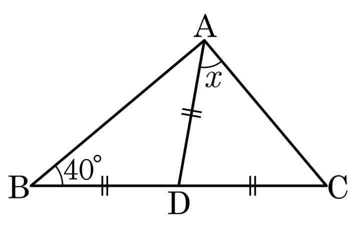
④ $8\pi \text{cm}^2$ ⑤ $10\pi \text{cm}^2$

해설

닮음비가 1 : 2 이므로 넓이의 비는 1 : 4 이다.

따라서 수면의 넓이는 $\frac{1}{4} \times 16\pi = 4\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CD}}$ 이고 $\mathrm{B} = 40°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

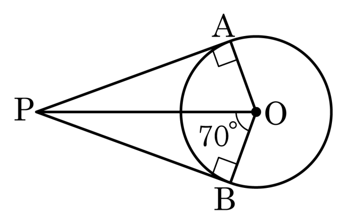
해설

$\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{BAD} = 40°$ 이므로

$\angle \mathrm{ADC} = 40° + 40° = 80°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}(180° - 80°) = 50°$

6. 다음 그림에서 $\angle APB$ 의 크기는 ?



① $20°$ ② $40°$ ③ $80°$ ④ $90°$ ⑤ $140°$

해설

$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHA 합동) 이므로
$\angle POA = 70°$
$\therefore \angle APB = 40°$

7. 다음 조건 중에서 사각형 ABCD 는 평행 사변형이 될 수 없는 것은?

① $\overline{AD}//\overline{BC}, \overline{AB}=\overline{DC}$

② $\angle A=\angle C, \angle B=\angle D$

③ $\angle B+\angle C=180°, \angle A+\angle B=180°$

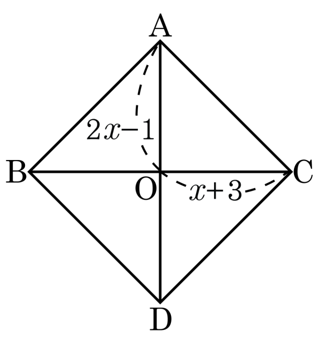
④ $\overline{AO}=\overline{CO}, \overline{BO}=\overline{DO}$(점 O는 대각선의 교점이다.

⑤ $\overline{AD}//\overline{BC}, \overline{AB}//\overline{DC}$

해설

① 반례는 등변사다리꼴이 있다.

8. 다음 그림과 같은 마름모ABCD 가 정사각형이 될 때, x 의 값으로 알맞은 것은?



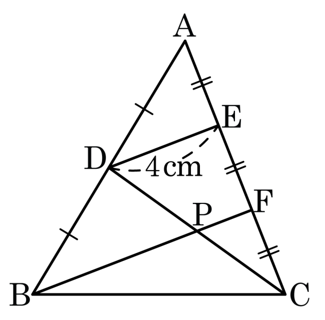
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

정사각형은 두 대각선의 길이가 같다.

$2x-1=x+3 \quad \therefore \ x=4$

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 점 D 는 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 E, F 는 $\overline{AC}$ 를 삼등분하는 점이다. 점 P 가 $\overline{BF}$, $\overline{CD}$ 의 교점이고, $\overline{DE} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?

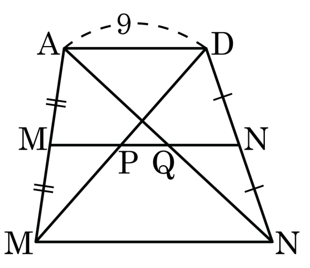


① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\triangle ABF$ 에서 $\overline{BF} = 2\overline{DE} = 2 \times 4 = 8\,(\text{cm})$
$\triangle CDE$ 에서 $\overline{DE} = 2\overline{PF}$ $\therefore$ $\overline{PF} = 2\,(\text{cm})$ $\therefore$ $\overline{BP} = \overline{BF} - \overline{PF} = 8 - 2 = 6\,(\text{cm})$ 이다.

10. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{AD} = 9\,\text{cm}$, $\overline{MP} : \overline{PQ} = 3 : 2$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 11cm　② 12cm　③ 13cm　④ 14cm　⑤ 15cm

해설

$\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로 $\overline{AD} /\!/ \overline{MN} /\!/ \overline{BC}$

$\triangle$ABD 에서 $\overline{MP} = \dfrac{1}{2}\overline{AD} = \dfrac{9}{2}\,(\text{cm})$

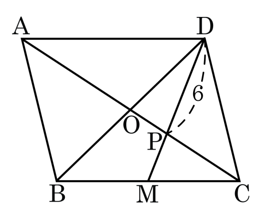
$\overline{MP} : \overline{PQ} = 3 : 2$ 이므로

$\overline{PQ} = \dfrac{2}{3}\overline{MP} = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{9}{2} = 3\,(\text{cm})$

$\triangle$ABC 에서

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= 2\overline{MQ} = 2\left(\overline{MP} + \overline{PQ}\right) \\ &= 2 \times \left(\frac{9}{2} + 3\right) = 15\,(\text{cm})\end{aligned}$$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점M 은 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점이다. $\overline{\mathrm{DP}} = 6$ 일 때, $\overline{\mathrm{DM}}$ 의 길이를 구하면?



① 3 ② 6 ③ 9

④ 12 ⑤ 15

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}, \overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{DO}}$

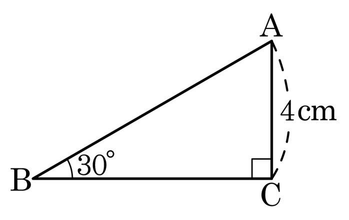
$\triangle$DBC 에서 $\overline{\mathrm{CO}}, \overline{\mathrm{DM}}$ 은 중선이므로 점 P 는 무게중심이다.

$\therefore \overline{\mathrm{DP}} : \overline{\mathrm{PM}} = 2 : 1$,

$\overline{\mathrm{DP}} : \overline{\mathrm{PM}} = 6 : 3 = 2 : 1$,

그러므로 $\overline{\mathrm{DM}} = 9$

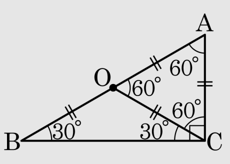
12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형이다. $\overline{AC} = 4cm$, $\angle B = 30°$일 때, $\overline{AB}$의 길이는?



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외심을 $\overline{AB}$의 중점 O라 하면

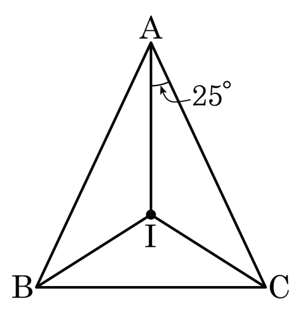


$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$이므로

$\angle AOC = \angle OCA = \angle A = 60°$

$\therefore \ \overline{AB} = \overline{AO} + \overline{BO} = 8(cm)$

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle CAI = 25°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?

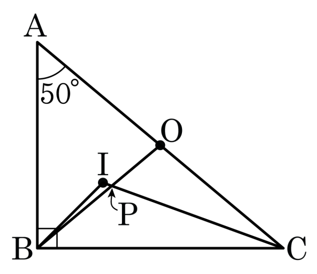


① $105°$ ② $110°$ ③ $115°$ ④ $120°$ ⑤ $125°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle CAI = 25°$ 이면 $\angle BAI = 25°$이다.
$\angle A = \angle BAC = 50°$
$\therefore\ \angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times 50° = 115°$

14. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심, 외심이다. $\overline{CI}$ 와 $\overline{BO}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle IPB$ 의 크기는 얼마인가?



① 56° ② 57° ③ 58° ④ 59° ⑤ 60°

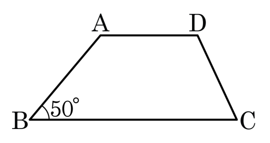
해설

$\angle ACB = 90° - 50° = 40°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 20°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 40°$,$\triangle PBC$ 에서 $\angle BPC = 180° - (40° + 20°) = 120°$ 이다.

따라서 $\angle IPB = 180° - \angle BPC = 180° - 120° = 60°$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AD}$ 일 때, $\angle D$ 의 크기를 구하면?

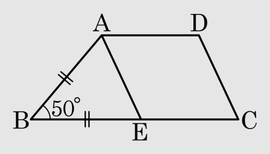


① 110° ② 115° ③ 120°

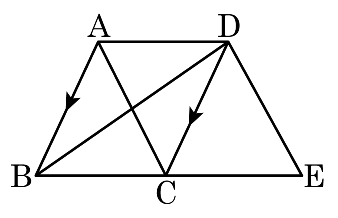
④ 125° ⑤ 130°

해설

$\overline{AB} = \overline{BE}$ 인 점 E 를 $\overline{BC}$ 위에 잡으면
□AECD 는 평행사변형이다.
$\angle BEA = (180° - 50°) \div 2 = 65°$
$\angle D = \angle AEC = 180° - 65° = 115°$



16. 다음 그림에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ 이고, $\triangle ABC = 16cm^2$, $\triangle DBE = 34cm^2$ 일 때, $\square ABED$ 의 넓이는?

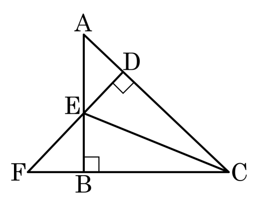


① $30cm^2$ ② $35cm^2$ ③ $40cm^2$
④ $45cm^2$ ⑤ $50cm^2$

해설

$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ABC = \triangle ABD = 16(cm^2)$
$\therefore \square ABED = \triangle ABD + \triangle DBE$
$= 16 + 34 = 50(cm^2)$

17. 다음 그림에서 서로 닮음인 삼각형이 잘못 짝지어진 것은?



① $\triangle FDC \backsim \triangle ABC$

② $\triangle ADE \backsim \triangle FBE$

③ $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$

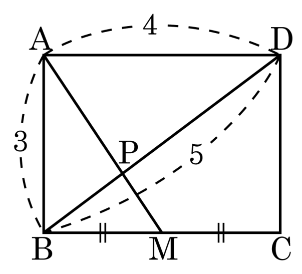
④ $\triangle EBC \backsim \triangle EDC$

⑤ $\triangle FDC \backsim \triangle ADE$

해설

① $\triangle ABC$ 와 $\triangle FDC$ 에서 $\angle C$ 는 공통, $\angle ABC = \angle FDC = 90°$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FDC$ (AA 닮음)
② $\triangle ADE$ 와 $\triangle FBE$ 에서 $\angle DAE = \angle BFE$, $\angle EDA = \angle EBF = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)
③ $\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle EDA = \angle CBA = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
②와 ③ 에 의해 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC \backsim \triangle FBE$ $\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FBE$
⑤ ①, ③에 의해 $\therefore \triangle FDC \backsim \triangle ADE$

18. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BD} = 5$, $\overline{AD} = 4$ 이다. $\overline{BC}$ 의 중점을 M, $\overline{AM}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 P 라고 할 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?

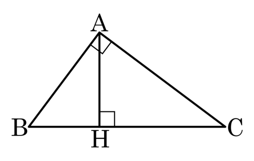


① $\frac{1}{3}$　② $\frac{2}{3}$　③ 1　④ $\frac{4}{3}$　⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$\triangle$BPM 과 $\triangle$DPA 에서
$\angle$BMP $= \angle$DAP ($\because$ 엇각)
$\angle$BPM $= \angle$DPA ($\because$ 맞꼭지각)
$\therefore$ $\triangle$BPM $\backsim \triangle$DPA (AA 닮음)
$\overline{BP} : \overline{DP} = \overline{BM} : \overline{DA}$ 이므로
$\overline{BP} : \overline{DP} = 2 : 4 = 1 : 2$
$\therefore$ $\overline{BP} = \frac{1}{3}\overline{BD} = \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3}$

19. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 위에 수선의 발을 내린 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ ② $\triangle HAC \backsim \triangle HBA$

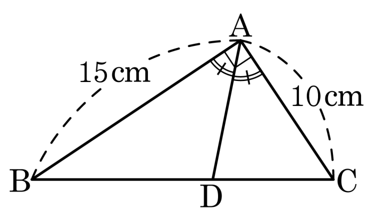
③ $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$ ④ $\overline{AC}^2 = \overline{CH} \cdot \overline{CB}$

⑤ $\overline{AH}^2 = \overline{HB} \cdot \overline{BC}$

해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$

20. 다음 그림과 같이 $\angle BAD = \angle CAD = 45°$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① $80 cm^2$ ② $90 cm^2$ ③ $40 cm^2$

④ $45 cm^2$ ⑤ $\frac{75}{2} cm^2$

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\triangle ABC = 15 \times 10 \times \frac{1}{2} = 75(cm^2)$ 이다.

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 이므로

$\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$

$\therefore \triangle ABD = \frac{3}{5} \triangle ABC = \frac{3}{5} \times 75 = 45(cm^2)$