

1. 두 수 $2p+1$ 과 $2p+5$ 의 등차중항이 p^2 일 때, 양수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2p+1$, p^2 , $2p+5$ 가 등차수열을 이루므로 $p^2 = \frac{(2p+1)+(2p+5)}{2}$

$$2p^2 = 4p + 6, p^2 - 2p - 3 = 0$$

$$(p+1)(p-3) = 0$$

따라서 $p = -1$ 또는 $p = 3$

이때, p 는 양수이므로 $p = 3$

2. 다음 표에 적당한 수를 넣어 각 행과 각 열이 각각 등차수열을 이루도록 할 때, 12개의 빈 칸에 들어갈 수들의 총합을 구하여라.

1			7
10			34

▶ 답 :

▷ 정답 : 156

해설

다음 표와 같이 빈 칸에 문자를 대응시키자.

1	a	b	7
c	d	e	f
g	h	i	j
10	k	l	34

각 행과 열이 각각 등차수열을 이루므로

$$a + b = 1 + 7 = 8$$

$$k + l = 10 + 34 = 44$$

$$c + g = 1 + 10 = 11$$

$$f + j = 7 + 34 = 41$$

$$\text{또, } (d + e) + (h + i) = (c + f) + (g + j)$$

$$= (c + g) + (f + j) = 11 + 41 = 52$$

이므로 구하는 총합은

$$8 + 44 + 11 + 41 + 52 = 156$$

3. 첫째항이 35인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 10항까지의 합과 제 11항의 값이 같을 때, 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -55

해설

$$S_{10} = a_{11}$$

$$S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2}$$

$$a_{11} = a + 10d$$

$$\frac{10(2a + 9d)}{2} = 10a + 45d$$

$$10a + 45d = a + 10d$$

$$9a = -35d$$

$$a = 35 \div 9 \text{ } \therefore \text{ } d = -9$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2}$$

$$= \frac{10(70 - 81)}{2}$$

$$= \frac{-110}{2} = -55$$

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 28$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{25}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 175

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 4a + 48d = 28$

$$a = 7 - 12d$$

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{25}$$

$$= \frac{25\{2(7 - 12d) + (25 - 1)d\}}{2} = 175$$

5. 첫째항이 $-\frac{5}{2}$ 이고, 공차가 $\frac{1}{3}$ 인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 최소가 되게 하는 n 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

첫째항이 $-\frac{5}{2}$ 이고, 공차가 $\frac{1}{3}$ 인 등차수열의 일반항을 a_n 이라

$$\text{하면 } a_n = -\frac{5}{2} + (n+1) \cdot \frac{1}{3} = \frac{n}{3} - \frac{17}{6}$$

이때, S_n 이 최소가 되려면 음수인 항만 더하면 되므로

$$\frac{n}{3} - \frac{17}{6} < 0 \quad \therefore n < \frac{17}{2} = 8.5$$

따라서 S_n 이 최소가 되게 하는 n 의 값은 8이다.

6. 10행 10열로 이루어진 표에 다음 그림과 같이 1, 3, 4, 6이 쓰여 있다. 이 표의 나머지 칸에는 모든 행과 모든 열이 각각 등차수열을 이루도록 숫자가 쓰인다고 할 때, 이 표에 있는 모든 숫자의 합은?

	제1열	제2열	...	제10열
제1행	1	3		
제2행	4	6		
⋮				
제10행				

- ① 2200 ② 2250 ③ 2300 ④ 2350 ⑤ 2400

해설

제 n 행의 수열의 합을 S_n 이라 하면
제1행은 첫째항이 1, 공차가 2인 등차수열이므로
$$S_1 = \frac{10(2 \cdot 1 + 9 \cdot 2)}{2} = 100$$

따라서 수열 $\{S_n\}$ 은 첫째항이 100, 공차가 $3 \cdot 10 = 30$ 인 등차수열이므로
$$S_1 + S_2 + \cdots + S_{10} = \frac{10(2 \cdot 100 + 9 \cdot 30)}{2} = 2350$$

7. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5a_7 = 6$ 일 때, $a_2a_4a_6a_8a_{10}$ 의 값은?

① $\pm 6\sqrt{6}$

② $\pm 18\sqrt{6}$

③ $\pm 36\sqrt{6}$

④ $\pm 8\sqrt{6}$

⑤ ± 243

해설

수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이므로 a_2, a_6, a_{10} 과 a_4, a_6, a_8 그리고 a_5, a_6, a_7 은 모두 등비수열을 이룬다.

따라서 a_6 은 a_2 와 a_{10} , a_4 와 a_8 , a_5 와 a_7 의 등비중항이므로

$$\begin{aligned} a_2a_4a_6a_8a_{10} &= (a_2a_{10})(a_4a_8)a_6 \\ &= a_6^2 \cdot a_6^2 \cdot a_6 \\ &= a_6^5 \end{aligned}$$

이때, $a_5a_7 = a_6^2 = 6$ 이므로 $a_6 = \pm\sqrt{6}$

$$\therefore a_6^5 = \pm 36\sqrt{6}$$

8. 세 수 a , 8, b 가 이 순서대로 등비수열을 이루고 $a + b = 17$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 161

해설

세 수 a , 8, b 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로 $ab = 8^2 = 64$

또, 조건에서 $a + b = 17$ 이므로

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 17^2 - 2 \cdot 64 = 161$$

9. 첫째항이 1이고, 공비가 2인 등비수열에서 처음으로 2000보다 크게 되는 항은 몇 번째 항인가?

① 11항 ② 12항 ③ 13항 ④ 14항 ⑤ 15항

해설

$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1} > 2000$ 인 자연수의

최솟값을 구하면 된다.

그런데 $2^{10} = 1024$ 이므로

$$2^{11} = 2048$$

$$\therefore 2^{n-1} \geq 2^{11}$$

$$n-1 \geq 11$$

$$n \geq 12$$

10. $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 2n$ 일 때, $\sum_{k=1}^3 (a_k + 1)^2 - \sum_{k=1}^3 (a_k - 1)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^3 (a_k + 1)^2 - \sum_{k=1}^3 (a_k - 1)^2 \\ &= \sum_{k=1}^3 (a_k + 2a_k + 1) - \sum_{k=1}^3 (a_k^2 - 2a_k + 1) \\ &= 4 \sum_{k=1}^3 a_k = 4(3^2 + 2 \times 3) = 60 \end{aligned}$$

11. $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + 20 \cdot 21$ 의 값은?

- ① 2200 ② 2640 ③ 2860 ④ 3020 ⑤ 3080

해설

$$\begin{aligned} 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + 20 \cdot 21 &= \sum_{k=1}^{20} k(k+1) \\ &= \sum_{k=1}^{20} k^2 + \sum_{k=1}^{20} k = \frac{20 \cdot 21 \cdot 41}{6} + \frac{20 \cdot 21}{2} \\ &= 2870 + 210 = 3080 \end{aligned}$$

12. $\sum_{k=1}^{15} \log_2 \left(1 + \frac{1}{k}\right)$ 의 값은?

① $\log_2 3$

② $\log_2 15$

③ $\log_2 30$

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{15} \log_2 \left(1 + \frac{1}{k}\right) &= \sum_{k=1}^{15} \log_2 \frac{k+1}{k} \\&= \sum_{k=1}^{15} \{\log_2(k+1) - \log_2 k\} \\&= (\log_2 2 - \log_2 1) + (\log_2 3 - \log_2 2) + \cdots \\&\quad + (\log_2 16 - \log_2 15) \\&= \log_2 16 - \log_2 1 = \log_2 2^4 = 4\end{aligned}$$

13. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 ka_k$ 의 값은?

- ① 110 ② 125 ③ 145 ④ 160 ⑤ 180

해설

$S_n = n^2 + 2n$ 이므로
 $n \geq 2$ 일 때,
 $a_n = S_n - S_{n-1}$
 $= (n^2 + 2n) - \{(n-1)^2 + 2(n-1)\}$
 $= 2n + 1 (n = 2, 3, 4, \dots)$
 $n = 1$ 일 때,
 $a_1 = S_1 = 1^2 + 2 \cdot 1 = 3$
따라서
 $a_n = 2n + 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 이므로
 $\sum_{k=1}^5 ka_k = \sum_{k=1}^5 k(2k + 1)$
 $= \sum_{k=1}^5 (2k^2 + k) = 2 \sum_{k=1}^5 k^2 + \sum_{k=1}^5 k$
 $= 2 \cdot \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} + \frac{5 \cdot 6}{2} = 125$

14. $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ 의 값은?

① $\frac{n}{2n-1}$

② $\frac{2n}{2n-1}$

③ $\frac{n}{2n+1}$

④ $\frac{2n}{2n+1}$

⑤ $\frac{n}{2n+3}$

해설

$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(2k-1)(2k+1)} \right)$ 임을 이용한다.

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(2k-1)(2k+1)} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \right\}$$

$$+ \cdots + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right)$$

$$= \frac{n}{2n+1}$$

15. 수열 1, 2, 5, 10, 17, 26, ... 의 제 20항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 362

해설

1, 2, 5, 10, 17, 26

$\vee$ $\vee$ $\vee$ $\vee$ $\vee$
 1 3 5 7 9

$$\begin{aligned} a_n &= 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k-1) \\ &= 1 + 2 \cdot \frac{(n-1)n}{2} - (n-1) \\ &= 1 + n^2 - n - n + 1 \end{aligned}$$

$$a_n = n^2 - 2n + 2$$

$$\therefore a_{20} = 400 - 40 + 2 = 362$$

16. 다음 군수열에서 47은 몇 군의 몇째 항인가?

제1군	제2군	제3군	제4군
(1),	(2, 3),	(4, 5, 6),	(7, 8, 9, 10),...

- ① 제9군의 9항 ② 제10군의 2항 ③ 제10군의 3항
- ④ 제11군의 2항 ⑤ 제11군의 3항

해설

각 군의 첫째항으로 만들어지는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 $\{a_n\} : 1, 2, 4, 7, 11, \dots$
수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 하면
 $\{b_n\} : 1, 2, 3, 4, \dots$
 $b_n = n$ 이므로 제 n 군의 첫째항 a_n 은
$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} k = 1 + \frac{n(n-1)}{2}$$

$$a_{10} = 1 + \frac{10 \cdot 9}{2} = 46$$

따라서, 47은 제 10군의 2항이다.

17. $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 2 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 제 10항은?

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$a_{n+1} - a_n = 2$ 의 양변에
 $n = 1, 2, 3, \dots, (n - 1)$ 을 대입하여 변끼리 더하면

$a_2 - a_1 = 2$
 $a_3 - a_2 = 2$
 $a_4 - a_3 = 2$
 $\vdots$
 $+) a_n - a_{n-1} = 2$
 $a_n - a_1 = 2(n - 1)$
 $\therefore a_n = a_1 + 2(n - 1) = 2n + 1$
 $\therefore a_{10} = 2 \cdot 10 + 1 = 21$

해설

첫째항이 3, 공차가 2인 등차
수열이므로 $a_n = 2n + 1$
 $\therefore a_{10} = 2 \times 10 + 1 = 21$

18. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2} (n = 1, 2, 3, \dots)$ 를 만족할 때, $S_5 = a_1 + a_2 + \dots + a_5$ 의 값은?

① 31 ② 63 ③ 127 ④ 255 ⑤ 511

해설

$a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$ 에서 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, $\frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{1} = 2$

이므로 1 이고, 공비는 2이다.

$$\therefore S_5 = \frac{1 \cdot (2^5 - 1)}{2 - 1} = 31$$

19. $a_1 = 0$, $a_{n+1} = -a_n + 2$ 와 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하면?(단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

① $1 + (-1)^n$

② $2 + (-1)^n$

③ $3 + (-1)^n$

④ $4 + (-1)^n$

⑤ $5 + (-1)^n$

해설

$$a_{n+1} = -a_n + 2 \text{에서}$$

$$a_{n+1} - 1 = -(a_n - 1)$$

이때, 수열 $\{a_n - 1\}$ 은 첫째항이 $a_1 - 1$, 공비가 -1 인 등비수열이므로

$$a_n - 1 = (a_1 - 1) \cdot (-1)^{n-1} = (-1)^n$$

$$\therefore a_n = 1 + (-1)^n$$

20. $a_1 = 3, a_2 = \frac{3}{7}, \frac{2}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+2}} (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n < \frac{1}{50}$ 을 만족하는 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

$\frac{2}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+2}}$ 이므로 수열 $\frac{1}{a_n}$ 은 등차수열을 이룬다. 등차

수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 의 공차를 d 라 하면 $d = \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{7}{3} - \frac{1}{3} = 2$

따라서 수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 의 일반항 $\frac{1}{a_n}$ 은

$$\frac{1}{a_n} = \frac{1}{3} + (n-1) \cdot 2 = \frac{6n-5}{3}$$

$$\therefore a_n = \frac{3}{6n-5}$$

$$\frac{3}{6n-5} < \frac{1}{50} \text{에서 } n \geq 25, \dots$$

따라서 구하는 자연수 n 의 최솟값은 26이다.

21. 다음 명제 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① -1 의 세제곱근 중 허수는 한 개뿐이다.
- ② $-\sqrt{3}$ 의 세제곱근 중 실수는 $-\sqrt[3]{3}$ 이다.
- ③ $\sqrt{2}$ 의 네제곱근 중 실수는 $-\sqrt[4]{2}$ 와 $\sqrt[4]{2}$ 뿐이다.
- ④ -10 의 n 제곱근(n 은 홀수) 중 실수인 것은 한 개뿐이다.
- ⑤ $(\sqrt[3]{-3})^9 = -\sqrt[3]{3}$

해설

- ① -1 의 세제곱근 중 실수 1개와 허수2개가 있다. (거짓)
- ② $-\sqrt{3}$ 의 세제곱근 중 실수는 $-\sqrt[3]{\sqrt{3}}$ 이다. (거짓)
- ③ n 이 홀수일 때, -10 의 n 제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[n]{-10}$, 즉 한개이다. (참)
- ⑤ $(\sqrt[3]{-3})^9 = \{(\sqrt[3]{-3})^3\}^3 = (-3)^3 = -27$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

22. $x - y = 2$, $2^x + 2^{-y} = 5$ 일 때, $8^x + 8^{-y}$ 의 값은?

① 61

② 62

③ 63

④ 64

⑤ 65

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진식}) &= 2^{3x} + 2^{-3y} \\ &= (2^x + 2^{-y})^3 - 3 \cdot 2^x 2^{-y} (2^x + 2^{-y}) \\ &= 5^3 - 3 \cdot 4 \cdot 5 = 65\end{aligned}$$

23. $11^x = 25$, $275^y = 125$ 일 때, $\frac{2}{x} - \frac{3}{y}$ 의 값은?

- ㉠ -2 ㉡ -1 ㉢ 0 ㉣ 1 ㉤ 2

해설

$$(11^x)^{\frac{1}{x}} = (25)^{\frac{1}{x}} \text{에서 } 5^{\frac{2}{x}} = 11$$

$$(275^y)^{\frac{1}{y}} = (5^3)^{\frac{1}{y}} \text{에서 } 5^{\frac{3}{y}} = 275 \text{이므로}$$

$$5^{\frac{2}{x}} \div 5^{\frac{3}{y}} = 11 \div 275 = \frac{1}{25}$$

$$5^{\frac{2}{x} - \frac{3}{y}} = 5^{-2}, \quad \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -2$$

24. 지진이 발생할 때, 지진의 세기를 진도라 하며 보통 리히터수로 나타낸다. 지질학자 C.F.Richer는 강도가 I 인 지진의 진도 R 을 다음과 같이 정의하였다.

$$R = \log \frac{I}{I_0} \text{ (단, } I_0 \text{는 표준지진의 강도)}$$

리히터수로 진도 6.8인 지진의 강도는 리히터 수로 진도 4.8인 지진의 강도의 몇배인가?

- ① 1.4배 ② 2배 ③ $\sqrt{10}$ 배
④ 10배 ⑤ 100배

해설

진도가 4.8, 6.8일 때의 지진의 강도를 각각 I_1 , I_2 라 하면

$$4.8 = \log \frac{I_1}{I_0}, \quad 6.8 = \log \frac{I_2}{I_0} \text{ 이므로}$$

$$\therefore \log \frac{I_2}{I_1} = \frac{10^{6.8}}{10^{4.8}} = 100(\text{배})$$

25. $\log_5 250 = n + \alpha$ (n 은 정수, $0 \leq \alpha < 1$) 라고 할 때, $n \times 25^\alpha$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$125 < 250 < 625$ 이므로

$\log_5 5^3 < \log_5 250 < \log_5 5^4$

$\log_5 250$ 의 정수부분은 $n = 3$ 이고

소수부분은 $\alpha = \log_5 250 - \log_5 125 = \log_5 \frac{250}{125} = \log_5 2$

따라서 $25^\alpha = 25^{\log_5 2} = 4$ 이므로 25^α 의 값과 정수부분 n 의 곱은 $3 \times 4 = 12$ 이다.

26. 1보다 큰 정수 a, b, c 에 대하여 $p = a^{12} = b^4 = (abc)^2$ 일 때, $\log_c p$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

주어진 식에서 $\log_p a = \frac{1}{12}$, $\log_p b = \frac{1}{4}$, $\log_p abc = \frac{1}{2}$

$\log_c p = x$ 라 하면 $\log_p c = \frac{1}{x}$ 이고,

$\log_p abc = \log_p a + \log_p b + \log_p c$ 이므로

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{x}, \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} - \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore x = 6$$

$$\therefore \log_c p = 6$$

27. 이차방정식 $2x^2 - 8x + 1 = 0$ 의 두 근이 $\log_2 \alpha, \log_2 \beta$ 일 때, $\log_\alpha 2 + \log_\beta 2 + \log_{\alpha\beta} 2$ 의 값은?

- ① $\frac{19}{4}$ ② $\frac{23}{4}$ ③ $\frac{27}{4}$ ④ $\frac{33}{4}$ ⑤ $\frac{35}{4}$

해설

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_2 \alpha + \log_2 \beta = 4$, $\log_2 \alpha \cdot \log_2 \beta = \frac{1}{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}\log_\alpha 2 + \log_\beta 2 &= \frac{1}{\log_2 \alpha} + \frac{1}{\log_2 \beta} \\ &= \frac{\log_2 \alpha + \log_2 \beta}{\log_2 \alpha \cdot \log_2 \beta} \\ &= \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8\end{aligned}$$

$\log_2 \alpha\beta = 4$ 이므로 $\alpha\beta = 2^4$

$$\therefore \log_{\alpha\beta} 2 = \log_{2^4} 2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \log_\alpha 2 + \log_\beta 2 + \log_{\alpha\beta} 2 = 8 + \frac{1}{4} = \frac{33}{4}$$

28. 5^{40} 을 $a \times 10^n$ ($1 < a < 10, n$ 은 정수)의 꼴로 나타낼 때, $\log a$ 의 소수 부분을 다음 상용로그표를 이용하여 구한것은?

수	0	1	2	3
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284
2.2	0.3234	0.3444	0.3464	0.3483
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674
2.4	0.3802	0.3820	0.3888	0.3856

- ① 0.064 ② 0.18 ③ 0.408 ④ 0.84 ⑤ 0.96

해설

$5^{40} = a \times 10^n$ 에서 양변에 상용로그를 취하면
 $\log 5^{40} = \log(a \times 10^{40}) = n + \log a \cdots \textcircled{1}$
 $1 < a < 10$ 이므로 $0 < \log a < 1$ 이다.
 $\log 5^{40} = 40 \log 5 = 40 \times (1 - \log 2)$
 $= 40 \times 0.6990$
 $= 27.96$

이므로 $\textcircled{1}$ 에서 $n = 27, \log a = 0.96$
따라서 $\log a$ 의 소수 부분은 0.96이다.

29. 두 양수 $A, \frac{1}{A}$ 의 상용로그에서 정수 부분의 합은 a 이고, 소수 부분의 합은 b 이다. 이때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $\log A$ 의 소수 부분은 0이 아니다.)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\log A = n + \alpha$ (n 은 정수, $0 < \alpha < 1$)라 하면

$\log \frac{1}{A} = -\log A = -n - \alpha = (-n - 1) + (1 - \alpha)$ 이므로

정수 부분은 $-n - 1$, 소수 부분은 $1 - \alpha$

이때, 정수 부분의 합은 -1 , 소수 부분의 합은 1 이다.

$\therefore a^2 + b^2 = 2$

30. 7^{100} 은 85자리의 수이다. 이 때, 7^{10} 의 자릿수는?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

7^{100} 은 85자리의 수이므로 $\log 7^{100}$ 의 지표는 84이다.

$$84 \leq \log 7^{100} \leq 85, 84 \leq 100 \log 7 \leq 85$$

$$0.84 \leq \log 7 \leq 0.85$$

$$0.84 \times 10 \leq 10 \log 7 \leq 0.85 \times 10$$

$$8.4 \leq \log 7^{10} \leq 8.5$$

따라서 $\log 7^{10}$ 의 지표가 8이므로 7^{10} 은 9자리의 수이다.

31. $\log a = 0.08$ 일 때, $\left(\frac{1}{a}\right)^{20}$ 은 소수점 아래 몇 째 자리에서 처음으로 0 이 아닌 숫자가 나타나는가?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\log \left(\frac{1}{a}\right)^{20} = \log a^{-20} = -20 \log a = -20 \times 0.08$$

$$= -1.6 = -2 + 0.4 = \bar{2}.4$$

따라서 지표가 -2 이므로 소수점 아래 2 째 자리에서 처음으로 0 이 아닌 숫자가 나온다.

32. 다음 <보기> 중 $\log A$ 와 소수 부분이 항상 같은 것으로 묶어 놓은 것은? (단, 로그는 상용로그)

보기

- $\textcircled{\text{㉠}}$ $10 \log A$
- $\textcircled{\text{㉡}}$ $10 - \log A$
- $\textcircled{\text{㉢}}$ $\log 10A$
- $\textcircled{\text{㉤}}$ $(\log A) - 10$
- $\textcircled{\text{㉥}}$ $\log \frac{A}{10}$

- $\textcircled{\text{1}}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$
- $\textcircled{\text{2}}$ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{\text{3}}$ $\textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉥}}$
- $\textcircled{\text{4}}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉥}}$
- $\textcircled{\text{5}}$ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉥}}$

해설

소수 부분이 같으려면
진수의 숫자의 배열이 같아야하므로
 $\textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉥}}$

33. $\sum_{k=1}^{100} [\log_3 n]$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 284

해설

(i) $n = 1, 2$ 일 때, $0 \leq \log_3 n < 1$ 이므로 $[\log_3 n] = 0$

(ii) $3 \leq n < 9$ 일 때, $1 \leq \log_3 n < 2$ 이므로 $[\log_3 n] = 1$

(iii) $9 \leq n < 27$ 일 때, $2 \leq \log_3 n < 3$ 이므로 $[\log_3 n] = 2$

(iv) $27 \leq n < 81$ 일 때, $3 \leq \log_3 n < 4$ 이므로 $[\log_3 n] = 3$

(v) $81 \leq n < 100$ 일 때, $4 \leq \log_3 n < 5$ 이므로 $[\log_3 n] = 4$

(i) ~ (v)로부터

$$\sum_{k=1}^{100} [\log_3 n] = 0 \cdot 2 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 18 + 3 \cdot 54 + 4 \cdot 20 = 284$$