1. 두 수 $2p+1$과 $2p+5$의 등차중항이 p^2일 때, 양수 p의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2p+1$, p^2, $2p+5$가 등차수열을 이루므로 $p^2 = \dfrac{(2p+1)+(2p+5)}{2}$

$2p^2 = 4p+6$, $p^2-2p-3=0$

$(p+1)(p-3)=0$

따라서 $p=-1$ 또는 $p=3$

이때, p는 양수이므로 $p=3$

2. 다음 표에 적당한 수를 넣어 각 행과 각 열이 각각 등차수열을 이루도록 할 때, 12개의 빈 칸에 들어갈 수들의 총합을 구하여라.

1			7
10			34

▶ 답 :

▷ 정답 : 156

해설

다음 표와 같이 빈 칸에 문자를 대응시키자.

1	a	b	7
c	d	e	f
g	h	i	j
10	k	l	34

각 행과 열이 각각 등차수열을 이루므로

$a+b=1+7=8$

$k+l=10+34=44$

$c+g=1+10=11$

$f+j=7+34=41$

또, $(d+e)+(h+i)=(c+f)+(g+j)$

$=(c+g)+(f+j)=11+41=52$

이므로 구하는 총합은

$8+44+11+41+52=156$

3. 첫째항이 35인 등차수열 $\{a_n\}$에서 첫째항부터 제 10항까지의 합과 제 11항의 값이 같을 때, 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -55

해설

$S_{10} = a_{11}$

$S_{10} = \dfrac{10(2a+9d)}{2}$

$a_{11} = a + 10d$

$\dfrac{10(2a+9d)}{2} = 10a + 45d$

$10a + 45d = a + 10d$

$9a = -35d$

$a = 35$이므로 $d = -9$

$\therefore S_{10} = \dfrac{10(2a+9d)}{2}$

$= \dfrac{10(70-81)}{2}$

$= \dfrac{-110}{2} = -55$

4. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 28$일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{25}$의 합을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 175

해설

첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $a_6+a_{11}+a_{15}+a_{20} = 4a+48d = 28$

$a = 7 - 12d$

$a_1 + a_2 + \cdots + a_{25}$

$$= \frac{25\left\{2(7-12d) + (25-1)d\right\}}{2} = 175$$

5. 첫째항이 $-\frac{5}{2}$이고, 공차가 $\frac{1}{3}$인 등차수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 최소가 되게 하는 n의 값은?

① 8　　② 9　　③ 10　　④ 11　　⑤ 12

해설

첫째항이 $-\frac{5}{2}$이고, 공차가 $\frac{1}{3}$인 등차수열의 일반항을 a_n이라 하면 $a_n = -\frac{5}{2} + (n+1) \cdot \frac{1}{3} = \frac{n}{3} - \frac{17}{6}$

이때, S_n이 최소가 되려면 음수인 항만 더하면 되므로

$\frac{n}{3} - \frac{17}{6} < 0 \quad \therefore\ n < \frac{17}{2} = 8.5$

따라서 S_n이 최소가 되게 하는 n의 값은 8이다.

6. 10행 10열로 이루어진 표에 다음 그림과 같이 1, 3, 4, 6이 쓰여 있다. 이 표의 나머지 칸에는 모든 행과 모든 열이 각각 등차수열을 이루도록 숫자가 쓰인다고 할 때, 이 표에 있는 모든 숫자의 합은?

	제1열	제2열	···	제10열
제1행	1	3		
제2행	4	6		
⋮				
제10행				

① 2200 ② 2250 ③ 2300 ④ 2350 ⑤ 2400

해설

제 n행의 수열의 합을 S_n이라 하면

제1 행은 첫째항이 1, 공차가 2 인 등차수열이므로

$$S_1 = \frac{10(2\cdot 1 + 9\cdot 2)}{2} = 100$$

따라서 수열 $\{S_n\}$은 첫째항이 100, 공차가 $3\cdot 10 = 30$인 등차수열이므로

$$\begin{aligned} S_1 + S_2 + \cdots + S_{10} &= \frac{10(2\cdot 100 + 9\cdot 30)}{2} \\ &= 2350 \end{aligned}$$

7. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_5a_7=6$일 때, $a_2a_4a_6a_8a_{10}$의 값은?

① $\pm 6\sqrt{6}$ ② $\pm 18\sqrt{6}$ ③ $\pm 36\sqrt{6}$

④ $\pm 8\sqrt{6}$ ⑤ ± 243

해설

수열 $\{a_n\}$이 등비수열이므로 $a_2,\ a_6,\ a_{10}$과 $a_4,\ a_6,\ a_8$ 그리고 $a_5,\ a_6,\ a_7$은 모두 등비수열을 이룬다.

따라서 a_6은 a_2와 a_{10}, a_4와 a_8, a_5와 a_7의 등비중항이므로

$$\begin{aligned} a_2a_4a_6a_8a_{10} &= (a_2a_{10})(a_4a_8)a_6 \\ &= a_6^2\cdot a_6^2\cdot a_6 \\ &= a_6^5 \end{aligned}$$

이때, $a_5a_7=a_6^2=6$이므로 $a_6=\pm\sqrt{6}$

$\therefore\ a_6^5=\pm 36\sqrt{6}$

8. 세 수 a, 8, b가 이 순서대로 등비수열을 이루고 $a+b=17$일 때, a^2+b^2의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 161

해설

세 수 a, 8, b가 이 순서대로 등비수열을 이루므로 $ab=8^2=64$
또, 조건에서 $a+b=17$이므로
$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=17^2-2\cdot 64=161$

9. 첫째항이 1이고, 공비가 2인 등비수열에서 처음으로 2000보다 크게 되는 항은 몇 번째 항인가?

① 11항 ② 12항 ③ 13항 ④ 14항 ⑤ 15항

해설

$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1} > 2000$인 자연수의 최솟값을 구하면 된다.

그런데 $2^{10} = 1024$이므로

$2^{11} = 2048$

$\therefore 2^{n-1} \geq 2^{11}$

$n - 1 \geq 11$

$n \geq 12$

10. $\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 + 2n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{3}(a_k + 1)^2 - \sum_{k=1}^{3}(a_k - 1)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\sum_{k=1}^{3}(a_k + 1)^2 - \sum_{k=1}^{3}(a_k - 1)^2$$
$$= \sum_{k=1}^{3}(a_k + 2a_k + 1) - \sum_{k=1}^{3}(a_k^2 - 2a_k + 1)$$
$$= 4\sum_{k=1}^{3} a_k = 4(3^2 + 2 \times 3) = 60$$

11. $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + 20 \cdot 21$ 의 값은?

① 2200 ② 2640 ③ 2860 ④ 3020 ⑤ 3080

해설

$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + 20 \cdot 21 = \sum_{k=1}^{20} k(k+1)$

$= \sum_{k=1}^{20} k^2 + \sum_{k=1}^{20} k = \dfrac{20 \cdot 21 \cdot 41}{6} + \dfrac{20 \cdot 21}{2}$

$= 2870 + 210 = 3080$

12. $\sum_{k=1}^{15} \log_2 \left(1 + \frac{1}{k}\right)$ 의 값은?

① $\log_2 3$　　② $\log_2 15$　　③ $\log_2 30$

④ 3　　⑤ 4

해설

$$\sum_{k=1}^{15} \log_2 \left(1 + \frac{1}{k}\right) = \sum_{k=1}^{15} \log_2 \frac{k+1}{k}$$

$$= \sum_{k=1}^{15} \{\log_2 (k+1) - \log_2 k\}$$

$$= (\log_2 2 - \log_2 1) + (\log_2 3 - \log_2 2) + \cdots$$

$$+ (\log_2 16 - \log_2 15)$$

$$= \log_2 16 - \log_2 1 = \log_2 2^4 = 4$$

13. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n = n^2 + 2n$일 때, $\sum_{k=1}^{5} ka_k$의 값은?

① 110 ② 125 ③ 145 ④ 160 ⑤ 180

해설

$S_n = n^2 + 2n$이므로

$n \geq 2$일 때,

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= (n^2 + 2n) - \{(n-1)^2 + 2(n-1)\}$

$= 2n + 1 (n = 2,\ 3,\ 4, \cdots)$

$n = 1$ 일 때,

$a_1 = S_1 = 1^2 + 2 \cdot 1 = 3$

따라서

$a_n = 2n + 1 (n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$이므로

$\sum_{k=1}^{5} ka_k = \sum_{k=1}^{5} k(2k+1)$

$= \sum_{k=1}^{5} (2k^2 + k) = 2\sum_{k=1}^{5} k^2 + \sum_{k=1}^{5} k$

$$= 2 \cdot \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} + \frac{5 \cdot 6}{2} = 125$$

14. $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ 의 값은?

① $\frac{n}{2n-1}$ ② $\frac{2n}{2n-1}$ ③ $\frac{n}{2n+1}$
④ $\frac{2n}{2n+1}$ ⑤ $\frac{n}{2n+3}$

해설

$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}\right)$ 임을 이용한다.

$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$$
$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\right\}$$
$$+\cdots+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\right)\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)$$
$$=\frac{n}{2n+1}$$

15. 수열 1, 2, 5, 10, 17, 26, $\cdots$ 의 제 20항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 362

해설

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1, & & 2, & & 5, & & 10, & & 17, & & 26 \\ & \bigvee & & \bigvee & & \bigvee & & \bigvee & & \bigvee & \\ & 1 & & 3 & & 5 & & 7 & & 9 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} a_n &= 1 + \sum_{k=1}^{n-1}(2k-1) \\ &= 1 + 2 \cdot \frac{(n-1)n}{2} - (n-1) \\ &= 1 + n^2 - n - n + 1 \end{aligned}$$

$a_n = n^2 - 2n + 2$

$\therefore a_{20} = 400 - 40 + 2 = 362$

16. 다음 군수열에서 47은 몇 군의 몇째 항인가?

제1군	제2군	제3군	제4군
(1),	(2, 3),	(4, 5, 6),	(7, 8, 9, 10), $\cdots$

① 제9군의 9항 ② 제10군의 2항 ③ 제10군의 3항

④ 제11군의 2항 ⑤ 제11군의 3항

해설

각 군의 첫째항으로 만들어지는 수열

$\{a_n\}$에 대하여

$\{a_n\} : 1,\ 2,\ 4,\ 7,\ 11, \cdots$

수열 $\{a_n\}$의 계차수열을 $\{b_n\}$이라 하면

$\{b_n\} : 1,\ 2,\ 3,\ 4, \cdots$

$b_n = n$이므로 제 n군의 첫째항 a_n은

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} k = 1 + \frac{n(n-1)}{2}$$

$$a_{10} = 1 + \frac{10 \cdot 9}{2} = 46$$

따라서, 47은 제 10군의 2항이다.

17. $a_1 = 3,\ a_{n+1} = a_n + 2(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$로 정의된 수열 $\{a_n\}$의 제 10 항은?

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$a_{n+1} - a_n = 2$의 양변에
$n = 1,\ 2,\ 3, \cdots, (n-1)$을 대입하여 변끼리
더하면

$$\begin{array}{rl} & a_2 - a_1 = 2 \\ & a_3 - a_2 = 2 \\ & a_4 - a_3 = 2 \\ & \vdots \\ +) & a_n - a_{n-1} = 2 \\ \hline & a_n - a_1 = 2(n-1) \end{array}$$

$\therefore a_n = a_1 + 2(n-1) = 2n + 1$

$\therefore a_{10} = 2 \cdot 10 + 1 = 21$

해설

첫째항이 3, 공차가 2인 등차
수열이므로 $a_n = 2n + 1$

$\therefore a_{10} = 2 \times 10 + 1 = 21$

18. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 1,\ a_2 = 2,\ a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$를 만족할 때, $S_5 = a_1 + a_2 + \cdots + a_5$의 값은?

① 31 ② 63 ③ 127 ④ 255 ⑤ 511

해설

$a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$에서 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이고, $\frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{1} = 2$

이므로 1이고, 공비는 2이다.

$\therefore\ S_5 = \frac{1 \cdot (2^5 - 1)}{2 - 1} = 31$

19. $a_1 = 0,\ a_{n+1} = -a_n + 2$와 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하면?(단, $n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$)

① $1+(-1)^n$ ② $2+(-1)^n$ ③ $3+(-1)^n$

④ $4+(-1)^n$ ⑤ $5+(-1)^n$

해설

$a_{n+1} = -a_n + 2$에서

$a_{n+1} - 1 = -(a_n - 1)$

이때, 수열 $\{a_n - 1\}$은 첫째항이 $a_1 - 1$, 공비가 -1인 등비수열이므로

$a_n - 1 = (a_1 - 1)\cdot(-1)^{n-1} = (-1)^n$

$\therefore\ a_n = 1 + (-1)^n$

20. $a_1 = 3,\ a_2 = \dfrac{3}{7},\ \dfrac{2}{a_{n+1}} = \dfrac{1}{a_n} + \dfrac{1}{a_{n+2}} (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 $a_n < \dfrac{1}{50}$을 만족하는 자연수 n의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

$\dfrac{2}{a_{n+1}} = \dfrac{1}{a_n} + \dfrac{1}{a_{n+2}}$이므로 수열 $\dfrac{1}{a_n}$은 등차수열을 이룬다. 등차수열 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$의 공차를 d라 하면 $d = \dfrac{1}{a_2} - \dfrac{1}{a_1} = \dfrac{7}{3} - \dfrac{1}{3} = 2$

따라서 수열 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$의 일반항 $\dfrac{1}{a_n}$은

$$\frac{1}{a_n} = \frac{1}{3} + (n-1)\cdot 2 = \frac{6n-5}{3}$$

$$\therefore\ a_n = \frac{3}{6n-5}$$

$\dfrac{3}{6n-5} < \dfrac{1}{50}$에서 $n \geq 25.\cdots$

따라서 구하는 자연수 n의 최솟값은 26이다.

21. 다음 명제 중 옳은 것을 모두 고르면?

① -1의 세제곱근 중 허수는 한 개뿐이다.

② $-\sqrt{3}$의 세제곱근 중 실수는 $-\sqrt[3]{3}$이다.

③ $\sqrt{2}$의 네제곱근 중 실수는 $-\sqrt[8]{2}$와 $\sqrt[8]{2}$뿐이다.

④ -10의 n제곱근(n은 홀수) 중 실수인 것은 한 개뿐이다.

⑤ $(\sqrt[3]{-3})^9 = -\sqrt[3]{3}$

해설

① -1의 세제곱근 중 실수 1개와 허수2개가 있다. (거짓)

② $-\sqrt{3}$의 세제곱근 중 실수는 $-\sqrt[3]{\sqrt{3}}$이다. (거짓)
③ n이 홀수일 때, -10의 n제곱근 중 실수인 것은$\sqrt[n]{-10}$, 즉 한개이다. (참)

⑤ $(\sqrt[3]{-3})^9 = \left\{(\sqrt[3]{-3})^3\right\}^3 = (-3)^3 = -27$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

22. $x-y=2,\ 2^x+2^{-y}=5$ 일 때, 8^x+8^{-y} 의 값은?

① 61 ② 62 ③ 63 ④ 64 ⑤ 65

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{주어진식}) &= 2^{3x}+2^{-3y} \\
&= (2^x+2^{-y})^3-3\cdot 2^x2^{-y}(2^x+2^{-y}) \\
&= 5^3-3\cdot 4\cdot 5=65
\end{aligned}
$$

23. $11^x = 25,\ 275^y = 125$ 일 때, $\dfrac{2}{x} - \dfrac{3}{y}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(11^x)^{\frac{1}{x}} = (25)^{\frac{1}{x}}$ 에서 $5^{\frac{2}{x}} = 11$

$(275^y)^{\frac{1}{y}} = (5^3)^{\frac{1}{y}}$ 에서 $5^{\frac{3}{y}} = 275$ 이므로

$5^{\frac{2}{x}} \div 5^{\frac{3}{y}} = 11 \div 275 = \dfrac{1}{25}$

$5^{\frac{2}{x} - \frac{3}{y}} = 5^{-2},\ \dfrac{2}{x} - \dfrac{3}{y} = -2$

24. 지진이 발생할 때, 지진의 세기를 진도라 하며 보통 리히터수로 나타낸다. 지질학자 C.F.Richer는 강도가 I인 지진의 진도 R을 다음과 같이 정의하였다.

$R = \log\dfrac{I}{I_0}$(단, I_0는 표준지진의 강도)

리히터수로 진도 6.8인 지진의 강도는 리히터 수로 진도 4.8인 지진의 강도의 몇배인가?

① 1.4배 ② 2배 ③ $\sqrt{10}$배

④ 10배 ⑤ 100배

해설

진도가 4.8, 6.8일 때의 지진의 강도를 각각 I_1, I_2라 하면

$4.8 = \log\dfrac{I_1}{I_0}$, $6.8 = \log\dfrac{I_2}{I_0}$ 이므로

$\therefore \ \log\dfrac{I_2}{I_1} = \dfrac{10^{6.8}}{10^{4.8}} = 100$(배)

25. $\log_5 250 = n + \alpha$(n은 정수, $0 \leq a < 1$)라고 할 때, $n \times 25^{\alpha}$의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$125 < 250 < 625$이므로

$\log_5 5^3 < \log_5 250 < \log_5 5^4$

$\log_5 250$의 정수부분은 $n = 3$ 이고

소수부분은 $\alpha = \log_5 250 - \log_5 125 = \log_5 \dfrac{250}{125} = \log_5 2$

따라서 $25^{\alpha} = 25^{\log_5 2} = 4$이므로 25^{α}의 값과 정수부분 n의 곱은

$3 \times 4 = 12$ 이다.

26. 1보다 큰 정수 a, b, c에 대하여 $p = a^{12} = b^4 = (abc)^2$일 때, $\log_c p$의 값을 구하면?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

주어진 식에서 $\log_p a = \frac{1}{12}$, $\log_p b = \frac{1}{4}$, $\log_p abc = \frac{1}{2}$

$\log_c p = x$라 하면 $\log_p c = \frac{1}{x}$이고,

$\log_p abc = \log_p a + \log_p b + \log_p c$이므로

$\frac{1}{2} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{x}$, $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} - \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$

$\therefore\ x = 6$

$\therefore\ \log_c p = 6$

27. 이차방정식 $2x^2-8x+1=0$의 두 근이 $\log_2\alpha, \log_2\beta$일 때, $\log_\alpha 2+\log_\beta 2+\log_{\alpha\beta}2$의 값은?

① $\frac{19}{4}$　② $\frac{23}{4}$　③ $\frac{27}{4}$　④ $\frac{33}{4}$　⑤ $\frac{35}{4}$

해설

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\log_2\alpha+\log_2\beta=4,\ \ \log_2\alpha\cdot\log_2\beta=\frac{1}{2}$이므로

$$\log_\alpha 2+\log_\beta 2=\frac{1}{\log_2\alpha}+\frac{1}{\log_2\beta}=\frac{\log_2\alpha+\log_2\beta}{\log_2\alpha\cdot\log_2\beta}=\frac{4}{\frac{1}{2}}=8$$

$\log_2\alpha\beta=4$이므로 $\alpha\beta=2^4$

$\therefore \log_{\alpha\beta}2=\log_{2^4}2=\frac{1}{4}$

$\therefore \log_\alpha 2+\log_\beta 2+\log_{\alpha\beta}2=8+\frac{1}{4}=\frac{33}{4}$

28. 5^{40} 을 $a \times 10^{n}(1 < a < 10, n$ 은 정수) 의 꼴로 나타낼 때, $\log a$ 의 소수 부분을 다음 상용로그표를 이용하여 구한것은?

수	0	1	2	3
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284
2.2	0.3234	0.3444	0.3464	0.3483
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674
2.4	0.3802	0.3820	0.3888	0.3856

① 0.064 ② 0.18 ③ 0.408 ④ 0.84 ⑤ 0.96

해설

$5^{40} = a \times 10^{n}$ 에서 양변에 상용로그를 취하면

$\log 5^{40} = \log(a \times 10^{40}) = n + \log a \cdots$ ㉠

$1 < a < 10$ 이므로 $0 < \log a < 1$ 이다.

$$\begin{aligned}\log 5^{40} &= 40 \log 5 = 40 \times (1 - \log 2) \\ &= 40 \times 0.6990 \\ &= 27.96\end{aligned}$$

이므로 ㉠에서 $n = 27, \log a = 0.96$

따라서 $\log a$ 의 소수 부분은 0.96 이다.

29. 두 양수 $A, \dfrac{1}{A}$ 의 상용로그에서 정수 부분의 합은 a 이고, 소수 부분의 합은 b 이다. 이때, a^2+b^2 의 값은? (단. $\log A$ 의 소수 부분은 0 이 아니다.)

① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

해설

$\log A = n + \alpha$(n은 정수, $0 < \alpha < 1$)라 하면

$\log \dfrac{1}{A} = -\log A = -n-\alpha = (-n-1)+(1-\alpha)$ 이므로

정수 부분은 $-n-1$, 소수 부분은 $1-a$

이때, 정수 부분의 합은 -1 , 소수 부분의 합은 1 이다.

$\therefore a^2+b^2 = 2$

30. 7^{100} 은 85자리의 수이다. 이 때, 7^{10} 의 자릿수는?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

7^{100} 은 85자리의 수이므로 $\log 7^{100}$ 의 지표는 84이다.

$84 \le \log 7^{100} \le 85, 84 \le 100 \log 7 \le 85$

$0.84 \le \log 7 \le 0.85$

$0.84 \times 10 \le 10 \log 7 \le 0.85 \times 10$

$8.4 \le \log 7^{10} \le 8.5$

따라서 $\log 7^{10}$ 의 지표가 8이므로 7^{10} 은 9자리의 수이다.

31. $\log a = 0.08$ 일 때, $\left(\frac{1}{a}\right)^{20}$ 은 소수점 아래 몇 째 자리에서 처음으로 0 이 아닌 숫자가 나타나는가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\log\left(\frac{1}{a}\right)^{20} = \log a^{-20} = -20\log a = -20 \times 0.08$$

$= -1.6 = -2 + 0.4 = \bar{2}.4$

따라서 지표가 -2 이므로 소수점 아래 2째 자리에서 처음으로 0 이 아닌 숫자가 나온다.

32. 다음 <보기> 중 $\log A$와 소수 부분이 항상 같은 것으로 묶어 놓은 것은? (단, 로그는 상용로그)

보기

㉠ $10\log A$	㉡ $10-\log A$	㉢ $\log 10A$
㉣ $(\log A)-10$	㉤ $\log \dfrac{A}{10}$	

① ㉠, ㉡, ㉢　② ㉡, ㉢, ㉣　③ ㉢, ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤　⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

소수 부분이 같으려면
진수의 숫자의 배열이 같아야하므로
㉢, ㉣, ㉤

33. $\sum_{k=1}^{100}[\log_3 n]$의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 284

해설

(i) $n=1,\ 2$ 일 때, $0 \le \log_3 n < 1$이므로 $[\log_3 n]=0$
(ii) $3 \le n < 9$ 일 때, $1 \le \log_3 n < 2$이므로 $[\log_3 n]=1$
(iii) $9 \le n < 27$ 일 때, $2 \le \log_3 n < 3$이므로 $[\log_3 n]=2$
(iv) $27 \le n < 81$ 일 때, $3 \le \log_3 n < 4$이므로 $[\log_3 n]=3$
(v) $81 \le n < 100$ 일 때, $4 \le \log_3 n < 5$이므로 $[\log_3 n]=4$
(i) ~ (v)로부터
$\sum_{k=1}^{100}[\log_3 n]=0\cdot 2+1\cdot 6+2\cdot 18+3\cdot 54+4\cdot 20=284$