

1. 다음 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은?

1, 4, 9, 16...

- ① n
- ② $3n - 2$
- ③ $2n + 1$
- ④ n^2
- ⑤ $(n + 1)^2$

해설

$a_1 = 1, a_2 = 4 = 2^2, a_3 = 9 = 3^2, a_4 = 16 = 4^2, \dots$
 $\therefore a_n = n^2$

2. 두 실수 a, b 에 대하여 $a, 6, b$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고, $a, 4, b$ 는 그 역수가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 92 ② 94 ③ 96 ④ 98 ⑤ 100

해설

$a, 6, b$ 가 등차수열을 이루므로 $\frac{a+b}{2} = 6$

$$\therefore a + b = 12 \cdots \textcircled{1}$$

$\frac{1}{a}, \frac{1}{4}, \frac{1}{b}$ 이 등차수열을 이루므로

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{2}$$

이때, $\textcircled{1}$ 에서

$$ab = 24 \cdots \textcircled{2}$$

따라서, $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 12^2 - 2 \times 24 = 96$$

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_{17} = -28$, $a_{65} = 8$ 이다. 이 등차수열의 첫째항부터 제 33항까지의 합은?

① -924 ② -462 ③ -231 ④ 462 ⑤ 924

해설

등차수열의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_{17} = -28 \text{에서 } a + 16d = -28 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a_{65} = 8 \text{에서 } a + 64d = 8 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{을 연립하여 풀면 } a = -40, d = \frac{3}{4}$$

따라서, 첫째항부터 제 33항까지의 합은

$$S_{33} = \frac{33}{2} \left\{ 2 \cdot (-40) + (33 - 1) \cdot \frac{3}{4} \right\} = -924$$

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_4 = 24$, $S_{10} = 0$ 일 때, $S_n = -200$ 이 되는 n 의 값은?

① 16

② 18

③ 20

④ 22

⑤ 24

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$S_4 = \frac{4(2a + 3d)}{2} = 24 \quad \therefore 2a + 3d = 12 \cdots \textcircled{A}$$

$$S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2} = 0 \quad \therefore 2a + 9d = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면 $a = 9$, $d = -2$

$$\text{즉, } S_n = \frac{n\{2 \cdot 9 + (n-1)(-2)\}}{2} = -200 \text{에서}$$

$$n^2 - 10n - 200 = 0, \quad (n-20)(n+10) = 0$$

$$\therefore n = 20 \text{ 또는 } n = -10$$

이때, n 은 자연수이므로 $n = 20$

5. 100 이하의 자연수 중에서 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 수의 합은?

① 1600 ② 1620 ③ 1650 ④ 1680 ⑤ 1700

해설

조건을 만족시키는 자연수를 작은 수부터 차례로 나열하면
2, 5, 8, $\dots$, 98이고 이것은 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열을
이룬다.

이 등차수열을 $\{a_n\}$ 이라 할 때, 일반항 a_n 은

$$a_n = 2 + (n - 1) \times 3 = 3n - 1$$

이때, 끝항 98은 $3n - 1 = 98$ 에서 $n = 33$ 이므로 98은 제 33
항이다.

따라서 구하는 합을 S 라 하면

$$S = \frac{33(2 + 98)}{2} = 33 \cdot 50 = 1650$$

6. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = n^2 + 2n$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 a_{10} 과 공차 d 의 값의 합은?

① 20

② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

해설

$$S_n = n^2 + 2n$$

$$\begin{aligned} S_{n-1} &= (n-1)^2 + 2(n-1) \\ &= n^2 - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \quad (n \geq 2) \\ &= n^2 + 2n - (n^2 - 1) \\ &= 2n + 1 \end{aligned}$$

$$a_{10} = 21, \quad d = 2$$

$$\therefore a_{10} + d = 21 + 2 = 23$$

7. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 = 15$, $a_3 + a_4 = 240$ 일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은?

① 189 ② 192 ③ 195 ④ 198 ⑤ 201

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_1 + a_2 = a + ar = a(1 + r) = 15 \cdots \textcircled{1}$$

$$a_3 + a_4 = ar^2 + ar^3 = ar^2(1 + r) = 240 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \div \textcircled{1} \text{을 하면 } r^2 = 16 \quad \therefore r = 4 (\because r > 0)$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$5a = 15 \quad \therefore a = 3$$

$$\text{따라서 } a_1 + a_4 = a + ar^3 = a(1 + r^3) = 3 \times 65 = 195$$

8. 이차방정식 $x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근의 등차중항을 A , 등비중항을 G 라 할 때, A^2, G^2 을 두 근으로 하는 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 에서 $a + b$ 의 값은?

① 12 ② 15 ③ 24 ④ 27 ⑤ 39

해설

$x^2 - 6x + 3 = 0$ 에서 두 근을 α, β 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 6, \alpha\beta = 3$$

$$\therefore A = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{6}{2} = 3, G = \sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{3}$$

이 때, A^2, G^2 즉, 9와 3을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x - 9)(x - 3) = 0 \quad \therefore x^2 - 12x + 27 = 0$$

따라서 $a = -12, b = 27$

9. 다항식 $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여 $f(x)$ 를 $x-2$, $x-1$, $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 모든 a 의 값의 합은?

㉠ $-\frac{4}{3}$ ㉡ -1 ㉢ 0 ㉣ 1 ㉤ $\frac{4}{3}$

해설

다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x-1$, $x+1$ 로 나눈 나머지는

$$f(2) = 4 + 2a, f(1) = 1 + a, f(-1) = 1 - a$$

그런데 나머지가 차례로 등비수열을 이루므로

$$(1+a)^2 = (4+2a)(1-a)$$

$$\therefore 3a^2 + 4a - 3 = 0$$

따라서, 모든 a 의 값의 합은 근과 계수의 관계에 의하여 $-\frac{4}{3}$ 이다.

10. 첫째항이 1이고, 공비가 4인 등비수열에서 첫째항부터 몇 항까지의 합이 처음으로 1000보다 크게 되는가?

(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

첫째항이 1, 공비가 4인 등비수열이므로

$$S_n = \frac{1 \cdot (4^n - 1)}{4 - 1} > 1000, 4^n > 3001$$

$$2n \log 2 > \log 3001$$

$$n > \frac{\log 3001}{2 \log 2} > \frac{\log 3000}{2 \log 2}$$

$$= \frac{\log 3 + \log 1000}{2 \log 2} = \frac{3.4771}{0.6020} = 5.7 \times \times \times$$

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{k=1}^n (a_{3k-2} + a_{3k-1} + a_{3k}) = (3n+2)^2$ 을 만족할 때,
 $\sum_{k=31}^{60} a_k$ 의 값은?

- ① 2520 ② 2620 ③ 2720 ④ 2820 ⑤ 2920

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n (a_{3k-2} + a_{3k-1} + a_{3k}) \\ &= (a_1 + a_2 + a_3) + (a_4 + a_5 + a_6) + \cdots + (a_{3n-2} + a_{3n-1} + a_{3n}) \\ &= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{3n} \\ &= \sum_{k=1}^{3n} a_k = (3n+2)^2 \\ \sum_{k=31}^{60} a_k &= \sum_{k=1}^{60} a_k - \sum_{k=1}^{30} a_k \\ &= (3 \cdot 20 + 2)^2 - (3 \cdot 10 + 2)^2 \\ &= 62^2 - 32^2 = 3844 - 1024 = 2820 \end{aligned}$$

12. 2^n 을 3으로 나눈 나머지를 a_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{12} a_k$ 의 값은?

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

해설

$a_1 = 2^1$ 을 3으로 나눈 나머지 $a_1 = 2$

$a_2 = 2^2$ 을 3으로 나눈 나머지 $a_2 = 1$

$a_3 = 2^3$ 을 3으로 나눈 나머지 $a_3 = 2$

$a_4 = 2^4$ 을 3으로 나눈 나머지 $a_4 = 1$

$a_5 = 2^5$ 을 3으로 나눈 나머지 $a_5 = 2$

즉 a_n 은 n 이 홀수일 때는 2

n 이 짝수일 때는 1

$\sum_{k=1}^{12} a_k = 6 \cdot (2 + 1) = 6 \cdot 3 = 18$

13. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + n$ 일 때, $\sum_{k=1}^n a_{2k-1}$ 을 n 에 대한 식으로 나타내면?

① $n^2 + 1$

② $n^2 + 3n$

③ $2n^2$

④ $2n^2 + n$

⑤ $3n^2 - 1$

해설

$$\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + n \text{ 이므로}$$

$n \geq 2$ 일 때,

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 + n - \{(n-1)^2 + (n-1)\} \\ &= 2n \cdots \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$n = 1 \text{ 일 때, } a_1 = S_1 = 2$$

이것은 ①에 $n = 1$ 을 대입하여 얻은 값과 같으므로 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = 2n$$

$$\therefore a_{2k-1} = 2(2k-1) = 4k-2$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{k=1}^n a_{2k-1} &= \sum_{k=1}^n (4k-2) \\ &= 4 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - 2n \\ &= 2n^2 \end{aligned}$$

14. 수열 $\frac{1}{2^2-1}, \frac{1}{3^2-1}, \frac{1}{4^2-1}, \frac{1}{5^2-1}, \dots$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구하면?

① $\frac{n+2}{2(n+1)}$

② $\frac{2n}{(n+1)(n+2)}$

③ $\frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$

④ $\frac{2n+5}{2(n+3)}$

⑤ $\frac{2n(n+1)}{(n+3)(n+5)}$

해설

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{(k+1)^2-1} = \frac{1}{k(k+2)} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right) \text{의므로} \\ S_n &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \right\} + \dots + \\ &\quad \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) \\ &= \frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)} \end{aligned}$$

15. $\sum_{k=1}^{10} \left\lfloor \frac{2^k}{10} \right\rfloor$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

k 에 1부터 10까지 차례로 대입하여 각 항의 값을 구해서 더하면

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{10} \left\lfloor \frac{2^k}{10} \right\rfloor &= \left\lfloor \frac{2^1}{10} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2^2}{10} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2^3}{10} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2^4}{10} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{2^{10}}{10} \right\rfloor \\ &= 0 + 0 + 0 + 1 + 3 + 6 + 12 + 25 + 51 + 102 = 200\end{aligned}$$

16. 수열 3, 4, 6, 10, 18, ...의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 은?

- ① $2n^2 + 2n - 1$
- ② $2n^2 + 2n + 1$
- ③ $2^n + 2n - 1$
- ④ $n^2 - 2n + 1$
- ⑤ $2^n - 2n$

해설

$\{a_n\} : 3, 4, 6, 10, 18, \dots$

$\qquad \vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$

$\{b_n\} : \quad 1 \quad 2 \quad 4 \quad 8 \quad \dots$

$a_n = 3 + \underbrace{(1 + 2 + 4 + \dots)}_{(n-1)\text{개}}$

$= 3 + \frac{2^{n-1} - 1}{2 - 1} = 2^{n-1} + 2$

$\therefore S_n = \sum_{k=1}^n (2^{k-1} + 2) = \frac{2^n - 1}{2 - 1} + 2n = 2^n + 2n - 1$

17. $a_1 = 23$, $a_2 = 20$ 이고, $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 를 만족하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_k = -115$ 일 때, 자연수 k 의 값은?

① 43 ② 44 ③ 45 ④ 46 ⑤ 47

해설

$2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ 에서 수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이고
첫째항이 23, 공차가 $a_2 - a_1 = 20 - 23 = -3$ 이므로
 $a_n = 23 + (n - 1) \cdot (-3) = -3n + 26$
 $-3k + 26 = -115$ 에서 $-3 = -141$
 $\therefore k = 47$

18. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $b_n = \frac{1}{a_n}$ 이라 할 때, $a_{15}b_{20}$ 의 값은?

① 3 ② 9 ③ 27 ④ 81 ⑤ 243

해설

수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 1, 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열이므로

$$a_n = 1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{3^{n-1}} \quad \therefore b_n = 3^{n-1}$$

$$\therefore a_{15}b_{20} = \frac{1}{3^{14}} \cdot 3^{19} = 3^5 = 243$$

19. 모든 항이 양수이고, 임의의 자연수 m, n 에 대하여 $a_{m+n} = 2a_m a_n$ 을 만족하는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다. $a_4 = 72$ 일 때, a_5 의 값은?

① $72\sqrt{3}$

② $72\sqrt{6}$

③ 144

④ $144\sqrt{3}$

⑤ 216

해설

$$a_{m+n} = 2a_m a_n \text{에 } m = 2, n = 2 \text{를 대입하면 } a_4 = 2a_2 a_2 =$$

$$72, a_2^2 = 36$$

$$\therefore a_2 = 6(\because a_n > 0)$$

$$\text{또, } a_{m+n} = 2a_m a_n \text{에 } m = 1, n = 1 \text{을 대입하면}$$

$$a_2 = a_{1+1} = 2a_1 a_1 = 6, a_1^2 = 3$$

$$\therefore a_1 = \sqrt{3}$$

$$\text{또, } a_{m+n} = 2a_m a_n \text{에 } m = 4, n = 1 \text{를 대입하면}$$

$$a_5 = a_{4+1} = 2a_4 a_1 = 2 \cdot 72 \cdot \sqrt{3} = 144\sqrt{3}$$

20. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{2 + a_n}$ (단, $n = 1, 2, 3, \dots$) 과 같이 정의되는 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = \frac{1}{63}$ 을 만족하는 n 의 값은?

① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

해설

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{2 + a_n} \text{ 에서 양변의 역수를 취하면 } \frac{1}{a_{n+1}} = \frac{2}{a_n} + 1$$

$$\text{이때, } \frac{1}{a_n} = b_n \text{ 이라 하면 } b_1 = 1, b_{n+1} = 2b_n + 1$$

$$\text{그러면, } b_{n+1} + 1 = 2(b_n + 1) \text{ 이므로}$$

$$b_n + 1 = (b_1 + 1) \cdot 2^{n-1} = 2^n \quad \therefore b_n = 2^n - 1$$

$$\text{따라서 } a_n = \frac{1}{2^n - 1} \text{ 이므로 } a_n = \frac{1}{2^n - 1} = \frac{1}{63} \text{ 에서 } n = 6 \text{ 이다.}$$

21. 서로소인 두 자연수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{b}{a}}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{2}}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{12}}$$

따라서 $a + b = 13$ 이다.

22. 세 수 $A = \sqrt[3]{4}$, $B = \sqrt[4]{6}$, $C = \sqrt[6]{13}$ 의 대소를 비교하면?

- ① $A > B > C$ ② $B > A > C$ ③ $C > B > A$
④ $A > C > B$ ⑤ $B > C > A$

해설

$A = \sqrt[3]{4}$, $B = \sqrt[4]{6}$, $C = \sqrt[6]{13}$ 을 거듭 제곱꼴로 고쳤을 때, 밑과 지수가 모두 다르므로

지수를 통일한 다음 밑이 큰 순서로 대소를 비교한다.

3, 4, 6의 최소공배수가 12이므로

$$A = \sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}$$

$$B = \sqrt[4]{6} = \sqrt[12]{6^3} = \sqrt[12]{216}$$

$$C = \sqrt[6]{13} = \sqrt[12]{13^2} = \sqrt[12]{169}$$

$$\therefore A > B > C$$

23. 세 수 A, B, C 를
 $A = (10\sqrt{5}$ 의 6제곱근 중 양의 실수)
 $B = (\sqrt{24}$ 의 세제곱근 중 실수),
 $C = (64$ 의 8제곱근 중 양의 실수)
로 정의할 때, 세 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수를 차례로 쓰면?

- ① A, B ② A, C ③ B, A ④ B, C ⑤ C, B

해설

$A = \sqrt[6]{\sqrt{500}} = 500^{\frac{1}{12}}$,
 $B = \sqrt[3]{\sqrt{24}} = \left\{(24)^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}} = 24^{\frac{1}{6}} = (24^2)^{\frac{1}{12}} = 576^{\frac{1}{12}}$
 $C = \sqrt[8]{2^6} = \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[12]{2^9} = 512^{\frac{1}{12}}$ 이므로
 $A = 500^{\frac{1}{12}}, B = 576^{\frac{1}{12}}, C = 512^{\frac{1}{12}}$
이때, $500 < 512 < 576$ 이므로
 $A < C < B$
따라서 가장 큰 수와 가장 작은 수는 차례로 B, A 이다.

24. $20^a = 5\sqrt{3}$, $20^b = 2$ 일 때, $10^{\frac{2a}{1-b}}$ 의 값은?

① 25

② 35

③ 55

④ 65

⑤ 75

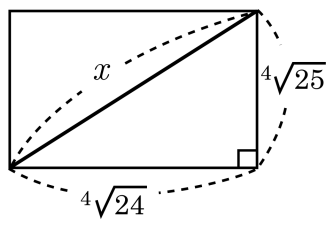
해설

주어진 조건과 같이 밑이 20이 되도록 구하려는 식을 변형한다.

$$10 = \frac{20}{2} = \frac{20}{20^b} = 20^{1-b}$$

$$\therefore 10^{\frac{2a}{1-b}} = (20^{1-b})^{\frac{2a}{1-b}} = 20^{2a} = (20^a)^2 = (5\sqrt{3})^2 = 75$$

25. 가로와 세로의 길이가 각각 $\sqrt[4]{24}$, $\sqrt[4]{25}$ 인 직사각형의 대각선의 길이는?



- ① $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ ② $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ ③ 3
 ④ $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{(\sqrt[4]{24})^2 + (\sqrt[4]{25})^2} \\ &= \sqrt{\sqrt{24} + \sqrt{25}} \\ &= \sqrt{2\sqrt{6} + 5} \\ &= \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} \\ \therefore x &= \sqrt{3} + \sqrt{2} \end{aligned}$$

26. $\log_3 2 + \log_3 \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \log_3 \left(1 + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \log_3 \left(1 + \frac{1}{80}\right)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \log_3 2 + \log_3 \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \log_3 \left(1 + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \log_3 \left(1 + \frac{1}{80}\right) \\ &= \log_3 2 + \log_3 \frac{3}{2} + \log_3 \frac{4}{3} + \cdots + \log_3 \frac{81}{80} \\ &= \log_3 \left(2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdots \frac{81}{80}\right) \\ &= \log_3 81 = \log_3 3^4 \\ &= 4\log_3 3 \\ &= 4 \end{aligned}$$

27. $\frac{\log_2 \frac{3}{\sqrt[3]{3}} + \log_2 \frac{4}{\sqrt[4]{16}} - \log_2 10 \sqrt[3]{10}}{\log_2 \sqrt{0.12}}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

밑이 모두 같으므로 로그의 합 또는 로그의 차로 정리한다.

$$\begin{aligned} \text{(분자)} &= \log_2 3^{\frac{2}{3}} + \left(2 - \log_2 16^{\frac{1}{4}}\right) - \log_2 10^{\frac{4}{3}} \\ &= \frac{2}{3} \log_2 3 + \left(2 - \frac{1}{6} \log_2 16\right) - \frac{4}{3} \log_2 10 \\ &= \frac{2}{3} \log_2 3 + 2 - \frac{4}{6} - \frac{4}{3} (1 + \log_2 5) \\ &= \frac{2}{3} \log_2 3 - \frac{4}{3} \log_2 5 = \frac{2}{3} (\log_2 3 - 2 \log_2 5) \\ &= \frac{2}{3} \log_2 \frac{3}{25} = \frac{2}{3} \log_2 0.12 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{(주어진 식)} = \frac{\frac{2}{3} \log_2 0.12}{\frac{1}{2} \log_2 0.12} = \frac{4}{3}$$

28. $a = \log_3 \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ 일 때, $3^a - 3^{-a}$ 의 값은?

① $-2\sqrt{2}$

② -2

③ $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

④ $\frac{3\sqrt{5}-5}{4}$

⑤ $\frac{3\sqrt{5}+5}{4}$

해설

$$a = \log_3 \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} \text{에서}$$

$$3^a = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$$

$$3^{-a} = \left(\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} \right)^{-1} = (\sqrt{5} - 1)^{-1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5} - 1} = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$$

$$3^a - 3^{-a} = \sqrt{5} - 1 - \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$$

$$= \frac{4\sqrt{5} - 4 - \sqrt{5} - 1}{4}$$

$$= \frac{3\sqrt{5} - 5}{4}$$

29. $\log a$ 의 정수 부분이 2일 때, $A = \log a \sqrt{a}$ 의 값의 범위는?

① $\frac{3}{2} \leq A < 3$

② $\frac{3}{2} < A \leq 3$

③ $2\sqrt{2} \leq A < 3\sqrt{3}$

④ $3 \leq A < \frac{9}{2}$

⑤ $3 < A \leq \frac{9}{2}$

해설

$\log a$ 의 정수 부분이 2이므로 $2 \leq \log a < 3$

$$\log a \sqrt{a} = \log a^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log a$$

$$\frac{3}{2} \times 2 \leq \frac{3}{2} \log a < \frac{3}{2} \times 3$$

$$\therefore 3 \leq A < \frac{9}{2}$$

30. $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$ 일 때, 두 상용로그 $\log 60^2$ 과 $\log \frac{1}{60}$ 의 소수 부분의 차는?

- ① 0 ② 0.1761 ③ 0.3010
④ 0.3343 ⑤ 0.7781

해설

$$\begin{aligned}\log 60^2 &= 2 \log 60 \\ &= 2 \times (1 + \log 2 + \log 3) \\ &= 2 \times (1 + 0.3010 + 0.4771) \\ &= 3.5562\end{aligned}$$

$\log 60^2$ 의 정수 부분은 3이고 소수 부분은 0.5562이다.

$$\begin{aligned}\log \frac{1}{60} &= -\log 60 = -1 - (\log 2 + \log 3) \\ &= -1 - (0.3010 + 0.4771) \\ &= -1 - 0.7781 \\ &= (-2) + 0.2219\end{aligned}$$

$\log \frac{1}{60}$ 의 정수 부분은 -2이고 소수 부분은 0.2219이다.

따라서 두 상용로그 $\log 60^2$ 과 $\log \frac{1}{60}$ 의 소수 부분의 차는
 $0.5562 - 0.2219 = 0.3343$

31. $\frac{[\log 20010] + [\log 2.001]}{[\log 0.02001]}$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수)

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$[\log x]$ 는 x 의 지표이므로

$[\log 20010] = 4, [\log 2.001] = 0, [\log 0.02001] = -2$

$\therefore \frac{[\log 20010] + [\log 2.001]}{[\log 0.02001]} = \frac{4 + 0}{-2} = -2$

32. 수열 $\log_2(n+1)$ 의 제 15항은?

① $\log_2 13$

② $\log_2 15$

③ $\log_2 17$

④ 3

⑤ 4

해설

$$a_n = \log_2(n+1) \text{ 이므로}$$

$$a_{15} = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4 \log_2 2 = 4$$

따라서 , 제 15항은 4이다.

33. 어느 비행센터에서는 대기압을 $x(\text{mmHg})$, 외부온도를 $t(^{\circ}\text{C})$ 로 설정할 때, 비행기 운행에 적절한 고도 $h(\text{m})$ 는 다음과 같은 관계식으로 정해진다고 한다.

$$h = (30t + 8000) \log \frac{760}{x}$$

대기압을 15.2mmHg , 외부온도를 -30°C 로 설정할 때, 비행기 운행에 적절한 고도가 $a\text{m}$ 이다. 이때, a 의 값은? (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

- ① 11070
- ② 12070
- ③ 13070
- ④ 14070
- ⑤ 15070

해설

$$h = a, \quad t = -30, \quad x = 15.2 \circ] \text{므로}$$
$$a = \{30 \times (-30) + 8000\} \log \frac{760}{15.2}$$
$$= 7100 \log 50 = 7100(\log 100 - \log 2)$$
$$= 7100 \times 1.7 = 12070(\text{m})$$