1. 다음 수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은?

$1, 4, 9, 16 \cdots$

① n ② $3n-2$ ③ $2n+1$

④ n^2 ⑤ $(n+1)^2$

해설

$a_1 = 1,\ a_2 = 4 = 2^2,\ a_3 = 9 = 3^2,\ a_4 = 16 = 4^2, \cdots$

$\therefore a_n = n^2$

2. 두 실수 a, b에 대하여 a, 6, b는 이 순서대로 등차수열을 이루고, a, 4, b는 그 역수가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, a^2+b^2의 값은?

① 92 ② 94 ③ 96 ④ 98 ⑤ 100

해설

a, 6, b가 등차수열을 이루므로 $\frac{a+b}{2}=6$

$\therefore\ a+b=12\cdots$㉠

$\frac{1}{a}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{b}$이 등차수열을 이루므로

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\quad\therefore\ \frac{a+b}{ab}=\frac{1}{2}$

이때, ㉠에서

$ab=24\cdots$㉡

따라서, ㉠, ㉡에서

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=12^2-2\times24=96$

3. 등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_{17}=-28,\ a_{65}=8$이다. 이 등차수열의 첫째항부터 제 33항까지의 합은?

① -924 ② -462 ③ -231 ④ 462 ⑤ 924

해설

등차수열의 첫째항을 a, 공차를 d라 하면

$a_{17}=-28$에서 $a+16d=-28\cdots$㉠

$a_{65}=8$에서 $a+64d=8\cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-40,\ d=\dfrac{3}{4}$

따라서, 첫째항부터 제 33항까지의 합은

$$S_{33}=\frac{33}{2}\left\{2\cdot(-40)+(33-1)\cdot\frac{3}{4}\right\}=-924$$

4. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_4 = 24$, $S_{10} = 0$일 때, $S_n = -200$이 되는 n의 값은?

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

해설

첫째항을 a, 공차를 d라 하면

$$S_4 = \frac{4(2a+3d)}{2} = 24 \quad \therefore\ 2a+3d = 12 \cdots ㉠$$

$$S_{10} = \frac{10(2a+9d)}{2} = 0 \quad \therefore\ 2a+9d = 0 \cdots ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 9,\ d = -2$

즉, $S_n = \dfrac{n\{2\cdot 9 + (n-1)(-2)\}}{2} = -200$에서

$n^2 - 10n - 200 = 0,\ (n-20)(n+10) = 0$

$\therefore\ n = 20$ 또는 $n = -10$

이때, n은 자연수이므로 $n = 20$

5. 100 이하의 자연수 중에서 3 으로 나누었을 때 나머지가 2 인 수의 합은?

① 1600 ② 1620 ③ 1650 ④ 1680 ⑤ 1700

해설

조건을 만족시키는 자연수를 작은 수부터 차례로 나열하면
$2,\ 5,\ 8,\ \cdots,\ 98$ 이고 이것은 첫째항이 2, 공차가 3 인 등차수열을 이룬다.
이 등차수열을 $\{a_n\}$ 이라 할 때, 일반항 a_n 은
$a_n = 2 + (n-1) \times 3 = 3n - 1$
이때, 끝항 98 은 $3n - 1 = 98$ 에서 $n = 33$ 이므로 98 은 제 33 항이다.
따라서 구하는 합을 S 라 하면

$$S = \frac{33(2+98)}{2} = 33 \cdot 50 = 1650$$

6. 첫째항부터 제 n항까지의 합이 $S_n = n^2 + 2n$인 등차수열 $\{a_n\}$의 a_{10}과 공차 d의 값의 합은?

① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

$$S_n = n^2 + 2n$$

$$\begin{aligned} S_{n-1} &= (n-1)^2 + 2(n-1) \\ &= n^2 - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \quad (n \geq 2) \\ &= n^2 + 2n - (n^2 - 1) \\ &= 2n + 1 \end{aligned}$$

$$a_{10} = 21, \ d = 2$$

$$\therefore \ a_{10} + d = 21 + 2 = 23$$

7. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 + a_2 = 15,\ a_3 + a_4 = 240$일 때, $a_1 + a_4$의 값은?

① 189 ② 192 ③ 195 ④ 198 ⑤ 201

해설

첫째항을 a, 공비를 r이라 하면

$a_1 + a_2 = a + ar = a(1+r) = 15 \cdots$ ㉠

$a_3 + a_4 = ar^2 + ar^3 = ar^2(1+r) = 240 \cdots$ ㉡

㉡÷ ㉠을 하면 $r^2 = 16 \quad \therefore\ r = 4 (\because\ r > 0)$

이것을 ㉠에 대입하면

$5a = 15 \quad \therefore\ a = 3$

따라서 $a_1 + a_4 = a + ar^3 = a(1 + r^3) = 3 \times 65 = 195$

8. 이차방정식 $x^2-6x+3=0$의 두 근의 등차중항을 A, 등비중항을 G라 할 때, A^2, G^2을 두 근으로 하는 이차방정식 $x^2+ax+b=0$에서 $a+b$의 값은?

① 12 ② 15 ③ 24 ④ 27 ⑤ 39

해설

$x^2-6x+3=0$에서 두 근을 α, β라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=6,\ \alpha\beta=3$

$\therefore A=\dfrac{\alpha+\beta}{2}=\dfrac{6}{2}=3,\ G=\sqrt{\alpha\beta}=\sqrt{3}$

이 때, A^2, G^2 즉, 9와 3을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-9)(x-3)=0\ \ \therefore x^2-12+27=0$

따라서 $a=-12,\ b=27$

9. 다항식 $f(x) = x^2 + ax$에 대하여 $f(x)$를 $x-2,\ x-1,\ x+1$로 나누었을 때의 나머지가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 모든 a의 값의 합은?

① $-\frac{4}{3}$　② -1　③ 0　④ 1　⑤ $\frac{4}{3}$

해설

다항식 $f(x)$를 $x-2,\ x-1,\ x+1$로 나눈 나머지는

$f(2) = 4 + 2a,\ f(1) = 1 + a,\ f(-1) = 1 - a$

그런데 나머지가 차례로 등비수열을 이루므로

$(1+a)^2 = (4+2a)(1-a)$

$\therefore 3a^2 + 4a - 3 = 0$

따라서, 모든 a의 값의 합은 근과 계수의 관계에 의하여 $-\frac{4}{3}$이다.

10. 첫째항이 1이고, 공비가 4인 등비수열에서 첫째항부터 몇 항까지의 합이 처음으로 1000보다 크게 되는가?
(단, $\log 2 = 0.3010,\ \log 3 = 0.4771$)

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

첫째항이 1, 공비가 4인 등비수열이므로

$$S_n = \frac{1 \cdot (4^n - 1)}{4 - 1} > 1000,\ 4^n > 3001$$

$$2n \log 2 > \log 3001$$

$$n > \frac{\log 3001}{2 \log 2} > \frac{\log 3000}{2 \log 2}$$

$$= \frac{\log 3 + \log 1000}{2 \log 2} = \frac{3.4771}{0.6020} = 5.7\times\times\times$$

11. 수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{k=1}^{n}(a_{3k-2}+a_{3k-1}+a_{3k})=(3n+2)^2$을 만족할 때, $\sum_{k=31}^{60}a_k$의 값은?

① 2520 ② 2620 ③ 2720 ④ 2820 ⑤ 2920

해설

$\sum_{k=1}^{n}(a_{3k-2}+a_{3k-1}+a_{3k})$
$=(a_1+a_2+a_3)+(a_4+a_5+a_6)+\cdots+(a_{3n-2}+a_{3n-1}+a_{3n})$
$=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{3n}$
$=\sum_{k=1}^{3n}a_k=(3n+2)^2$
$\sum_{k=31}^{60}a_k=\sum_{k=1}^{60}a_k-\sum_{k=1}^{30}a_k$
$=(3\cdot 20+2)^2-(3\cdot 10+2)^2$
$=62^2-32^2=3844-1024=2820$

12. 2^n을 3으로 나눈 나머지를 a_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{12} a_k$의 값은?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$a_1 = 2^1$을 3으로 나눈 나머지 $a_1 = 2$
$a_2 = 2^2$을 3으로 나눈 나머지 $a_2 = 1$
$a_3 = 2^3$을 3으로 나눈 나머지 $a_3 = 2$
$a_4 = 2^4$을 3으로 나눈 나머지 $a_4 = 1$
$a_5 = 2^5$을 3으로 나눈 나머지 $a_5 = 2$
즉 a_n은 n이 홀수일 때는 2
n이 짝수일 때는 1
$\sum_{k=1}^{12} a_k = 6 \cdot (2+1) = 6 \cdot 3 = 18$

13. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 + n$일 때, $\sum_{k=1}^{n} a_{2k-1}$을 n에 대한 식으로 나타내면?

① $n^2 + 1$ ② $n^2 + 3n$ ③ $2n^2$

④ $2n^2 + n$ ⑤ $3n^2 - 1$

해설

$\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 + n$이므로

$n \geq 2$일 때,

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 + n - \left\{(n-1)^2 + (n-1)\right\} \\ &= 2n \cdots\cdots ㉠ \end{aligned}$$

$n = 1$일 때, $a_1 = S_1 = 2$

이것은 ㉠에 $n = 1$을 대입하여 얻은 값과 같으므로 수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$a_n = 2n$

$\therefore a_{2k-1} = 2(2k-1) = 4k - 2$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{k=1}^{n} a_{2k-1} &= \sum_{k=1}^{n}(4k-2) \\ &= 4 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - 2n \\ &= 2n^2 \end{aligned}$$

14. 수열 $\frac{1}{2^2-1}$, $\frac{1}{3^2-1}$, $\frac{1}{4^2-1}$, $\frac{1}{5^2-1}$, $\cdots$ 의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 구하면?

① $\frac{n+2}{2(n+1)}$

② $\frac{2n}{(n+1)(n+2)}$

③ $\frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$

④ $\frac{2n+5}{2(n+3)}$

⑤ $\frac{2n(n+1)}{(n+3)(n+5)}$

해설

$$a_k = \frac{1}{(k+1)^2-1} = \frac{1}{k(k+2)}$$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right)$ 이므로

$$S_n = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\right\} + \cdots +$$

$$\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$$

$$= \frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$$

15. $\sum_{k=1}^{10}\left[\frac{2^k}{10}\right]$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 200

해설

k에 1부터 10까지 차례로 대입하여 각 항의 값을 구해서 더하면

$$\sum_{k=1}^{10}\left[\frac{2^k}{10}\right]=\left[\frac{2^1}{10}\right]+\left[\frac{2^2}{10}\right]+\left[\frac{2^3}{10}\right]+\left[\frac{2^4}{10}\right]+\cdots+\left[\frac{2^{10}}{10}\right]$$

$$=0+0+0+1+3+6+12+25+51+102=200$$

16. 수열 3, 4, 6, 10, 18, $\cdots$ 의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n은?

① $2n^2+2n-1$　② $2n^2+2n+1$　③ 2^n+2n-1
④ n^2-2n+1　⑤ 2^n-2n

해설

$\{a_n\}: 3,\ 4,\ 6,\ 10,\ 18,\ \cdots$

$\quad\quad\ \ \vee\ \ \vee\ \ \vee\ \ \vee$

$\{b_n\}: \quad 1\quad 2\quad 4\quad 8\ \cdots$

$a_n = 3 + \underbrace{(1+2+4+\cdots)}_{(n-1)\text{개}}$

$= 3 + \dfrac{2^{n-1}-1}{2-1} = 2^{n-1}+2$

$\therefore S_n = \sum_{k=1}^{n}(2^{k-1}+2) = \dfrac{2^n-1}{2-1} + 2n = 2^n+2n-1$

17. $a_1 = 23$, $a_2 = 20$이고, $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}(n = 1, 2, 3, \cdots)$를 만족하는 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_k = -115$일 때, 자연수 k의 값은?

① 43 ② 44 ③ 45 ④ 46 ⑤ 47

해설

$2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$에서 수열 $\{a_n\}$은 등차수열이고

첫째항이 23, 공차가 $a_2 - a_1 = 20 - 23 = -3$이므로

$a_n = 23 + (n-1) \cdot (-3) = -3n + 26$

$-3k + 26 = -115$에서 $-3 = -141$

$\therefore\ k = 47$

18. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n (n = 1, 2, 3, \cdots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $b_n = \frac{1}{a_n}$ 이라 할 때, $a_{15}b_{20}$ 의 값은?

① 3 ② 9 ③ 27 ④ 81 ⑤ 243

해설

수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 1, 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열이므로

$$a_n = 1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{3^{n-1}} \quad \therefore \ b_n = 3^{n-1}$$

$$\therefore \ a_{15}b_{20} = \frac{1}{3^{14}} \cdot 3^{19} = 3^5 = 243$$

19. 모든 항이 양수이고, 임의의 자연수 m, n에 대하여 $a_{m+n} = 2a_m a_n$을 만족하는 수열 $\{a_n\}$이 있다. $a_4 = 72$일 때, a_5의 값은?

① $72\sqrt{3}$ ② $72\sqrt{6}$ ③ 144

④ $144\sqrt{3}$ ⑤ 216

해설

$a_{m+n} = 2a_m a_n$에 $m = 2,\ n = 2$를 대입하면 $a_4 = 2a_2 a_2 = 72,\ a_2^2 = 36$

$\therefore\ a_2 = 6(\because\ a_n > 0)$

또, $a_{m+n} = 2a_m a_n$에 $m = 1,\ n = 1$을 대입하면

$a_2 = a_{1+1} = 2a_1 a_1 = 6,\ a_1^2 = 3$

$\therefore\ a_1 = \sqrt{3}$

또, $a_{m+n} = 2a_m a_m a_n$에 $m = 4,\ n = 4$를 대입하면

$a_5 = a_{4+1} = 2a_4 a_1 = 2 \cdot 72 \cdot \sqrt{3} = 144\sqrt{3}$

20. $a_1 = 1,\ a_{n+1} = \dfrac{a_n}{2 + a_n}$(단, $n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$)과 같이 정의되는 수열 $\{a_n\}$에서 $a_n = \dfrac{1}{63}$을 만족하는 n의 값은?

① 9　② 8　③ 7　④ 6　⑤ 5

해설

$a_{n+1} = \dfrac{a_n}{2 + a_n}$에서 양변의 역수를 취하면 $\dfrac{1}{a_{n+1}} = \dfrac{2}{a_n} + 1$

이때, $\dfrac{1}{a_n} = b_n$이라 하면 $b_1 = 1,\ b_{n+1} = 2b_n + 1$

그러면, $b_{n+1} + 1 = 2(b_n + 1)$이므로

$b_n + 1 = (b_1 + 1) \cdot 2^{n-1} = 2^n \quad \therefore\ b_n = 2^n - 1$

따라서 $a_n = \dfrac{1}{2^n - 1}$이므로 $a_n = \dfrac{1}{2^n - 1} = \dfrac{1}{63}$에서 $n = 6$이다.

21. 서로소인 두 자연수 a, b에 대하여 $\dfrac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{b}{a}}$ 일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 13

해설

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{2}}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{12}}$$

따라서 $a+b=13$이다.

22. 세 수 $A = \sqrt[3]{4},\ B = \sqrt[4]{6},\ C = \sqrt[6]{13}$의 대소를 비교하면?

① $A > B > C$ ② $B > A > C$ ③ $C > B > A$

④ $A > C > B$ ⑤ $B > C > A$

해설

$A = \sqrt[3]{4},\ B = \sqrt[4]{6},\ C = \sqrt[6]{13}$을 거듭 제곱꼴로 고쳤을 때, 밑과 지수가 모두 다르므로

지수를 통일한 다음 밑이 큰 순서로 대소를 비교한다.

$3, 4, 6$의 최소공배수가 12이므로

$A = \sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}$

$B = \sqrt[4]{6} = \sqrt[12]{6^3} = \sqrt[12]{216}$

$C = \sqrt[6]{13} = \sqrt[12]{13^2} = \sqrt[12]{169}$

$\therefore A > B > C$

23. 세 수 A, B, C를

$A=$ ($10\sqrt{5}$의 6제곱근 중 양의 실수)

$B=$ ($\sqrt{24}$의 세제곱근 중 실수),

$C=$ (64의 8제곱근 중 양의 실수)

로 정의할 때, 세 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수를 차례로 쓰면?

① A, B ② A, C ③ B, A ④ B, C ⑤ C, B

해설

$A=\sqrt[6]{\sqrt{500}}=500^{\frac{1}{12}}$,

$B=\sqrt[3]{\sqrt{24}}=\left\{(24)^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{3}}=24^{\frac{1}{6}}=(24^2)^{\frac{1}{12}}=576^{\frac{1}{12}}$

$C=\sqrt[8]{2^6}=\sqrt[4]{2^3}=\sqrt[12]{2^9}=512^{\frac{1}{12}}$ 이므로

$A=500^{\frac{1}{12}}$, $B=576^{\frac{1}{12}}$, $C=512^{\frac{1}{12}}$

이때, $500<512<576$이므로

$A<C<B$

따라서 가장 큰 수와 가장 작은 수는 차례로 B, A이다.

24. $20^a = 5\sqrt{3}$, $20^b = 2$ 일 때, $10^{\frac{2a}{1-b}}$ 의 값은?

① 25 ② 35 ③ 55 ④ 65 ⑤ 75

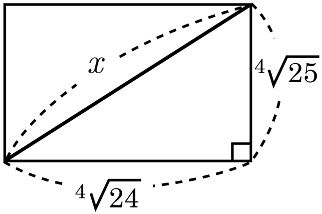
해설

주어진 조건과 같이 밑이 20이 되도록 구하려는 식을 변형한다.

$$10 = \frac{20}{2} = \frac{20}{20^b} = 20^{1-b}$$

$$\therefore 10^{\frac{2a}{1-b}} = (20^{1-b})^{\frac{2a}{1-b}} = 20^{2a} = (20^a)^2 = (5\sqrt{3})^2 = 75$$

25. 가로와 세로의 길이가 각각 $\sqrt[4]{24}$, $\sqrt[4]{25}$ 인 직사각형의 대각선의 길이는?



① $\sqrt{5}+\sqrt{2}$　② $\sqrt{5}-\sqrt{2}$　③ 3

④ $\sqrt{3}-\sqrt{2}$　⑤ $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

해설

$$x=\sqrt{(\sqrt[4]{24})^2+(\sqrt[4]{25})^2}$$
$$=\sqrt{\sqrt{24}+\sqrt{25}}$$
$$=\sqrt{2\sqrt{6}+5}$$
$$=\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}$$
$$\therefore x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

26. $\log_3 2 + \log_3\left(1+\frac{1}{2}\right) + \log_3\left(1+\frac{1}{3}\right) + \cdots + \log_3\left(1+\frac{1}{80}\right)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\log_3 2 + \log_3\left(1+\frac{1}{2}\right) + \log_3\left(1+\frac{1}{3}\right) + \cdots + \log_3\left(1+\frac{1}{80}\right)$$
$$= \log_3 2 + \log_3 \frac{3}{2} + \log_3 \frac{4}{3} + \cdots + \log_3 \frac{81}{80}$$
$$= \log_3\left(2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \cdots \cdot \frac{81}{80}\right)$$
$$= \log_3 81 = \log_3 3^4$$
$$= 4\log_3 3$$
$$= 4$$

27. $\dfrac{\log_2 \dfrac{3}{\sqrt[3]{3}} + \log_2 \dfrac{4}{\sqrt[6]{16}} - \log_2 10\sqrt[3]{10}}{\log_2 \sqrt{0.12}}$ 의 값은?

① 1　② $\dfrac{4}{3}$　③ $\dfrac{8}{3}$　④ 3　⑤ $\dfrac{10}{3}$

해설

밑이 모두 같으므로 로그의 합 또는 로그의 차로 정리한다.

$$\begin{aligned}(\text{분자}) &= \log_2 3^{\frac{2}{3}} + \left(2 - \log_2 16^{\frac{1}{6}}\right) - \log_2 10^{\frac{4}{3}} \\ &= \frac{2}{3}\log_2 3 + \left(2 - \frac{1}{6}\log_2 16\right) - \frac{4}{3}\log_2 10 \\ &= \frac{2}{3}\log_2 3 + 2 - \frac{4}{6} - \frac{4}{3}(1 + \log_2 5) \\ &= \frac{2}{3}\log_2 3 - \frac{4}{3}\log_2 5 = \frac{2}{3}(\log_2 3 - 2\log_2 5) \\ &= \frac{2}{3}\log_2 \frac{3}{25} = \frac{2}{3}\log_2 0.12\end{aligned}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \frac{\frac{2}{3}\log_2 0.12}{\frac{1}{2}\log_2 0.12} = \frac{4}{3}$$

28. $a = \log_3 \sqrt{6-2\sqrt{5}}$ 일 때, $3^a - 3^{-a}$ 의 값은?

① $-2\sqrt{2}$ ② -2 ③ $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

④ $\frac{3\sqrt{5}-5}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}+5}{4}$

해설

$a = \log_3 \sqrt{6-2\sqrt{5}}$ 에서

$$3^a = \sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{5}-1$$

$$3^{-a} = \left(\sqrt{6-2\sqrt{5}}\right)^{-1} = (\sqrt{5}-1)^{-1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

$$3^a - 3^{-a} = \sqrt{5}-1-\frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

$$= \frac{4\sqrt{5}-4-\sqrt{5}-1}{4}$$

$$= \frac{3\sqrt{5}-5}{4}$$

29. $\log a$의 정수 부분이 2일 때, $A = \log a\sqrt{a}$의 값의 범위는?

① $\frac{3}{2} \le A < 3$ ② $\frac{3}{2} < A \le 3$

③ $2\sqrt{2} \le A < 3\sqrt{3}$ ④ $3 \le A < \frac{9}{2}$

⑤ $3 < A \le \frac{9}{2}$

해설

$\log a$의 정수 부분이 2이므로 $2 \le \log a < 3$

$\log a\sqrt{a} = \log a^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}\log a$

$\frac{3}{2} \times 2 \le \frac{3}{2}\log a < \frac{3}{2} \times 3$

$\therefore 3 \le A < \frac{9}{2}$

30. $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$일 때, 두 상용로그 $\log 60^2$과 $\log \dfrac{1}{60}$의 소수 부분의 차는?

① 0　　② 0.1761　　③ 0.3010
④ 0.3343　　⑤ 0.7781

해설

$\log 60^2 = 2\log 60$
$= 2 \times (1 + \log 2 + \log 3)$
$= 2 \times (1 + 0.3010 + 0.4771)$
$= 3.5562$
$\log 60^2$의 정수 부분은 3이고 소수 부분은 0.5562이다.

$$\begin{aligned}\log \frac{1}{60} &= -\log 60 = -1 - (\log 2 + \log 3)\\ &= -1 - (0.3010 + 0.4771)\\ &= -1 - 0.7781\\ &= (-2) + 0.2219\end{aligned}$$

$\log \dfrac{1}{60}$의 정수 부분은 $\bar{2}$이고 소수 부분은 0.2219이다.

따라서 두 상용로그 $\log 60^2$과 $\log \dfrac{1}{60}$의 소수 부분의 차는
$0.5562 - 0.2219 = 0.3343$

31. $\dfrac{[\log 20010]+[\log 2.001]}{[\log 0.02001]}$ 의 값은? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수)

① -2　　② -1　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

$[\log x]$는 x의 지표이므로

$[\log 20010]=4,\ [\log 2.001]=0,\ [\log 0.02001]=-2$

$\therefore \dfrac{[\log 20010]+[\log 2.001]}{\log 0.02001}=\dfrac{4+0}{-2}=-2$

32. 수열 $\log_2(n+1)$의 제 15항은?

① $\log_2 13$ ② $\log_2 15$ ③ $\log_2 17$

④ 3 ⑤ 4

해설

$a_n = \log_2(n+1)$이므로

$a_{15} = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4\log_2 2 = 4$

따라서 , 제 15항은 4이다.

33. 어느 비행센터에서는 대기압을 x(mmHg), 외부온도를 $t(°C)$로 설정할 때, 비행기 운행에 적절한 고도 h(m)는 다음과 같은 관계식으로 정해진다고 한다.

$$h = (30t + 8000)\log\frac{760}{x}$$

대기압을 15.2mmHg, 외부온도를 $-30°C$로 설정할 때, 비행기 운행에 적절한 고도가 am이다. 이때, a의 값은? (단, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)

① 11070 ② 12070 ③ 13070

④ 14070 ⑤ 15070

해설

$h = a,\ t = -30,\ x = 15.2$이므로

$$a = \{30 \times (-30) + 8000\}\log\frac{760}{15.2}$$

$$= 7100\log 50 = 7100(\log 100 - \log 2)$$

$$= 7100 \times 1.7 = 12070(\text{m})$$