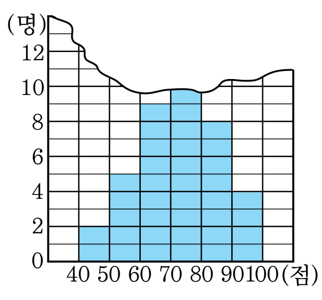
1. 다음 그림은 아람이네 반 40 명의 국어 성적을 나타낸 히스토그램의 일부이다. 이 40 명의 학생의 국어 성적의 평균을 구하여라.(단, 소수 첫째자리에서 반올림한다.)



▶ 답: 점

▷ 정답: 73 점

해설

70 점이상 80 점미만인 계급의 도수는

$40-(2+5+9+8+4)=12$

$(\text{평균})=\frac{1}{40}\{45\times2+55\times5+65\times9+75\times12+85\times8+95\times4\}=$

72.75(점)

따라서 소수 첫째자리에서 반올림하면 73 점이다.

2. 다음 표는 A, B, C, D, E 다섯 반의 학생들의 음악 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 학생들 간의 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	72	85	83	77	81
표준편차(점)	1.6	2.1	1.5	2.4	1.1

① A　② B　③ C　④ D　⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은 표준편차가 가장 작은 E이다.

3. 넓이가 $36\sqrt{3}\text{cm}^2$ 인 정삼각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 $a\text{cm}$ 라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 36\sqrt{3}$

$a^2 = 144$

$\therefore\ a = 12(\text{cm})$

4. 넓이가 $48\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 인 정삼각형의 높이를 구하여라.

▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

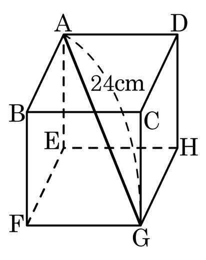
정삼각형의 넓이 $= \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 48\sqrt{3}$

$a^2 = 192$

$a = 8\sqrt{3}$ 이므로 정삼각형의 높이는

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 8\sqrt{3} = 12\ (\mathrm{cm})$ 이다.

5. 다음 그림의 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$ cm

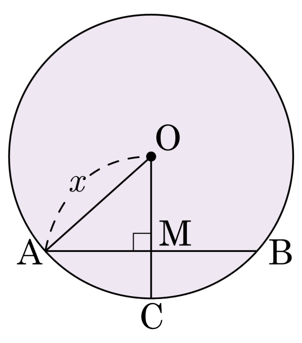
해설

한 변의 길이를 a 라고 하면

$\sqrt{3}a = 24$

$\therefore\ a = \dfrac{24}{\sqrt{3}} = \dfrac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

6. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$, $\overline{MB} = 6$, $\overline{MC} = 4$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



① $13\sqrt{3}$ ② $13\sqrt{2}$ ③ 13 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $\frac{13}{4}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OC}$ 를 x 라 두면 $\overline{OM} = x - 4$ 로 둘 수 있다.

$x^2 = (x-4)^2 + 6^2$

$x^2 = x^2 - 8x + 16 + 36$

$8x = 52 \quad \therefore x = \frac{13}{2}$

7. $f(x)=3x^3+px^2+qx+12$ 가 $x+2$ 로도 나누어떨어지고, $x-1$ 로도 나누어떨어질 때, $\frac{q}{p}$ 의 값은?

① 9 ② 4 ③ -9 ④ -3 ⑤ -12

해설

$f(-2)=-24+4p-2q+12=0$

$f(1)=3+p+q+12=0$

$p=-3,\ q=-12,\ \frac{q}{p}=\frac{-12}{-3}=4$

8. x에 대한 일차방정식 $(a^2+3)x+1=a(4x+1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$(a^2+3-4a)x=a-1$
모든 x에 대해 성립하려면
$a^2-4a+3=0,\ a-1=0$
공통근 : $a=1$

9. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$가 $f(1) = f(3) = 8$이고 최솟값 5를 가질 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a + b + c$의 값을 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 5)$이므로
이차함수는 $f(x) = a(x-2)^2 + 5$ 라고 할 수 있다.
$f(3) = 8$이므로 $x = 3,\ y = 8$을 대입하면
$a + 5 = 8 \quad \therefore\ a = 3$ 이므로
$f(x) = 3(x-2)^2 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$
$\therefore\ a + b + c = 8$

10. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$(0,0),\ (2,6),\ (6,3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{2}|2\cdot 3-6\cdot 6|=15$

11. 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 $(r,\ r)$ 이다.
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$ 이고
또한 $(2,\ 1)$ 을 지나므로
$(2-r)^2+(1-r)^2=r^2$,
$(r-1)(r-5)=0$
$\therefore\ r=1$ 또는 5
$\therefore\ (x-1)^2+(y-1)^2=1$ 또는 $(x-5)^2+(y-5)^2=5^2$
$\therefore 1+5=6$

12. $\sin \mathrm{A} = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos \mathrm{A} \times \tan \mathrm{A}$ 의 값을 구하여라. (단, $\angle \mathrm{A}$ 는 예각)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

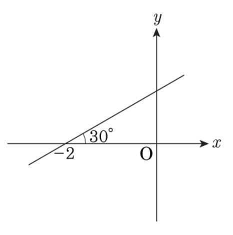
해설

$\sin \mathrm{A} = \frac{1}{3}$ 이면

$\cos \mathrm{A} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan \mathrm{A} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ 이다.

따라서 $\cos \mathrm{A} \times \tan \mathrm{A} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 x 절편이 -2 이고, 직선과 x 축이 이루는 예각의 크기가 $30°$ 인 직선의 방정식은?



① $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

③ $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ ④ $y = \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$

⑤ $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

해설

(기울기)$= \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$가 점 $(-2, 0)$ 을 지나므로

$b = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

14. $0° < A < 45°$ 일 때, $\sqrt{(\sin A - \cos A)^2} - \sqrt{(\sin A + \cos A)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2\cos A$　　② $-2\sin A$

③ 0　　④ $2\sin A$

⑤ $2(\sin A + \cos A)$

해설

$0° < A < 45°$ 인 범위에서는 $\sin A < \cos A$ 이므로 $\sin A - \cos A < 0$

$\sqrt{(\sin A - \cos A)^2} - \sqrt{(\sin A + \cos A)^2}$

$= -(\sin A - \cos A) - (\sin A + \cos A)$

$= -\sin A + \cos A - \sin A - \cos A$

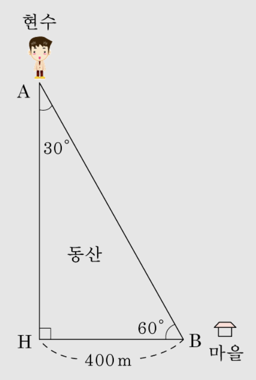
$= -\sin A - \sin A$

$= -2\sin A$

15. 현수는 동산 꼭대기에 올라서서 A 마을을 내려다보고 있다. 동산아래 지면에서 마을까지의 거리는 약 400m 이고, 동산꼭대기에서 마을을 내려다 본 각도가 $30°$ 이었다고 할 때, 현수가 올라간 동산의 높이와 동산 꼭대기에서 마을까지의 거리를 합한 값은 얼마일까?

① $(300\sqrt{3}+600)$ m
② $(300\sqrt{3}+800)$ m
③ $(400\sqrt{3}+600)$ m
④ $(400\sqrt{3}+800)$ m
⑤ $(400\sqrt{3}+900)$ m

해설



$\tan 60° = \dfrac{\overline{AH}}{400}$

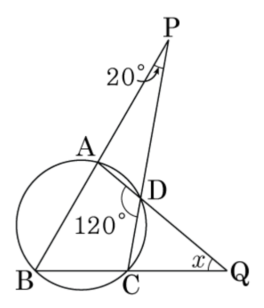
(동산의 높이) $= \overline{AH} = 400\times\tan 60° = 400\times\sqrt{3} = 400\sqrt{3}(\mathrm{m})$

$\cos 60°\times\overline{AB} = 400$ 이므로

$\therefore\ \overline{AB}$ = (동산 꼭대기에서 마을까지의 거리) $= \dfrac{400}{\cos 60°} = 400\div\dfrac{1}{2} = 800(\mathrm{m})$

$\therefore$ (동산의 높이 + 동산 꼭대기에서 마을까지의 거리) $= 400\sqrt{3}+800(\mathrm{m})$

16. 다음 그림에서 □ABCD 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 20^\circ$, $\angle BQA = x^\circ$, $\angle ADC = 120^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하면?



① 20°　　② 25°　　③ 35°

④ 40°　　⑤ 45°

해설

$\angle PBC = 60^\circ$ ($\because$ $\angle ADC$ 의 대각) 이고

$\angle DCQ = \angle BPC + \angle PBC = 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ$

$\triangle DCQ$ 에서 한 외각의 크기의 합은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$120^\circ = 80^\circ + x^\circ$

$\therefore x^\circ = 40^\circ$

17. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2$,
$(x-1)(3x^2 + ax + 2a)$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -3$

해설

$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+2)(x+1)$

$\therefore 3x^2 + ax + 2a$ 는

$x+2$ 또는 $x+1$ 을 인수로 가져야 한다.

$f(x) = 3x^2 + ax + 2a$ 로 놓을 때

$x+2$ 가 인수이면 $f(-2) = 12 - 2a + 2a = 12$ 가 되어 적합하지 않다.

$\therefore x+1$ 를 인수로 갖는다.

$x+1$ 이 인수이면 $f(-1) = 3 - a + 2a = 3 + a = 0$

$\therefore a = -3$

18. x에 대한 삼차방정식 $x^3 + (1-2a)x^2 + a(a-2)x + a^2 = 0$의 근이 오직 하나 뿐일 때, 실수 a의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$f(x) = x^3 + (1-2a)x^2 + a(a-2)x + a^2$으로 놓으면

$f(a) = a^3 + (1-2a)\cdot a^2 + a(a-2)\cdot a + a^2 = 0$

조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$(x-a)^2(x+1) = 0$

주어진 방정식의 근이 오직 하나뿐이므로 $x=-1$을 삼중근으로 갖는다.

$\therefore\ a = -1$

19. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$2x-2y+z=3x-y+z=x+2y-4z+10=2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=0$

▷ 정답 : $y=0$

▷ 정답 : $z=2$

해설

주어진 방정식을 변형하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} 2x-2y+z=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-y+z=2 & \cdots\cdots ㉡ \\ x+2y-4z=-8 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

따라서 ㉡ − ㉠에서

$x+y=0$ $\cdots\cdots$㉣

㉠ × 4 + ㉢에서

$3x-2y=0$ $\cdots\cdots$㉤

㉣ × 2 + ㉤에서 $5x=0$

$\therefore x=0,\ y=0$

$x=0,\ y=0$을 ㉠에 대입하면 $z=2$

20. 부등식 $2\sqrt{(x+2)^2}+|x-1|\le 6$의 해를 구하면?

① $-3\le x<-2$　　② $-2\le x<1$

③ $x\le -2$ 또는 $x>1$　　④ $x\le -3$ 또는 $x\ge 1$

⑤ $-3\le x\le 1$

해설

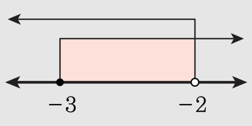
$2|x+2|+|x-1|\le 6$

i) $x<-2$일 때

$-2(x+2)-(x-1)\le 6$

$-3x\le 9,\ \ x\ge -3$

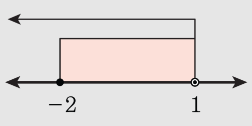
$\therefore -3\le x<-2$



ii) $-2\le x<1$일 때

$2(x+2)-(x-1)\le 6,\ \ x\le 1$

$\therefore -2\le x<1$

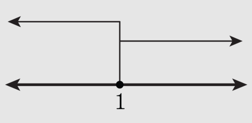


iii) $x\ge 1$일 때

$2(x+2)+(x-1)\le 6$

$3x\le 3,\ \ x\le 1$

$\therefore x=1$



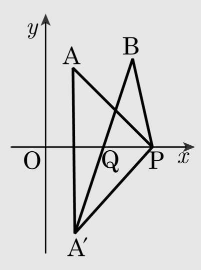
$\therefore$ i), ii), iii)에 의해 $-3\le x\le 1$

21. 두 점 $\mathrm{A}(2,3), \mathrm{B}(3,4)$ 에 대하여 점 P 가 x축 위를 움직일 때, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최소값은?

① $\sqrt{15}$ ② 7 ③ $5\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{53}$

해설

점 $\mathrm{A}(2,3)$ 과 x축에 대하여 대칭인 점은 $\mathrm{A}'(2,-3)$ 이다. 그림에서



$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}} \geq \overline{\mathrm{A'Q}}+\overline{\mathrm{BQ}}=\overline{\mathrm{A'B}}$

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은 선분 $\mathrm{A'B}$ 의 길이와 같다.

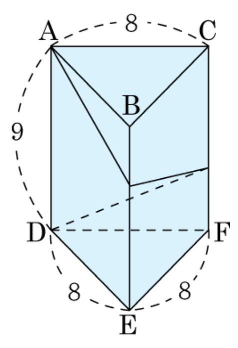
$\mathrm{A}'(2,\ -3), \mathrm{B}(3,\ 4)$

$\overline{\mathrm{A'B}}=\sqrt{(3-2)^2+(4-(-3))^2}$

$=\sqrt{50}$

$=5\sqrt{2}$

22. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

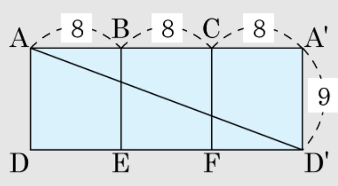


▶ 답 :

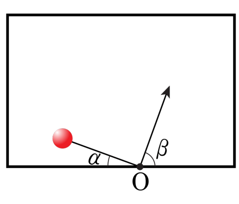
▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$\overline{AD'} = \sqrt{24^2 + 9^2} = \sqrt{576 + 81} = \sqrt{657} = 3\sqrt{73}$



23. 다음 그림은 당구대이다. 그림에서 당구공이 벽의한 지점 O 에 부딪쳤을 때의 입사각을 α, 반사각을 β 라 하면, α 와 β 의 크기는 같다고 하자.



다음 중 α 가 얼마일 때, O 에 부딪친 후 다른 벽에부딪치기 전까지 부등식 $y \le \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 의 영역을 통과하는가? (점 O 를 중심으로 하고 O 의 정동쪽을 x 축으로 하는 직교좌표계를 사용한다.)

① 70° ② 60° ③ 50° ④ 45° ⑤ 20°

해설

$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 는 기울기가
$\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로
이 직선은 x 축의 양의 방향과 30° 의 각을 이룬다.
위 부등식의 영역은 이 직선의 아랫부분이므로,
30° 이하의 각을 이루어야 위 영역을 통과한다.
따라서 정답은 20°

24. 부등식 $y \geq (x-2)^2 + k$의 영역이 부등식 $y \geq -x+4$의 영역에 포함되도록 하는 k의 최솟값을 구하면?

① 2　② 3　③ $\frac{7}{4}$　④ $\frac{11}{4}$　⑤ $\frac{9}{4}$

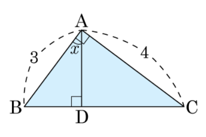
해설

포물선과 직선이 접하거나 만나지 않을 때이다.

$-x+4 = (x-2)^2 + k, \quad \therefore\ x^2 - 3x + k = 0$

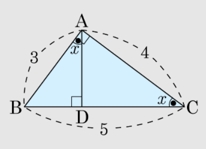
$D = 9 - 4k \leq 0 \quad \therefore\ k \geq \frac{9}{4}$

25. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$, $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\sin x$ 의 값은?



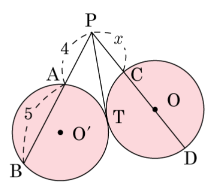
① $\frac{3}{2}$　　② $\frac{1}{3}$　　③ $\frac{5}{3}$　　④ $\frac{3}{5}$　　⑤ $\frac{1}{2}$

해설



$\angle x = \angle C$, $\overline{BC} = 5$ 이므로 $\sin x = \frac{3}{5}$ 이다.

26. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원 O, O′ 의 공통접선이다. $\overline{PA}=4$, $\overline{AB}=5$ 이고 $\overline{PC}:\overline{CO}=1:2$ 일 때, 원 O 의 넓이는 $\frac{b}{a}\pi$ 라고 한다. 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

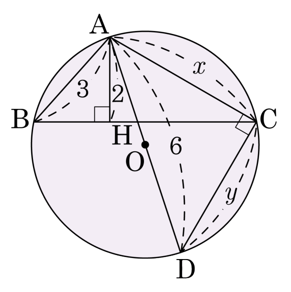
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

$4\times 9=x\times 5x,\quad x^2=\frac{36}{5}$

한편, 원의 넓이는 $\frac{144}{5}\pi$ 이다.

따라서 $a+b=5+144=149$ 이다.

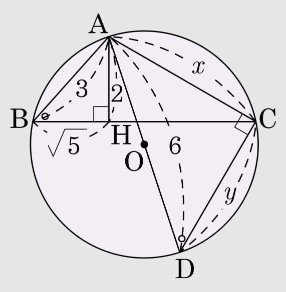
27. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이다. $\overline{AD} = 6$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AH} = 2$ 일 때, $x + y^2$ 의 값을 구하여라. (단, $x = \overline{AC}$, $y = \overline{CD}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설



$\triangle ABH \backsim \triangle ADC$ 이고 닮음비는 $3 : 6 = 1 : 2$

$2 : x = 1 : 2 \qquad \therefore\ x = 4$

$\sqrt{5} : y = 1 : 2 \qquad \therefore\ y = 2\sqrt{5}$

$\therefore\ x + y^2 = 4 + 20 = 24$

28. 두 다항식 $A,\ B$에 대하여 $\{A,\ B\} = A^2 + B^2 - AB$라 할 때, $\{x^2 + 1,\ 2x^2 - 3\} - 7$을 실수 범위에서 인수분해한다. 이 때, 인수가 아닌 것은?

① $x - \sqrt{2}$ ② $x - 1$ ③ x

④ $x + 1$ ⑤ $x + \sqrt{2}$

해설

$\{x^2 + 1,\ 2x^2 - 3\} - 7$
$= (x^2+1)^2 + (2x^2-3)^2 - (x^2+1)(2x^2-3) - 7$
$= x^4 + 2x^2 + 1 + 4x^4 - 12x^2 + 9 - 2x^4 + x^2 + 3 - 7$
$= 3x^4 - 9x^2 + 6$
$= 3(x^4 - 3x^2 + 2)$
$= 3(x^2 - 1)(x^2 - 2)$
$= 3(x-1)(x+1)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$

29. x 에 대한 이차방정식 $x^2+4kx+5k^2-1=0$ 의 두 실근을 α, β 라고 할 때, α 의 최댓값과 β 의 최솟값의 합을 구하여라. (단, $\alpha \geq \beta$ 이고, k 는 실수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 등식 $x^2 + 4kx + 5k^2 - 1 = 0 \cdots\cdots$ ㉠ 을 k 에 대하여 정리하면

$5k^2 + 4xk + \left(x^2-1\right) = 0 \cdots\cdots$ ㉡

㉡은 k 에 대한 이차방정식이고 k 가 실수이므로 실근을 갖는다.

따라서, 판별식 D 에 대하여

$\frac{D}{4} = (2x)^2 - 5\left(x^2-1\right) \geq 0$

$-x^2+5 \geq 0,\ x^2-5 \leq 0$

$\therefore -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5} \cdots\cdots$ ㉢

그런데 α, β 는 ㉠의 실근이므로 ㉢의 범위 안에 있어야 한다.

$\therefore -\sqrt{5} \leq \beta \leq \alpha \leq \sqrt{5}$

α 의 최댓값은 $\sqrt{5}$, β 의 최솟값은 $-\sqrt{5}$

따라서, 구하는 최댓값과 최솟값의 합은 0

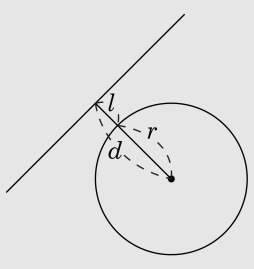
30. 원 $x^2+y^2-2x+2y-2=0$ 위의 임의의 점에서 직선 $x-y+2=0$ 에 이르는 최단거리는 얼마인지 구하면?

① $\sqrt{2}-2$　　② $2\sqrt{2}-2$　　③ $3\sqrt{2}-2$

④ $2\sqrt{3}-2$　　⑤ $3\sqrt{2}+2$

해설

원의 중심과 직선의 거리를 d , 최단거리를 l ,
원의 반지름을 r 이라고 하면
최단거리는 원 중심에서 직선에 이르는 거리에서
원 반지름을 뺀 값과 일치한다.
원의 방정식은 $(x-1)^2+(y+1)^2=4$ 이고,
직선의 방정식은 $y=x+2$ 이다.
원의 중심은 $(1,\ -1)$ 이고 $r=2$ 이므로



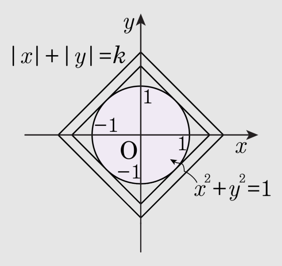
$\therefore\ l=\dfrac{|1+1+2|}{\sqrt{1^2+1^2}}-2=2\sqrt{2}-2$

31. 부등식 $x^2+y^2 \leq 1$의 영역이 부등식 $|x|+|y| \leq k$의 영역에 포함되도록 하는 실수 k 의 범위는?

① $k \geq \sqrt{2}$　② $k < \sqrt{2}$　③ $k \geq \sqrt{3}$
④ $k < \sqrt{3}$　⑤ $k \geq 1$

해설

주어진 영역을 그리면,
$x^2+y^2 \leq 1$ 은 원의 내부이다.
그리고 $|x|+|y| \leq k$ 는 $x+y=k$ 의 그래프를
x 축과 y 축에 대칭을 시킨 마름모이다.



그러므로 $x^2+y^2 \leq 1$ 이 $|x|+|y| \leq k$ 에 포함되기 위해서는
원이 마름모에 포함이 되어야 한다.
따라서 직선 $x+y=k$ 와 원의 중심과의 거리가 반지름보다 크거나 같아야 한다.
즉, $\dfrac{|k|}{\sqrt{1+1}} \geq 1$, $|k| \geq \sqrt{2}$, $\therefore\ k \geq \sqrt{2}$

32. 실수가 아닌 복소수 z 가 $z^5 = 1$ 일 때, $(1-z)(1-z^2)(1-z^3)(1-z^4)$ 의 값을 구하면?

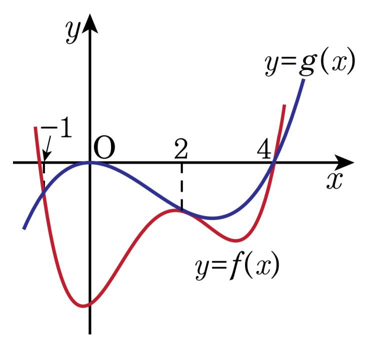
① 0 ② 1 ③ -1 ④ 5 ⑤ -5

해설

$z^5 = 1$ 이므로 $z^5 - 1 = 0$ 에서
$(z-1)(z^4 + z^3 + z^2 + z + 1) = 0$
$z \neq 1$ 이므로 $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= (1-z)(1-z^4)(1-z^2)(1-z^3) \\
&= (2 - z - z^4)(2 - z^2 - z^3) \\
&= 4 - (z + z^2 + z^3 + z^4) \\
&= 5
\end{aligned}
$$

33. 사차방정식 $\frac{1}{3}x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$ 과 삼차방정식 $\frac{1}{3}x^2(x-4)=0$ 을 좌표평면에 함수 $f(x)$, $g(x)$ 로 각각 나타내었다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값은?



① -4　　② $-\frac{10}{3}$　　③ -3　　④ $-\frac{7}{3}$　　⑤ -2

해설

$f(x)=g(x)$ 에서 $f(x)-g(x)=0$
$F(x)=f(x)-g(x)$ 라 하면
$F(x)=0$ 은 $x=-1,\ 2$(중근),
4를 근으로 가진다.
$\therefore\ F(x)=k(x+1)(x-2)^2(x-4)$
$f(x)$ 의 최고차항의 계수가 $\frac{1}{3}$ 이므로 $k=\frac{1}{3}$
$f(x)=F(x)+g(x)$ 이므로
$\frac{1}{3}x^4+ax^3+bx^2+cx+d$
$=\frac{1}{3}(x+1)(x-2)^2(x-4)+\frac{1}{3}x^2(x-4)$
양변에 $x=1$ 을 대입하면
$\frac{1}{3}+a+b+c+d=\frac{1}{3}\cdot 2\cdot 1\cdot(-3)+\frac{1}{3}\cdot 1\cdot(-3)$
$\therefore\ a+b+c+d=-\frac{10}{3}$

34. 두 점 $A(-2,4)$, $B(1,1)$에 대해 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점을 P, 선분 AB를 $1:2$로 외분하는 점을 Q라 하자. 이 때, 사각형 OPQR이 평행사변형을 이룰 때, 점 R의 좌표와 $\triangle PQR$의 무게중심 G의 좌표를 구하면?

① $R(-4,4)$, $G\left(-\frac{10}{3}, \frac{14}{3}\right)$
② $R(6,-10)$, $G\left(\frac{10}{3}, -\frac{14}{3}\right)$
③ $R(6,-10)$, $G(4,-4)$
④ $R(4,-4)$, $G\left(\frac{8}{3}, -\frac{8}{3}\right)$
⑤ $R(4,-4)$, $G\left(\frac{10}{3}, -\frac{14}{3}\right)$

해설

$$P = \left(\frac{1\times 1+2\times(-2)}{1+2}, \frac{1\times 1+2\times 4}{1+2}\right)$$
$$= (-1,3)$$
$$Q = \left(\frac{1\times 1-2\times(-2)}{1-2}, \frac{1\times 1-2\times 4}{1-2}\right)$$
$$= (-5,7)$$
□OPQR이 평행사변형이므로
$\overline{OP} \parallel \overline{RQ}$, $\overline{OP} = \overline{RQ}$이다.
따라서 점 P $\rightarrow$ 점 O 이동시 x축으로 $+1$, y축으로 -3이동한 것을 점 Q $\rightarrow$ 점 R 이동에 적용할 수 있다.
$\therefore\ R = (-5+1, 7-3) = (-4,4)$
$\triangle PQR$의 무게중심 G는
$$\left(\frac{-1-5-4}{3}, \frac{3+7+4}{3}\right) = \left(-\frac{10}{3}, \frac{14}{3}\right)$$

35. 좌표평면 위의 점 A$(-2,\ 0)$ 과 중심이 C 인 원 $x^2-4x+y^2=0$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여, $\triangle$ACP 의 넓이가 자연수가 되게 하는 점 P 의 개수는?

① 12　　② 13　　③ 14　　④ 15　　⑤ 16

해설

점P (a,b) 는 원 $x^2-4x+y^2=0$
위를 움직이고, 원의 중심 C$(2,\ 0)$ 과
점 A$(-2,\ 0)$ 에 대하여 P 의 좌표를 $(a,\ b)$,
$\triangle$ACP 의 넓이를 n 이라 하면,

$\triangle \mathrm{ACP}=\frac{1}{2}\times 4\times |b|=n$ (n 은 자연수, $|b|\le 2$)

$\therefore |b|=\frac{n}{2}$

$n=1,\ \ 2,\ \ 3$ 일 때, 점P 는 각각 4 개씩이고,
$n=4$ 일 때, 점 P 는 2 개
따라서 $\triangle$ACP 의 넓이가 자연수가 되게 하는
점 P 의 개수는 총 14 (개)