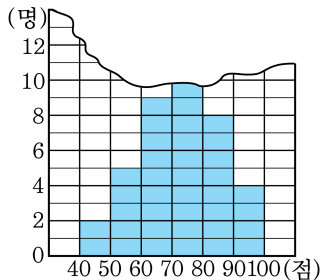


1. 다음 그림은 아람이네 반 40 명의 국어 성적을 나타낸 히스토그램의 일부이다. 이 40 명의 학생의 국어 성적의 평균을 구하여라.(단, 소수 첫째자리에서 반올림한다.)



▶ 답 : 점

▷ 정답 : 73점

해설

70 점이상 80 점미만인 계급의 도수는

$$40 - (2 + 5 + 9 + 8 + 4) = 12$$

$$(\text{평균}) = \frac{1}{40} \{45 \times 2 + 55 \times 5 + 65 \times 9 + 75 \times 12 + 85 \times 8 + 95 \times 4\} =$$

72.75(점)

따라서 소수 첫째자리에서 반올림하면 73 점이다.

2. 다음 표는 A, B, C, D, E 다섯 반의 학생들의 음악 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 학생들 간의 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	72	85	83	77	81
표준편차(점)	1.6	2.1	1.5	2.4	1.1

① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은 표준편차가 가장 작은 E 이다.

3. 넓이가 $36\sqrt{3}\text{cm}^2$ 인 정삼각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 $a\text{cm}$ 라 하면

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 36\sqrt{3}$$

$$a^2 = 144$$

$$\therefore a = 12(\text{cm})$$

4. 넓이가 $48\sqrt{3}\text{cm}^2$ 인 정삼각형이 높이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

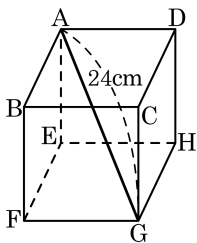
$$\text{정삼각형의 넓이} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 48\sqrt{3}$$

$$a^2 = 192$$

$a = 8\sqrt{3}$ 이므로 정삼각형의 높이는

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8\sqrt{3} = 12 \text{ (cm) 이다.}$$

5. 다음 그림의 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답: $8\sqrt{3}$ cm

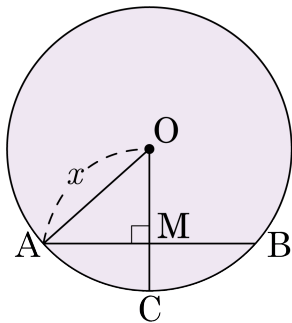
해설

한 변의 길이를 a 라고 하면

$$\sqrt{3}a = 24$$

$$\therefore a = \frac{24}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$

6. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$, $\overline{MB} = 6$, $\overline{MC} = 4$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



- ① $13\sqrt{3}$ ② $13\sqrt{2}$ ③ 13 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $\frac{13}{4}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OC}$ 를 x 라 두면 $\overline{OM} = x - 4$ 로 둘 수 있다.

$$x^2 = (x - 4)^2 + 6^2$$

$$x^2 = x^2 - 8x + 16 + 36$$

$$8x = 52 \quad \therefore x = \frac{13}{2}$$

7. $f(x) = 3x^3 + px^2 + qx + 12$ 가 $x+2$ 로도 나누어떨어지고, $x-1$ 로도 나누어떨어질 때, $\frac{q}{p}$ 의 값은?

① 9

② 4

③ -9

④ -3

⑤ -12

해설

$$f(-2) = -24 + 4p - 2q + 12 = 0$$

$$f(1) = 3 + p + q + 12 = 0$$

$$p = -3, q = -12, \frac{q}{p} = \frac{-12}{-3} = 4$$

8. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

$$\text{공통근} : a = 1$$

9. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $f(1) = f(3) = 8$ 이고 최솟값 5를 가질 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 5)$ 이므로

이차함수는 $f(x) = a(x - 2)^2 + 5$ 라고 할 수 있다.

$f(3) = 8$ 이므로 $x = 3, y = 8$ 을 대입하면

$a + 5 = 8 \quad \therefore a = 3$ 이므로

$$f(x) = 3(x - 2)^2 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$$

$$\therefore a + b + c = 8$$

10. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$(0, 0), (2, 6), (6, 3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$$

11. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.

$$(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2 \text{ 이고}$$

또한 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2 ,$$

$$(r-1)(r-5) = 0$$

$$\therefore r = 1 \text{ 또는 } 5$$

$$\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ 또는 } (x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$$

$$\therefore 1 + 5 = 6$$

12. $\sin A = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos A \times \tan A$ 의 값을 구하여라. (단, $\angle A$ 는 예각)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

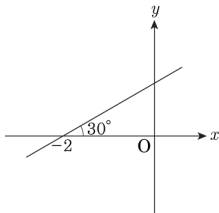
해설

$$\sin A = \frac{1}{3} \text{ 이면}$$

$$\cos A = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \tan A = \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \cos A \times \tan A = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

13. 다음 그림과 같이 x 절편이 -2 이고, 직선과 x 축이 이루는 예각의 크기가 30° 인 직선의 방정식은?



① $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$

⑤ $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

② $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

④ $y = \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

$$(\text{기울기}) = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b \text{가 점 } (-2, 0) \text{ 을 지나므로}$$

$$b = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

14. $0^\circ < A < 45^\circ$ 일 때, $\sqrt{(\sin A - \cos A)^2} - \sqrt{(\sin A + \cos A)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2 \cos A$

② $-2 \sin A$

③ 0

④ $2 \sin A$

⑤ $2(\sin A + \cos A)$

해설

$0^\circ < A < 45^\circ$ 인 범위에서는 $\sin A < \cos A$ 이므로 $\sin A - \cos A < 0$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sin A - \cos A)^2} - \sqrt{(\sin A + \cos A)^2} \\ &= -(\sin A - \cos A) - (\sin A + \cos A) \\ &= -\sin A + \cos A - \sin A - \cos A \\ &= -\sin A - \sin A \\ &= -2 \sin A \end{aligned}$$

15. 현수는 동산 꼭대기에 올라서서 A 마을을 내려다보고 있다. 동산아래 지면에서 마을까지의 거리는 약 400m 이고, 동산꼭대기에서 마을을 내려다 본 각도가 30° 이었다고 할 때, 현수가 올라간 동산의 높이와 동산 꼭대기에서 마을까지의 거리를 합한 값은 얼마일까?

① $(300\sqrt{3} + 600)$ m

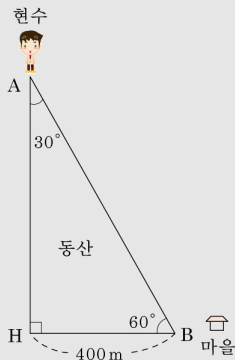
② $(300\sqrt{3} + 800)$ m

③ $(400\sqrt{3} + 600)$ m

④ $(400\sqrt{3} + 800)$ m

⑤ $(400\sqrt{3} + 900)$ m

해설



$$\tan 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{400}$$

$$(\text{동산의 높이}) = \overline{AH} = 400 \times \tan 60^\circ = 400 \times \sqrt{3} = 400\sqrt{3}(\text{m})$$

$$\cos 60^\circ \times \overline{AB} = 400 \text{ 이므로}$$

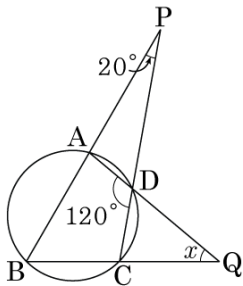
$$\therefore \overline{AB} = (\text{동산 꼭대기에서 마을까지의 거리}) = \frac{400}{\cos 60^\circ} =$$

$$400 \div \frac{1}{2} = 800(\text{m})$$

$$\therefore (\text{동산의 높이} + \text{동산 꼭대기에서 마을까지의 거리}) = 400\sqrt{3} + 800(\text{m})$$

16. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 20^\circ$, $\angle BQA = x^\circ$, $\angle ADC = 120^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하면?

- ① 20° ② 25° ③ 35°
 ④ 40° ⑤ 45°



해설

$\angle PBC = 60^\circ$ ($\because \angle ADC$ 의 대각) 이고

$\angle DCQ = \angle BPC + \angle PBC = 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ$

$\triangle DCQ$ 에서 한 외각의 크기의 합은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$$120^\circ = 80^\circ + x^\circ$$

$$\therefore x^\circ = 40^\circ$$

17. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2$,
 $(x-1)(3x^2 + ax + 2a)$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a 의
값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -3$

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+2)(x+1)$$

$$\therefore 3x^2 + ax + 2a \text{ 는}$$

$x+2$ 또는 $x+1$ 을 인수로 가져야 한다.

$f(x) = 3x^2 + ax + 2a$ 로 놓을 때

$x+2$ 가 인수이면 $f(-2) = 12 - 2a + 2a = 12$ 가 되어 적합하지
않다.

$\therefore x+1$ 를 인수로 갖는다.

$$x+1 \text{ 이 인수이면 } f(-1) = 3 - a + 2a = 3 + a = 0$$

$$\therefore a = -3$$

18. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + (1 - 2a)x^2 + a(a - 2)x + a^2 = 0$ 의 근이 오직 하나 뿐일 때, 실수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$f(x) = x^3 + (1 - 2a)x^2 + a(a - 2)x + a^2$ 으로 놓으면

$$f(a) = a^3 + (1 - 2a) \cdot a^2 + a(a - 2) \cdot a + a^2 = 0$$

조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 인수분해하면

$$(x - a)^2(x + 1) = 0$$

주어진 방정식의 근이 오직 하나뿐이므로 $x = -1$ 을 삼중근으로 갖는다.

$$\therefore a = -1$$

19. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$2x - 2y + z = 3x - y + z = x + 2y - 4z + 10 = 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 0$

▷ 정답 : $y = 0$

▷ 정답 : $z = 2$

해설

주어진 방정식을 변형하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} 2x - 2y + z = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x - y + z = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x + 2y - 4z = -8 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

따라서 $\textcircled{㉡} - \textcircled{㉠}$ 에서

$$x + y = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$\textcircled{㉠} \times 4 + \textcircled{㉢}$ 에서

$$3x - 2y = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉤}$$

$$\textcircled{㉣} \times 2 + \textcircled{㉤} \text{에서 } 5x = 0$$

$$\therefore x = 0, y = 0$$

$x = 0, y = 0$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $z = 2$

20. 부등식 $2\sqrt{(x+2)^2} + |x-1| \leq 6$ 의 해를 구하면?

① $-3 \leq x < -2$

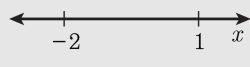
② $-2 \leq x < 1$

③ $x \leq -2$ 또는 $x > 1$

④ $x \leq -3$ 또는 $x \geq 1$

⑤ $-3 \leq x \leq 1$

해설

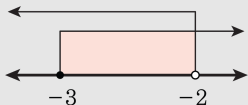
$$2|x+2| + |x-1| \leq 6$$


i) $x < -2$ 일 때

$$-2(x+2) - (x-1) \leq 6$$

$$-3x \leq 9, x \geq -3$$

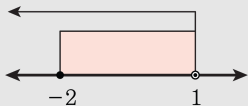
$$\therefore -3 \leq x < -2$$



ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때

$$2(x+2) - (x-1) \leq 6, x \leq 1$$

$$\therefore -2 \leq x < 1$$



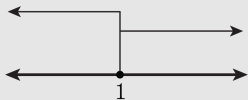
iii) $x \geq 1$ 일 때

$$2(x+2) + (x-1) \leq 6$$

$$3x \leq 3, x \leq 1$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore \text{i), ii), iii)에 의해 } -3 \leq x \leq 1$$



21. 두 점 $A(2, 3), B(3, 4)$ 에 대하여 점 P 가 x 축 위를 움직일 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소값은?

① $\sqrt{15}$

② 7

③ $5\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{13}$

⑤ $\sqrt{53}$

해설

점 $A(2, 3)$ 과 x 축에 대하여 대칭인 점은 $A'(2, -3)$ 이다. 그림에서

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'Q} + \overline{BQ} = \overline{A'B}$$

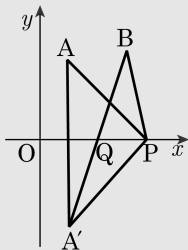
따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 선분 $A'B$ 의 길이와 같다.

$$A'(2, -3), B(3, 4)$$

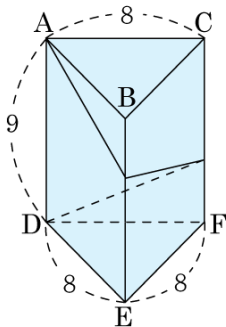
$$\overline{A'B} = \sqrt{(3-2)^2 + (4-(-3))^2}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$= 5\sqrt{2}$$



22. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

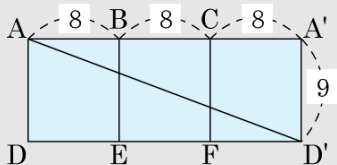


▶ 답 :

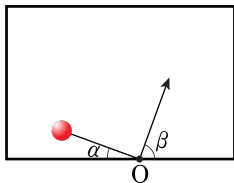
▶ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AD'} &= \sqrt{24^2 + 9^2} = \\ \sqrt{576 + 81} &= \sqrt{657} = 3\sqrt{73}\end{aligned}$$



23. 다음 그림은 당구대이다. 그림에서 당구공이 벽의 한 지점 O에 부딪혔을 때의 입사각을 α , 반사각을 β 라 하면, α 와 β 의 크기는 같다고 하자.



다음 중 α 가 얼마일 때, O에 부딪친 후 다른

벽에 부딪치기 전까지 부등식 $y \leq \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 의 영역을 통과하는가? (점 O를 중심으로 하고 O의 정동쪽을 x 축으로 하는 직교좌표계를 사용한다.)

① 70°

② 60°

③ 50°

④ 45°

⑤ 20°

해설

$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 는 기울기가

$$\frac{\sqrt{3}}{3}, \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 이므로}$$

이 직선은 x 축의 양의 방향과 30° 의 각을 이룬다.

위 부등식의 영역은 이 직선의 아랫부분이므로,

30° 이하의 각을 이루어야 위 영역을 통과한다.

따라서 정답은 20°

24. 부등식 $y \geq (x-2)^2 + k$ 의 영역이 부등식 $y \geq -x + 4$ 의 영역에 포함 되도록 하는 k 의 최솟값을 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ $\frac{7}{4}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

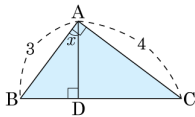
해설

포물선과 직선이 접하거나 만나지 않을 때이다.

$$-x + 4 = (x-2)^2 + k, \quad \therefore x^2 - 3x + k = 0$$

$$D = 9 - 4k \leq 0 \quad \therefore k \geq \frac{9}{4}$$

25. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\sin x$ 의 값은?



① $\frac{3}{2}$

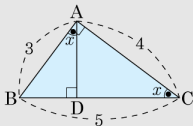
② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{5}{3}$

④ $\frac{3}{5}$

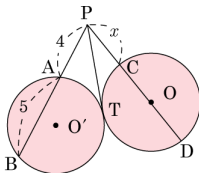
⑤ $\frac{1}{2}$

해설



$\angle x = \angle C$, $\overline{BC} = 5$ 이므로 $\sin x = \frac{3}{5}$ 이다.

26. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원 O, O' 의 공통접선이다. $\overline{PA} = 4$, $\overline{AB} = 5$ 이고 $\overline{PC} : \overline{CO} = 1 : 2$ 일 때, 원 O 의 넓이는 $\frac{b}{a}\pi$ 라고 한다. 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

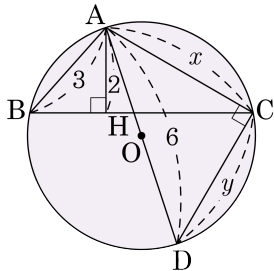
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

$$4 \times 9 = x \times 5x, \quad x^2 = \frac{36}{5}$$

한편, 원의 넓이는 $\frac{144}{5}\pi$ 이다.

따라서 $a + b = 5 + 144 = 149$ 이다.

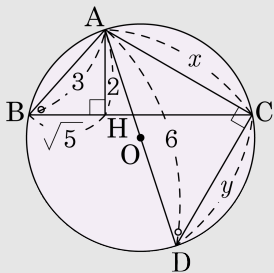
27. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이다. $\overline{AD} = 6$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AH} = 2$ 일 때, $x + y^2$ 의 값을 구하여라.
(단, $x = \overline{AC}$, $y = \overline{CD}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설



$\triangle ABH \sim \triangle ADC$ 이고 닮음비는 $3 : 6 = 1 : 2$

$$2 : x = 1 : 2 \quad \therefore x = 4$$

$$\sqrt{5} : y = 1 : 2 \quad \therefore y = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore x + y^2 = 4 + 20 = 24$$

28. 두 다항식 A, B 에 대하여 $\{A, B\} = A^2 + B^2 - AB$ 라 할 때, $\{x^2 + 1, 2x^2 - 3\} - 7$ 을 실수 범위에서 인수분해한다. 이 때, 인수가 아닌 것은?

① $x - \sqrt{2}$

② $x - 1$

③ x

④ $x + 1$

⑤ $x + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}
 & \{x^2 + 1, 2x^2 - 3\} - 7 \\
 &= (x^2 + 1)^2 + (2x^2 - 3)^2 - (x^2 + 1)(2x^2 - 3) - 7 \\
 &= x^4 + 2x^2 + 1 + 4x^4 - 12x^2 + 9 - 2x^4 + x^2 + 3 - 7 \\
 &= 3x^4 - 9x^2 + 6 \\
 &= 3(x^4 - 3x^2 + 2) \\
 &= 3(x^2 - 1)(x^2 - 2) \\
 &= 3(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})
 \end{aligned}$$

29. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 4kx + 5k^2 - 1 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라고 할 때, α 의 최댓값과 β 의 최솟값의 합을 구하여라. (단, $\alpha \geq \beta$ 이고, k 는 실수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 등식 $x^2 + 4kx + 5k^2 - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$ 을 k 에 대하여 정리하면

$$5k^2 + 4xk + (x^2 - 1) = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉡}$ 은 k 에 대한 이차방정식이고 k 가 실수이므로 실근을 갖는다.
따라서, 판별식 D 에 대하여

$$\frac{D}{4} = (2x)^2 - 5(x^2 - 1) \geq 0$$

$$-x^2 + 5 \geq 0, \quad x^2 - 5 \leq 0$$

$$\therefore -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5} \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

그런데 α, β 는 $\textcircled{㉠}$ 의 실근이므로 $\textcircled{㉢}$ 의 범위 안에 있어야 한다.

$$\therefore -\sqrt{5} \leq \beta \leq \alpha \leq \sqrt{5}$$

α 의 최댓값은 $\sqrt{5}$, β 의 최솟값은 $-\sqrt{5}$

따라서, 구하는 최댓값과 최솟값의 합은 0

30. 원 $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$ 위의 임의의 점에서 직선 $x - y + 2 = 0$ 에 이르는 최단거리는 얼마인지 구하면?

① $\sqrt{2} - 2$

② $2\sqrt{2} - 2$

③ $3\sqrt{2} - 2$

④ $2\sqrt{3} - 2$

⑤ $3\sqrt{2} + 2$

해설

원의 중심과 직선의 거리를 d , 최단거리를 l ,

원의 반지름을 r 이라고 하면

최단거리는 원 중심에서 직선에 이르는 거리에서

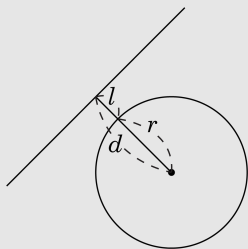
원 반지름을 뺀 값과 일치한다.

원의 방정식은 $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$ 이고,

직선의 방정식은 $y = x + 2$ 이다.

원의 중심은 $(1, -1)$ 이고 $r = 2$ 이므로

$$\therefore l = \frac{|1 + 1 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} - 2 = 2\sqrt{2} - 2$$



31. 부등식 $x^2 + y^2 \leq 1$ 의 영역이 부등식 $|x| + |y| \leq k$ 의 영역에 포함되도록 하는 실수 k 의 범위는?

① $k \geq \sqrt{2}$

② $k < \sqrt{2}$

③ $k \geq \sqrt{3}$

④ $k < \sqrt{3}$

⑤ $k \geq 1$

해설

주어진 영역을 그리면,

$x^2 + y^2 \leq 1$ 은 원의 내부이다.

그리고 $|x| + |y| \leq k$ 는 $x + y = k$ 의 그래프를

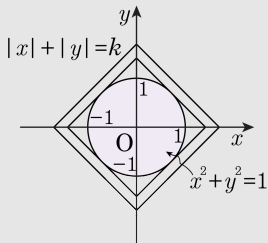
x 축과 y 축에 대칭을 시킨 마름모이다.

그러므로 $x^2 + y^2 \leq 1$ 이 $|x| + |y| \leq k$ 에 포함되기 위해서는

원이 마름모에 포함이 되어야 한다.

따라서 직선 $x + y = k$ 와 원의 중심과의 거리가 반지름보다 크거나 같아야 한다.

즉, $\frac{|k|}{\sqrt{1+1}} \geq 1, |k| \geq \sqrt{2}, \therefore k \geq \sqrt{2}$



32. 실수가 아닌 복소수 z 가 $z^5 = 1$ 일 때,
 $(1-z)(1-z^2)(1-z^3)(1-z^4)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -1

④ 5

⑤ -5

해설

$z^5 = 1$ 이므로 $z^5 - 1 = 0$ 에서

$$(z-1)(z^4 + z^3 + z^2 + z + 1) = 0$$

$z \neq 1$ 이므로 $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$

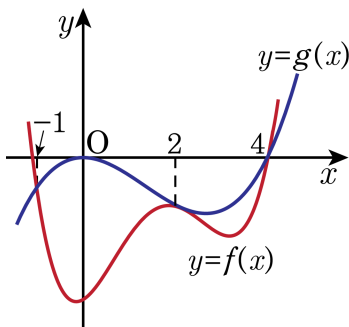
$$(\text{준식}) = (1-z)(1-z^4)(1-z^2)(1-z^3)$$

$$= (2-z-z^4)(2-z^2-z^3)$$

$$= 4 - (z + z^2 + z^3 + z^4)$$

$$= 5$$

33. 사차방정식 $\frac{1}{3}x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 과 삼차방정식 $\frac{1}{3}x^2(x-4) = 0$ 을 좌표평면에 함수 $f(x)$, $g(x)$ 로 각각 나타내었다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값은?



- ① -4 ② $-\frac{10}{3}$ ③ -3 ④ $-\frac{7}{3}$ ⑤ -2

해설

$f(x) = g(x)$ 에서 $f(x) - g(x) = 0$

$F(x) = f(x) - g(x)$ 라 하면

$F(x) = 0$ 은 $x = -1, 2$ (중근),

4를 근으로 가진다.

$$\therefore F(x) = k(x+1)(x-2)^2(x-4)$$

$f(x)$ 의 최고차항의 계수가 $\frac{1}{3}$ 이므로 $k = \frac{1}{3}$

$f(x) = F(x) + g(x)$ 이므로

$$\frac{1}{3}x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$= \frac{1}{3}(x+1)(x-2)^2(x-4) + \frac{1}{3}x^2(x-4)$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$\frac{1}{3} + a + b + c + d = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 1 \cdot (-3) + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot (-3)$$

$$\therefore a + b + c + d = -\frac{10}{3}$$

34. 두 점 $A(-2, 4)$, $B(1, 1)$ 에 대해 선분 AB 를 $1:2$ 로 내분하는 점을 P , 선분 AB 를 $1:2$ 로 외분하는 점을 Q 라 하자. 이 때, 사각형 $OPQR$ 이 평행사변형을 이룰 때, 점 R 의 좌표와 $\triangle PQR$ 의 무게중심 G 의 좌표를 구하면?

- ① $R(-4, 4)$, $G\left(-\frac{10}{3}, \frac{14}{3}\right)$ ② $R(6, -10)$, $G\left(\frac{10}{3}, -\frac{14}{3}\right)$
 ③ $R(6, -10)$, $G(4, -4)$ ④ $R(4, -4)$, $G\left(\frac{8}{3}, -\frac{8}{3}\right)$
 ⑤ $R(4, -4)$, $G\left(\frac{10}{3}, -\frac{14}{3}\right)$

해설

$$P = \left(\frac{1 \times 1 + 2 \times (-2)}{1 + 2}, \frac{1 \times 1 + 2 \times 4}{1 + 2} \right)$$

$$= (-1, 3)$$

$$Q = \left(\frac{1 \times 1 - 2 \times (-2)}{1 - 2}, \frac{1 \times 1 - 2 \times 4}{1 - 2} \right)$$

$$= (-5, 7)$$

□ $OPQR$ 이 평행사변형이므로

$\overline{OP} \parallel \overline{RQ}$, $\overline{OP} = \overline{RQ}$ 이다.

따라서 점 $P \rightarrow$ 점 O 이동시 x 축으로 $+1$, y 축으로 -3 이동한 것을 점 $Q \rightarrow$ 점 R 이동에 적용할 수 있다.

$$\therefore R = (-5 + 1, 7 - 3) = (-4, 4)$$

$\triangle PQR$ 의 무게중심 G 는

$$\left(\frac{-1 - 5 - 4}{3}, \frac{3 + 7 + 4}{3} \right) = \left(-\frac{10}{3}, \frac{14}{3} \right)$$

35. 좌표평면 위의 점 $A(-2, 0)$ 과 중심이 C 인 원 $x^2 - 4x + y^2 = 0$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여, $\triangle ACP$ 의 넓이가 자연수가 되게 하는 점 P 의 개수는?

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

해설

점 $P(a, b)$ 는 원 $x^2 - 4x + y^2 = 0$

위를 움직이고, 원의 중심 $C(2, 0)$ 과

점 $A(-2, 0)$ 에 대하여 P 의 좌표를 (a, b) ,

$\triangle ACP$ 의 넓이를 n 이라 하면,

$$\triangle ACP = \frac{1}{2} \times 4 \times |b| = n \quad (n \text{ 은 자연수, } |b| \leq 2)$$

$$\therefore |b| = \frac{n}{2}$$

$n = 1, 2, 3$ 일 때, 점 P 는 각각 4 개씩이고,

$n = 4$ 일 때, 점 P 는 2 개

따라서 $\triangle ACP$ 의 넓이가 자연수가 되게 하는
점 P 의 개수는 총 14 (개)